



ИТОГИ НАУКИ И ТЕХНИКИ

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

ТОМ 4



Главный редактор информационных изданий ВИНТИ
профессор *А. И. Михайлов*

Главный редактор серии
академик *Б. Б. Кадоццев*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ
информационных изданий по физике

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР — академик *Б. Б. Кадоццев*

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

канд. физ.-мат. наук *В. Е. Асрибеков* (зам. главного редактора),
канд. физ.-мат. наук *О. М. Атаев*, д-р физ.-мат. наук *А. М. Афанасьев*,
д-р физ.-мат. наук *С. А. Ахманов*, канд. физ.-мат. наук *О. Н. Бокша*,
чл.-корр. АН СССР *Ф. В. Бункин*,
Н. В. Илларионов (ученый секретарь редколлегии),
д-р физ.-мат. наук *А. И. Карчевский*, д-р физ.-мат. наук *Б. С. Непорент*,
чл.-корр. АН СССР *Л. Б. Окунь*, канд. физ.-мат. наук *Я. А. Пяста*,
д-р физ.-мат. наук *В. Б. Сандомирский*,
чл.-корр. АН СССР *В. Д. Шафранов*

ОТ РЕДАКТОРА

Настоящий четвертый том серии ИНТ «Физика плазмы» содержит четыре обзора. Первые два из них посвящены теории нелинейных волновых процессов в плазме.

В обзоре «Солитоны в плазме», написанном кандидатом физико-математических наук Ю. А. Даниловым совместно с доктором физико-математических наук В. И. Петвиашвили, излагаются достижения теории локализованных в пространстве и не распадающихся волновых образований. Солитоны — замечательный физический объект. Они представляют собой как бы фундаментальные структуры нелинейных волновых процессов с дисперсией и важны не только в гидродинамике и физике плазмы, но и во многих других областях физики. Развитие теории солитонов, как одномерных, так и в особенности неодномерных — несомненная заслуга физики высокотемпературной плазмы. Хотя солитоны на воде были открыты Дж. С. Расселом еще в 1838 г., а уравнение, описывающее солитоны, было получено Кортевегом и де Фризом в 1895 г., о них впоследствии фактически забыли. Солитоны были заново открыты при исследовании бесстолкновительных ударных волн в плазме с магнитным полем. Сначала Р. З. Сагдеев в 1958 г. показал, что ионно-звуковые и магнитозвуковые колебания могут распространяться в виде уединенной волны. Сам термин «солитон» был введен в 1965 г. американскими теоретиками Н. Забуски и М. Крускалом, показавшими, что уравнение Кортевега — де Фриза обладает «скрытно линейными свойствами». Большой вклад в развитие теории солитонов внесли советские исследователи В. Е. Захаров, А. Б. Шабат и Л. Д. Фаддеев, Б. Б. Кадомцев и В. И. Петвиашвили, В. Б. Матвеев, С. П. Новиков и другие. В настоящее время теория солитонов выросла в целое сложное направление в математике. В представленном обзоре авторы ограничиваются теми вопросами теории, которые имеют непосредственное отношение к физическим процессам.

Особую роль для плазмы играют ленгмюровские солитоны — локализованные волновые пакеты ленгмюровских колебаний, впервые найденные Л. И. Рудаковым. Они лежат в основе теории турбулентности плазмы, возникающей при введении в нее большой мощности. Второй обзор сборника «Сильная ленг-

мюровская турбулентность и турбулентный нагрев», написанный доктором физико-математических наук А. С. Кингсеппом, знакомит с состоянием этой теории, играющей важную роль в инерционно-лазерном и пучковом управляемом термоядерном синтезе.

Третий обзор, написанный кандидатом физико-математических наук Л. М. Алексеевой «Магнитосфера Земли. Строение и физика» включен в сборник для ознакомления, главным образом, физиков, занимающихся лабораторной плазмой, с одним из важных космических плазменных объектов. Хотя систематическое исследование околоземной плазмы началось несколько позже работ по термоядерному синтезу, к настоящему времени, благодаря использованию летательных аппаратов, получена большая информация о физических процессах в плазме магнитосферы Земли. Она несомненно имеет важное значение для развития физики плазмы в целом.

Наконец, последний обзор в сборнике докторов физико-математических наук В. И. Когана и В. С. Лисицы «Радиационные процессы в плазме» можно рассматривать как продолжение обзора этих авторов «Атомные процессы в плазме» в т. 3. Однако здесь главное внимание уделяется не диагностике, а энергобалансу высокотемпературной плазмы, находящейся в магнитном поле. Наряду с тормозным и фоторекомбинационным здесь рассмотрено также и циклотронное излучение. Одна из глав посвящена учету реабсорбции излучения в плазме. А в конце обзора дана сводка сведений о возможных топливных смесях в термоядерном реакторе.

Все обзоры ставят цель ознакомить с состоянием данной области науки достаточно широкий круг физиков, не являющихся в ней специалистами.

Содержание предыдущего выпуска серии (т. 3):

В. С. Лисица, В. И. Коган. Атомные процессы в плазме.

С. И. Яковленко. Плазма для лазеров.

Ю. В. Мартыненко. Взаимодействие плазмы с поверхностями.

А. А. Иванов. Неравновесная плазма для химии.

Л. М. Коврижных. Неоклассическая теория процессов переноса в тороидальных магнитных ловушках.

В этом же выпуске дана сводка обзоров, вошедших в том 1 и 2 серии.

СОЛИТОНЫ В ПЛАЗМЕ

Ю. А. Данилов, В. И. Петвишвили

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	5
2. Получение солитоноподобных решений для стекающей пленки вязкой жидкости методом стабилизирующего множителя	6
3. Многомерное обобщение уравнения Кортевега-де Фриза для ионно-звуковых волн	10
4. Уединенный вихрь дрейфовой моды в плазме и в планетных атмосферах	15
5. Дальнейшее обобщение метода стабилизирующего множителя и уединенные тороидальные вихри в магнитной гидродинамике	19
6. Устойчивость многомерных солитонов. Нелинейное уравнение Шредингера	22
7. Устойчивые сферически симметричные ленгмюровские солитоны в плазме	27
8. Ленгмюровские волны в магнитном поле	30
9. Плазменные солитоны, локализованные поперек сильного магнитного поля	31
10. Диамагнетизм при высоких частотах и циклотронные солитоны	37
11. Неупругое столкновение солитонов	39
12. Нерасплывающиеся волновые пакеты как инварианты преобразований, допускаемых уравнениями	41
13. Заключение	45
Литература	46

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящий обзор посвящен некоторым сильно нелинейным эффектам, наблюдаемым в лабораторной и космической плазме. Рассмотрены также некоторые нелинейные эффекты в жидкости, представляющие ввиду их наглядности общезначительный интерес.

Эволюция начального возмущения в диспергирующей среде происходит под влиянием двух противоборствующих факторов: нелинейности и дисперсии.

Нелинейность, т. е. зависимость поведения волнового пакета от его амплитуды, как правило, налагает определенные связи на фазы и амплитуды гармоник, образующих волновой пакет, и приводит к генерации гармоник с большими волновыми числами, что завершается опрокидыванием волны или коллапсом.

Дисперсия, т. е. зависимость групповой скорости волн от волнового числа, приводит к расплыванию волнового пакета

вследствие перемешивания фаз образующих его гармоник во времени.

Нелинейность, генерируя гармоники с большими волновыми числами, усиливает диссипацию волновых пакетов. Дисперсия, перемешивая фазы, подавляет этот процесс, поэтому при равных затратах энергии уровень колебаний в диспергирующей среде гораздо выше, чем в недиспергирующей среде.

На некоторых ветвях колебаний между нелинейными и дисперсионными эффектами может устанавливаться равновесие. В этом случае возникают нелинейные волны и солитоны [1—3]. Под солитонами мы будем понимать стационарные волны, локализованные в пространстве. Если система допускает двумерные или трехмерные солитоны, то уровень колебаний в ней может быть еще выше, так как солитон препятствует расплыванию энергии волн.

В неустойчивой недиспергирующей среде нелинейность может уравниваться вязкой диссипацией. В этом случае могут возникать диссипативные солитоны.

Устойчивость солитонов представляет весьма сложную проблему. Особенно далека она от решения в случае многомерных и диссипативных солитонов, где часто приходится ограничиваться лишь качественными соображениями. Например, если плотность энергии в солитоне возрастает с энергией солитона, то солитон может быть устойчивым.

Решающее влияние на развитие теории нелинейных волн оказала идея Кортвега и де Фриза. Суть ее состоит в том, что волновые уравнения удается значительно упростить, не утрачивая при этом основных особенностей описываемых ими явлений. Необходимо только следить за сохранением дисперсионных и нелинейных членов с одинаковой степенью точности. При этом часто оказывается, что одни и те же уравнения описывают явления различной физической природы.

Идея построения упрощенных уравнений довольно долго не привлекала внимания из-за того, что решить даже упрощенные уравнения представлялось весьма сложной задачей. В настоящее время трудности удалось отчасти преодолеть с помощью метода обратной задачи теории рассеяния [3] и других математических процедур или численного счета, основанного на новых идеях (в частности, метода стабилизирующего множителя, излагаемого в следующем разделе).

2. ПОЛУЧЕНИЕ СОЛИТОНОПОДОБНЫХ РЕШЕНИЙ ДЛЯ СТЕКАЮЩЕЙ ПЛЕНКИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ

В работе [4] описаны двумерные подковообразные солитоны, визуально наблюдаемые на пленке вязкой (с малыми числами Рейнольдса) жидкости, стекающей по вертикальной стен-

ке. Выведенное в ней уравнение течения пленки учитывает нелинейность, зависимость от двух пространственных координат, поверхностное натяжение и вязкость. Его солитонное решение находится в хорошем согласии с экспериментально наблюдаемым солитоном. Решение воспроизводит даже слабый осциллирующий предвестник реально наблюдаемого солитона (рис. 1, 2).

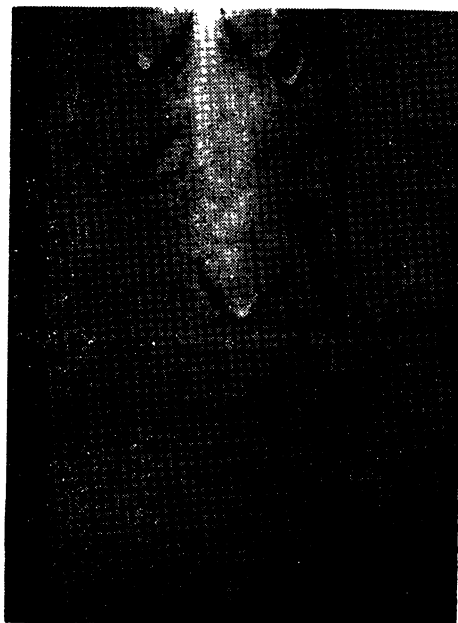


Рис. 1. Солитон на вязкой пленке жидкости, стекающей вертикально

Упрощенное уравнение было получено разложением уравнения Навье-Стокса в ряд по следующим малым параметрам: толщине пленки, амплитуде и числу Рейнольдса. Вид упрощенного уравнения можно варьировать, выбирая различные члены, выведенные в многочисленных работах, ссылки на которые приведены в [4].

Удерживая наиболее важные из этих членов, получаем уравнение в безразмерном виде

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 h = 0. \quad (2.1)$$

Оно выведено в системе отсчета, движущейся относительно стенки со скоростью, вдвое превышающей скорость невозмущенной поверхности жидкости, h — безразмерное отклонение поверхности от положения равновесия, x — координата вдоль

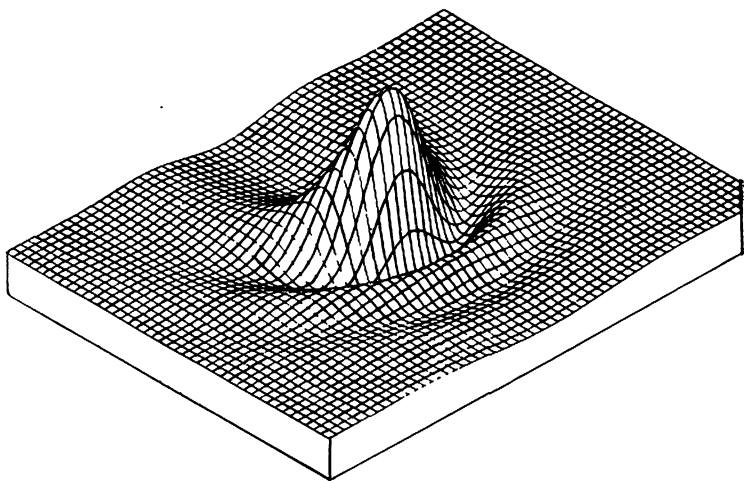


Рис. 2. Солитонное решение уравнения вязкой пленки, полученное методом стабилизирующего множителя

направления, в котором стекает жидкость, y — координата в поперечном (вдоль стенки) направлении.

Второй (нелинейный) член в уравнении (2.1) приводит к укрупнению возмущения, порождая гармоники с большими волновыми числами за счет энергии гармоник с малыми волновыми числами, которые из-за неустойчивости (третий член) стремятся возрастать. Их росту препятствует нелинейная перекачка энергии в область гармоник с большими волновыми числами, где затухание (четвертый член, учитывающий поверхностное натяжение) подавляет все остальные процессы.

Нас интересует стационарное решение уравнения (2.1), поэтому мы будем искать его в виде $h = h(x - ct, y)$, где c — безразмерная скорость волны. Поскольку решение должно быть локализовано в пространстве, его можно разложить в интеграл Фурье

$$h = \iint H_k \exp\{i[k_x(x - ct) + k_y y]\} dk, \quad H_k = H_{-k}^*, \quad (2.2)$$

где H_k — гладкая функция, локализованная в пространстве k , звездочка означает операцию комплексного сопряжения.

Подставляя (2.2) в (2.1) и производя преобразование Фурье, получаем уравнение (2.1) в интегральном виде

$$H_k = G_k N_k, \quad N_k = \frac{1}{2} \int H_{k'} H_{k-k'} dk', \quad (2.3)$$

$$G_k = ik_x / (k_x^2 - k^4 + ick_x).$$

Нелинейность входит в (2.3) в виде свертки. Условие существования солитонного решения для таких уравнений очевидно: величина G должна быть всюду конечной и стремиться к нулю при $k \rightarrow \infty$. В случае (2.3) эти условия выполняются при всех вещественных k . Попытка решить уравнение (2.3) обычным методом последовательных приближений не приводит к успеху: отображение, задаваемое уравнением (2.3), оказывается не сжимающим, и приближения расходятся. Эту расходимость удается подавить путем введения следующих интегралов и стабилизирующего множителя s [5]:

$$s = (s_1/s_2)^2, \quad s_1 = \int H_k * H_k dk, \quad (2.4)$$

$$s_2 = \int H_k * G_k N_k dk. \quad (2.5)$$

Из (2.3) видно, что если H — решение, то $s_1 = s_2$. Следовательно, решение уравнения (2.3) равносильно решению уравнения

$$H_k = s G_k N_k = F[H]. \quad (2.6)$$

Решения уравнений (2.3) и (2.6) совпадают, но степень нелинейности у этих уравнений различна: в уравнении (2.3) степень нелинейности равна 2, в уравнении (2.6) степень нелинейности равна 0. Будем решать уравнение (2.6) методом последовательных приближений, т. е. выполним последовательность преобразований

$$H^{(n+1)} = F[H^{(n)}], \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.7)$$

Если бы F была вещественной функцией, то последовательность (2.7) быстро сходилась бы к решению уравнения (2.3), причем выбор нулевого приближения почти никак не сказывался бы на числе итераций, необходимых для достижения требуемой точности. Но из-за комплексности G_k последовательность (2.7) не является, вообще говоря, ни сходящейся, ни расходящейся. Сходимость имеет место только в том случае, если скорость s равна собственному значению $c_0 = 0,62$. Тогда при $n \rightarrow \infty$ мы имеем $s \rightarrow 1$. Собственное значение c_0 можно найти, например, придавая скорости s различные значения и сравнивая возникающие при этом последовательные приближения. Солитонное решение мы находим, подставляя решение уравнения (2.6) в интеграл (2.2).

Решение уравнения (2.6) показывает, что нелинейности стабилизирует неустойчивость течения по достижении определенной формы и амплитуды волнового пакета. Следовательно, все солитоны в неустойчивой диспергирующей среде одинаковы. Приток энергии из области малых волновых чисел в таких солитонах уравновешивается диссипацией при больших волновых числах.

Но стабилизация существует только в области пространства, занятой солитоном. Вне солитона малые возмущения нарастают

бы, образуя новые солитоны. Сталкиваясь со старыми, новые солитоны, как видно из эксперимента, разрушают их и разрушаются сами. Вся картина течения в целом служит наглядным примером солитонной турбулентности: множество солитонов, случайным образом распределенных по плоскости и сталкивающихся неупруго.

Подчеркнем, что метод стабилизирующего множителя позволяет с легкостью получать солитонные решения в случаях, где другие методы непригодны.

3. МНОГОМЕРНОЕ ОБОБЩЕНИЕ УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА — ДЕ ФРИЗА ДЛЯ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Волновые уравнения в физике условно можно разделить на две группы: на уравнения акустического и оптического типов. Уравнения оптического типа отличаются от уравнений акустического типа тем, что содержат большой постоянный частотный член (плазменная частота, циклотронная частота, масса покоя и т. д.). Покажем, что акустические уравнения после упрощения сводятся к многомерным уравнениям Кортевега — де Фриза (в дальнейшем — КдФ) в изотропных [6] или анизотропных [7] средах.

В качестве примера рассмотрим ионно-звуковые волны в плазме. В отсутствие магнитного поля и при пренебрежимо малой ионной температуре уравнения движения и неразрывности для ионов принимают вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{e}{M} \nabla \Phi, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div} n_i \mathbf{v} = 0. \quad (3.2)$$

Электроны в ионно-звуковой волне имеют распределение Больцмана

$$n_e = n_0 \exp(e\Phi/T_e). \quad (3.3)$$

Плотности ионов и электронов связаны с электрическим потенциалом Φ уравнением Пуассона

$$\Delta \Phi = 4\pi e (n_e - n_i). \quad (3.4)$$

Дисперсионное уравнение для системы (3.1) — (3.4) имеет вид

$$\omega^2 = c_s^2 k^2 / (1 + D^2 k^2), \quad (3.5)$$

$$c_s^2 = T_e/M, \quad D^2 = T_e/4\pi e^2 n_0.$$

Рассмотрим волновой пакет, распространяющийся в направлении, близком к оси z . Пусть волновые числа образующих его гармоник малы и удовлетворяют неравенствам

$$kD \ll 1, \quad k_z^2 \ll k_\perp^2, \quad v \ll c_s. \quad (3.6)$$

Известно, что акустические волны с слабой дисперсией (первое неравенство в (3.6)) укрупняются в направлении распространения, поэтому в надлежащее время включается второе неравенство в (3.6). Если условия (3.6) выполнены, то дисперсионное соотношение (3.5) принимает вид

$$\omega \approx c_s k_z - c_s D^2 k_z^3 / 2 + c_s k_{\perp}^2 / 2 k_z. \quad (3.7)$$

Нас интересует решение вида

$$v = v(t, z - c_s t, r_{\perp}), \quad (3.8)$$

где v — z -компонента ионной скорости. В силу неравенств (3.6) зависимость v от второго аргумента в (3.8) сильнее, чем от остальных аргументов. Из (3.6) следует, что v гораздо больше перпендикулярной компоненты скорости.

В упрощенном акустическом уравнении достаточно ограничиться в разложении квадратичными нелинейными членами. Отбирая с учетом сказанного в системе (3.1) — (3.4) наиболее важные члены, мы получаем в системе отсчета, движущейся вдоль оси z со скоростью c_s , уравнение, которое после преобразования подобия (надлежащего выбора масштаба) приводится к виду (уравнение Кадомцева — Петвиашвили)

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} \right) = \pm \Delta_{\perp} u, \quad (3.9)$$

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Дифференцирование по t проводится в (3.9) лишь по первому аргументу в (3.8). Для ионного звука в правой части уравнения (3.9) стоит знак минус. Но имеются случаи, когда дисперсия положительна, т. е. в правой части уравнения (3.9) стоит знак плюс. Так обстоит дело, например, в случае гравитационных волн на мелкой воде с достаточно сильным поверхностным натяжением. В общем случае, если частота акустической моды возрастает с волновым числом, то дисперсия положительна, и в правой части уравнения (3.9) мы имеем знак плюс. Верно и обратное утверждение. Все члены в (3.9) по порядку величины могут быть одинаковы. Это не противоречит неравенствам (3.6).

Уравнение (3.9) описывает звуковые волны в изотропных средах. В анизотропных средах (примером их может служить плазма в магнитном поле), если характеристические частоты ионно-звукового волнового пакета много больше ионной циклотронной частоты ω_b , анизотропией можно пренебречь, и тем самым свести уравнения к уравнениям (3.9). Если же циклотронная частота ω_b много больше характеристических частот волнового пакета, то пренебрежение анизотропией становится недопустимым. В этом случае уравнение движения (3.1) принимает вид

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{e}{m} \nabla \phi + \omega_B [\zeta \mathbf{v}]. \quad (3.10)$$

Дисперсионное соотношение имеет вид

$$\omega = c_z k_z (1 - k_z^2 D^2 / 2 - k_\perp^2 r_B^2 / 2), \quad (3.11)$$

$$r_B^2 = T_e / M \omega_B^2, \quad \omega \ll \omega_B$$

(вместо прежних соотношений (3.5), (3.7)).

Дисперсия считается слабой, т. е. последние два члена в (3.11) малы. Как и в случае анизотропной среды, мы пренебрегаем поправками высшего порядка в дисперсионном соотношении и нелинейности и получаем как в [7] упрощенное уравнение, которое имеет следующий (безразмерный) вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = \mp \Delta_\perp \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (3.12)$$

Как и в (3.9), ионно-звуковое уравнение имеет в правой части (3.12) знак минус. Для некоторых других мод в правой части (3.12) получается знак плюс, соответствующий знаку плюс перед вторым или третьим членом выражения, заключенного в (3.11) в скобки.

Итак, звуковые волны описываются в изотопных средах уравнением (3.9), а в анизотропных средах — уравнением (3.12). Оба эти уравнения допускают одномерные солитонные решения с амплитудой A^2 :

$$u = 3A^2 \operatorname{ch}^{-2} [A(z - A^2 t / 2) / 2]. \quad (3.13)$$

Уравнение КдФ (которое получается, если правую часть уравнения (3.12) положить равной нулю) допускает такое же решение. Методом, развитым в [6], нетрудно показать, что такое решение устойчиво в двумерном и трехмерном пространстве, если в правых частях уравнений (3.9), (3.11) стоят нижние знаки. Если же в правых частях этих уравнений стоят верхние знаки, то решение (3.13) неустойчиво относительно возмущений, искривляющих солитоны. Такая неустойчивость вызвана тем, что при выборе верхних знаков в правых частях уравнений (3.9), (3.12) фазовые скорости малых возмущений вдоль оси меньше скорости одномерного солитона (3.13) (если же выбраны нижние знаки, то фазовые скорости возмущений произвольны).

Если одномерное солитонное решение неустойчиво (верхний знак), то уравнения (3.9) [5] и (3.12) [7] допускают двумерные и трехмерные солитонные решения. В отличие от одномерного случая, многомерные решения в случае двух и трех пространственных переменных сильно отличаются. Эти решения зависят от аргументов вида

$$u = f(z - A^2 t, r_\perp). \quad (3.14)$$

После подстановки (3.14) в (3.12), последнее уравнение переходит в простое одномерное дифференциальное уравнение [7]

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} f = f - f^2. \quad (3.15)$$

(мы предполагаем, что имеет место сферическая симметрия, и для простоты считаем, что $A=1$; r — радиус в сферической системе координат).

Подставляя (3.14) в (3.9), мы получаем уравнение

$$\Delta f = \frac{\partial^4 f}{\partial z^4} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} f^2 \quad (3.16)$$

(для простоты мы и в этом случае полагаем $A=1$), которое не сводится к одномерному дифференциальному уравнению. Солитонные решения уравнения (3.16) легко находятся методом стабилизирующего множителя [5]. При этом никакой задачи на собственные значения не возникает, так как в отличие от диссипативного солитона, рассмотренного в разделе 2, уравнение (3.16) недиссипативно.

В двумерном случае ($\partial/\partial y=0$) уравнение (3.9) удается проинтегрировать методом обратной задачи теории рассеяния [8, 9].

Своим названием метод обязан неожиданной взаимосвязи, обнаруженной между решением задачи Коши для уравнения КдФ и квантовомеханической задачей на собственные значения уравнения Шредингера с потенциалом, удовлетворяющим уравнению КдФ. Прямой задачей рассеяния в квантовой механике называется решение задачи на собственные значения уравнения Шредингера с известным потенциалом, обратной — восстановление неизвестного потенциала по так называемым данным рассеяния.

Последнее представляет собой следующее.

Пусть

$$-\frac{d^2\psi}{dx^2} + u(x, t)\psi = \lambda\psi \quad (3.17)$$

— уравнение Шредингера с потенциалом $u(x, t)$, удовлетворяющим уравнению КдФ. При $t=0$ решение $u(x, t)$ совпадает с заданной на всей оси функцией $f(x)$ (данными Коши), свойства которой обеспечивают разрешимость задачи (3.17).

Оператор $L \equiv -d^2/dx^2 + u(x, t)$ имеет не более чем конечное число дискретных собственных значений $\lambda = -\kappa^2$, которые все отрицательны и невырождены. Соответствующие собственные функции ψ_n с нормировкой

$$\psi_n \rightarrow e^{-\kappa_n x}, \quad x \rightarrow \infty \quad (3.18)$$

являются вещественными и

$$\psi_n \rightarrow c_n e^{i n x} \text{ при } x \rightarrow +\infty \quad (3.19)$$

Кроме того, оператор L обладает непрерывным спектром $\lambda = k^2$, заполняющим полуось $0 < \lambda < \infty$. Собственные функции непрерывного спектра определяются нормировкой

$$\psi(x, k) \rightarrow e^{i k x}, \quad x \rightarrow +\infty \quad (3.20)$$

и дважды вырождены: каждому $\lambda = k^2$ кроме $\psi(x, k)$ соответствует также комплексно-сопряженная функция $\psi^*(x, k)$. При $x \rightarrow -\infty$ собственные функции непрерывного спектра имеют асимптотику

$$\psi(x, k) \rightarrow a(k) e^{i k x} + b(k) e^{-i k x} \quad (3.20a)$$

Величины λ_n , c_n , $a(k)$, $b(k)$ называются данными рассеяния для оператора L .

Заметим, что в (3.17) время t входит как параметр. Если $u(x, t)$ удовлетворяет уравнению КдФ, то данные рассеяния для оператора L изменяются во времени достаточно просто, что позволяет решать для уравнения КдФ задачу Коши по следующей схеме:

1) по заданному потенциалу $u(x, 0) = f(x)$ — начальному значению пока неизвестного решения уравнения КдФ — найти, решив прямую задачу рассеяния, данные рассеяния λ_n , $c_n(0)$, $a(k, 0)$, $b(k, 0)$;

2) разрешив уравнение (3.17) относительно u и подставив полученное выражение в уравнение КдФ, получить зависимость данных рассеяния от времени λ_n , $c_n(t)$, $a(k, t)$, $b(k, t)$;

3) методом обратной задачи теории рассеяния найти $u(x, t)$, т. е. подставив данные рассеяния в интегральное уравнение Гельфанда—Левитана—Марченко [3], [37]

$$K(x, y) + B(x+y) + \int_x^\infty B(y+z) K(x, z) dz = 0, \quad (3.21)$$

где

$$B(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n^2 e^{-i n \zeta} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} b(k) e^{i k \zeta} d\zeta, \quad (3.22)$$

и решив его, найдем функцию

$$u(x, t) = -2\partial/\partial x K(x, x, t), \quad (3.23)$$

удовлетворяющую уравнению КдФ с начальным условием $u(0, x) = f(x)$.

Первоначально метод обратной задачи теории рассеяния выглядел как своего рода курьез или искусственный прием для решения узкой частной задачи, но постепенно превратился в один из наиболее эффективных методов современной математической физики. В частности, как уже говорилось, он оказался полезен и при решении двумерного аналога КдФ — уравнения (3.9).

В [10, 11] с помощью соображений теории римановых поверхностей найдено замечательное по своей простоте решение уравнения (3.16),

$$t = 12(3 - z^2 + x^2)/(3 + z^2 + x^2)^2, \quad (3.24)$$

Это решение хорошо согласуется с численным решением, полученным в [5]. Двумерные многосолитонные решения уравнения (3.9) также имеют очень простой вид. Трехмерные аналитические решения уравнения (3.9) и неоднородные решения уравнения (3.12) неизвестны. Солитоны, зависящие более чем от одной координат (как, например, решения уравнения (3.16)), чтобы подчеркнуть их отличие от солитонов, зависящих от одной координаты (как, например, решения уравнения (3.15)), мы будем называть существенно многомерными или просто многомерными солитонами.

4. УЕДИНЕННЫЙ ВИХРЬ ДРЕЙФОВОЙ МОДЫ В ПЛАЗМЕ И В ПЛАНЕТНЫХ АТМОСФЕРАХ

В предыдущем разделе упрощенное уравнение для ионного звука в магнитном поле было выведено в предположении, что зависимость волны от координаты z вдоль магнитного поля достаточно сильная. Если эта зависимость слабая (волновой пакет вытянут вдоль магнитного поля), то в неоднородной плазме ионно-звуковая частота изменяется под влиянием дрейфовой скорости и нелинейность поперек магнитного поля может оказаться более сильной, чем рассмотренная в предыдущем разделе нелинейность по оси z .

Если дрейфовая частота много больше ионно-звуковой частоты, то дисперсионное соотношение потенциальных волн принимает вид

$$\omega = k_y v_* / (1 + k_{\perp}^2 r_B^2) + k_z^2 c_s^2 / k_y v_*, \quad (4.1)$$

$$c_s \ll \omega / k_z \ll v_{Te}, \quad v_A; \quad v_* = -\omega_B r_B^2 \frac{\partial \ln n_0}{\partial x},$$

где c_A — альфвеновская частота, v_{Te} — тепловая скорость электронов.

Дрейфовые волны описываются той же системой (3.10), (3.2), (3.3), (3.4), что и ионно-звуковые, только невозмущенная плотность n_0 и температура T_e электронов, входящие в (3.3), рассматриваются как функции от координаты x , направленной поперек магнитного поля \mathbf{B} . В этом случае дрейфовая скорость v_* направлена вдоль оси y .

Дрейфовая волна имеет малую частоту. Если ее амплитуда также мала, то уравнение (3.10) можно разложить в ряд по степеням ω_B^{-1} . Первые члены разложения приводят к следующему выражению для скорости ионов поперек магнитного поля:

$$\mathbf{v}_\perp = r_B^2 \omega_B \left\{ [\zeta \nabla \psi] - \left(\frac{1}{\omega_B} \frac{\partial}{\partial t} + r_B^2 [\zeta \nabla \psi] \cdot \nabla \right) \nabla \psi \right\} + \dots, \\ \psi = e\Phi/T_0, \quad T_0 \gg T_i, \quad (4.2)$$

где ξ — единичный вектор вдоль магнитного поля, T_0 — электронная температура на плоскости $x=x_0$, вдоль которой распространяется волновой пакет. Если плазма достаточно плотная, то плотность можно считать равной плотности электронов (3.3). Подставляя (4.2) и (3.3) в уравнение неразрывности и пренебрегая ионной скоростью вдоль оси z , получаем единственное уравнение для безразмерного электрического потенциала ψ

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi - \Delta \psi) + v_* (1 - \eta \psi) \frac{\partial \psi}{\partial y} = [\nabla \psi \nabla \Delta \psi], \quad (4.3) \\ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \eta = \partial \ln T / \partial \ln n.$$

где время измеряется в единицах ω_B^{-1} , координаты в единицах r_B , а зависимостью от z мы пренебрегаем. В низшем порядке это уравнение описывает волны, распространяющиеся со скоростью $v_* = -\partial \ln n_0 / \partial x$ в предположении, что нелинейность и дисперсионный член $\Delta \psi$ малы. В этом случае уравнение допускает дальнейшее упрощение и приводится к виду

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + v_* \frac{\partial}{\partial y} (\psi + \gamma_1 \Delta \psi - \eta \psi^2 / 2) = \gamma_2 [\nabla \psi \nabla \Delta \psi]. \quad (4.3a)$$

В нашем случае $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$. Уравнение, аналогичное (4.3), но без важного нелинейного члена в левой части (температура предполагалась постоянной), было получено и исследовано в [12]. В [13] было замечено, что зависимость температуры от пространственной координаты обуславливает описанную выше нелинейность, и получен одномерный солитон. В [14] методом, предложенным в [6], было показано, что такие солитоны неустойчивы и что уравнения (4.3) и (4.3a) допускают двумерные солитонные решения, распространяющиеся в направлении y со скоростями, превышающими v_* .

Итак, нас интересуют стационарные решения уравнений (4.3), (4.3a), локализованные в пространстве и распространяющиеся вдоль оси y со скоростью u :

$$\psi = \psi(y - ut, x). \quad (4.4)$$

Подставляя (4.4) в (4.3) или в (4.3a), получаем уравнение в частных производных, которое решается с помощью подстановки

$$\Delta \psi = \frac{\partial}{\partial \psi} F(\psi, x). \quad (4.5)$$

После подстановки и несложных преобразований находим

$$\gamma_1 \Delta \psi = A^2 \psi - (\mu - \eta) \psi^2 + g(\psi - ux), \\ A^2 = 1 - v_* / u, \quad \mu = \partial v_*^{-1} / \partial x. \quad (4.6)$$

Производными более высокого порядка от v , и кубической нелинейностью пренебрегаем, g — произвольная функция, описывающая влияние неоднородности окружающего потока, если таковой имеется. Механизм сдвиговых неустойчивостей позволяет потоку влиять на солитонное решение. Приток энергии от потока может компенсироваться вязкой или турбулентной диссипацией, поэтому учитывая одновременно неустойчивость и диссипацию, мы получили бы диссипативный солитон, как в разделе 2.

В отсутствие нелинейных членов в уравнении (4.6) ($\eta = \mu = 0$) солитонное решение можно построить, выбирая функцию g следующим образом: $g=0$ при $r>0$, $g=(\psi-ux)G$ при $r<a$. Параметры u и G — константы, значения которых определяются из условий непрерывности решения и его производных на границе $r=a$, $r^2=x^2+(y-ut)^2$. В этом случае уравнение (4.6) допускает простое решение, симметричное по y и антисимметричное по x . Оно было найдено в [15] и состоит из горба и впадины, экспоненциально убывающих при $r \rightarrow \infty$.

В общем случае даже слабая зависимость дрейфовой скорости или температуры от координат приводит к весьма сильной нелинейности и возникновению нового решения, в котором для простоты мы выберем $g=0$ как при $r<a$, так и при $r>a$. Уравнение (4.6) допускает при этом солитонное решение вида

$$\psi = \frac{2A^2}{\mu - \eta} f(\rho), \quad \rho = Ar, \quad (4.7)$$

где f — солитонное решение уравнения

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial f}{\partial \rho} = f - f^2. \quad (4.8)$$

В [14] учтена слабая зависимость дрейфовых волн от координаты z . Показано, что эта зависимость приводит к небольшому наклону оси солитона к оси z , которое при конечной скорости солитона вдоль магнитного поля приводит к больцмановскому распределению для электронов. Из (4.7) видно, что для возникновения солитонного решения необходим градиент температуры или дрейфовой скорости. Из (4.2) мы заключаем, что в электрическом поле внутри солитона электроны и ионы движутся, как в вихре. Это наводит на мысль об аналогии между солитоном и уединенной конвективной ячейкой. Когда солитон доходит до заданной точки пространства, в ней возникает вихревое движение частиц плазмы. После прохождения солитона частицы не возвращаются в исходное состояние, вследствие чего начальные градиенты температуры становятся менее резкими. Если число солитонов в плазме достаточно велико, то теплопроводность плазмы поперек магнитного поля может значительно увеличиться. В работе [12] была отмечена аналогия между дрейфовыми волнами и волнами Россби, обусловленная аналогией между силами Лоренца и Кориолиса. В работе [16]

на основе этой аналогии было выведено упрощенное уравнение для волн Россби для «мелкой» вращающейся атмосферы, которое с точностью до коэффициентов совпадает с уравнениями (4.3), (4.3а).

Полученные в этом разделе решения соответствуют Большому Красному Пятну на Юпитере, другим «пятнам» на Юпитере и Сатурне, а также антициклонам в земной атмосфере. Они обращаются в направлении, противоположном направлению вращения планеты, и распространяются со скоростью, несколько превышающей скорость Россби v_* . Доказательство устойчивости таких решений приведено в разделе 6. Оно основано на существовании у уравнения (4.3а) интегралов движения

$$\begin{aligned} N &= \int \psi^2 d\mathbf{r}, \\ H &= \int \left[\gamma_1 (\nabla\psi)^2 + \frac{\eta}{3} \psi^3 \right] d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Последний интеграл сохраняется точно лишь при $v_* = \text{const}$, $\mu = 0$.

В лабораторных условиях солитоны (уединенные вихри) этого типа можно наблюдать на мелкой воде во вращающемся осесимметричном сосуде, профиль которого выбран так, чтобы толщину пленки вращающейся жидкости в достаточно хорошем приближении можно было считать постоянной. Величина ψ (относительное отклонение поверхности пленки от состояния равновесия) удовлетворяет уравнению (4.3а), в котором теперь

$$\begin{aligned} v_* &= \left(1 + \frac{R^2}{rH_0} \frac{\partial H_0}{\partial s} \cos^3 \alpha \right) \frac{H_0}{2R} \frac{r\omega}{\cos^2 \alpha}, \\ \gamma_1 &= \frac{H_0 R}{4}, \quad \gamma_2 = \omega H_0^2 R^2 \cos^3 \alpha / 8, \\ \eta &= -H_0 r \omega (v_* R \cos^2 \alpha)^{-1}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

где H_0 — толщина пленки жидкости, R — максимальный радиус кривизны поверхности жидкости в заданной точке, r — расстояние от оси вращения, y — координата вдоль касательной к поверхности в горизонтальном направлении, s — координата в направлении, перпендикулярном y , ω — угловая частота вращения, α — угол между поверхностью жидкости и горизонтальной плоскостью, ξ — единичный вектор, перпендикулярный поверхности, дифференцирование производится по координатам y , s . Вязкость считается пренебрежимо малой.

Идея такого эксперимента [16] была осуществлена М. В. Незлиным и его сотрудниками [17]. Уединенный вихрь в жидкости возбуждался вращением небольшого диска в стенке сосуда. После остановки диска вихрь приобретал форму солитона и двигался в горизонтальном направлении против дви-

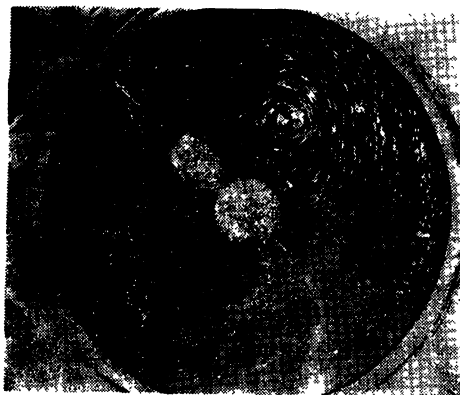


Рис. 3. Солитон волн Россби во вращающемся параболическом сосуде с тонким слоем жидкости

жения сосуда в соответствии с решением уравнения (4.3а) (рис. 3). Время жизни вихря ограничивают только эффекты вязкости. Наблюдения показали, что влияние неоднородности в толщине пленки на скорость солитона согласуется с (4.10).

5. ДАЛЬНЕЙШЕЕ ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ И УЕДИНЕННЫЕ ТОРОИДАЛЬНЫЕ ВИХРИ В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

В изотропной плазме достаточно протяженные крупномасштабные температурные или сдвиговые неустойчивости могут приводить к возникновению уединенных тороидальных вихрей. Магнитное поле и векторы скорости в таких вихрях располагаются вблизи тороидальных поверхностей. Пренебрегая неустойчивостью или эффектами вязкости, мы приходим к условию, что вдали от вихря магнитное поле и скорость стремятся к нулю. Рассмотрим осесимметричный случай. Пусть

$$\mathbf{q} = \sqrt{4\pi\rho\nu}, \quad (5.1)$$

где ρ — плотность плазмы. Тогда МГД уравнения плазмы в стационарном случае можно преобразовать к виду

$$[\mathbf{B} \text{rot } \mathbf{B}] - [\mathbf{q} \text{rot } \mathbf{q}] = \nabla(4\pi\rho + q^2/2), \quad (5.2)$$

$$\text{div } \mathbf{q} = \text{div } \mathbf{B} = \text{rot}[\mathbf{q}\mathbf{B}] = 0. \quad (5.3)$$

Выберем магнитное поле и плотность в цилиндрической системе координат следующим образом:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} [e_\varphi \nabla \psi] + e_\varphi f(\psi)/2, \quad (5.4)$$

$$\rho = \rho(\psi), \quad (5.5)$$

где e_φ — единичный вектор в азимутальном направлении, f/r — тороидальная компонента магнитного поля. Мы предполагаем, что существует семейство вложенных друг в друга тороидальных поверхностей $\psi(r, z) = \text{const}$, служащих поверхностями уровня для плотности ρ (плотность постоянна на каждой такой поверхности).

Рассмотрим два возможных состояния равновесия: когда вектор \mathbf{q} пропорционален и параллелен вектору \mathbf{B} [18] и когда вектор \mathbf{q} имеет только тороидальную компоненту [19].

В первом случае

$$\mathbf{q} = M\mathbf{B}, \quad (5.5)$$

где M — (постоянное) число Маха, т. е. отношение скорости плазмы в альфвеновской скорости. Система уравнений (5.2) — (5.5) сводится к уравнениям

$$\Delta_1 \psi = -r^2 F' - f f', \quad \Delta_1 = r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (5.6)$$

$$4\pi\rho + q^2/2 = (1 - M^2) F(\psi). \quad (5.7)$$

Произвольная функция F задает распределение динамического давления на магнитных поверхностях.

Уравнение (5.6) допускает солитонное решение, если f , F удовлетворяют некоторым условиям. Мы выбираем эти функции так, чтобы уравнение (5.6) максимально походило на уравнение для солитонов:

$$F = -A^4 \psi^2/2, \quad f f' = D^2 \psi^2. \quad (5.8)$$

Соображения устойчивости, о которых пойдет речь в следующем разделе, требуют, чтобы степень нелинейности была минимальной. Функции (5.8) обеспечивают автомодельность солитона. Масштабное преобразование (подобия) позволяет избавиться от постоянных A , D . Действительно, полагая

$$\begin{aligned} r &= \rho/A, \quad z = \zeta/A, \quad \psi = (A/D)^2 \varphi, \\ \rho &= A^3 \theta / 8\pi D^4, \end{aligned} \quad (5.9)$$

преобразуем (5.6), (5.7) к виду

$$\begin{aligned} \Delta_* \varphi &= \rho^2 \varphi - \varphi^2, \\ \Delta_* &= \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \rho^{-1} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Выбирая распределения динамического давления и тороидального магнитного поля, мы получаем уравнение, описывающее семейство тороидальных уединенных вихрей различной амплитуды. Эти вихри автомодельны и отличаются константами A , D и числом Маха M . Граничные условия в уравнении (5.10) однородны: φ стремится к нулю на бесконечности. Уравнение (5.10) можно решить методом стабилизирующего множителя [5]. Разложив φ в интеграл Фурье

$$\varphi = \int \varphi_k(\rho) \exp(ik\zeta) dk, \quad \varphi_k = \varphi_{-k} = \varphi_k^*, \quad (5.11)$$

произведем преобразование Фурье над уравнением (5.10) и получим

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \rho^2 - k^2 \right) \varphi_k = N_k(\rho) = \int \varphi_{k'} \varphi_{k-k'} dk'. \quad (5.12)$$

Вводя функцию Грина G , преобразуем (5.12) в интегральное уравнение

$$\varphi_k(\rho) = \int_0^\infty G_k(\rho, \rho') N_k(\rho') d\rho', \quad (5.13)$$

Для дальнейшего существенно, что функция G регулярна и локализована, что является следствием неосциллирующей структуры левой части уравнения (5.12). Регулярность и локализованность функции Грина G позволяют воспользоваться для получения решения уравнения (5.13) методом последовательных приближений со стабилизирующим множителем, как в разделе 2.

Следуя этому методу, введем интегралы

$$s = (s_1/s_2)^2, \quad s_1 = \int \varphi_k^2 d\rho dk, \quad (5.14)$$

$$s_2 = \int \varphi_k \int G_k N_k d\rho' d\rho dk. \quad (5.15)$$

Умножив правую часть уравнения (5.13) на s , получим последовательные приближения так же, как в разделе 2. Функцию G вычислим заранее, для чего найдем независимые решения уравнения (5.12) с нулевой правой частью. Примерно через 20 итераций разность $|s-1|$ становится величиной порядка 10^{-4} [20] (рис. 4).

Во втором случае вместо (5.5) выберем скорость, имеющую только тороидальную компоненту, как во вращающемся проводящем теле

$$q_\varphi = rg(\psi). \quad (5.16)$$

Тогда с учетом (5.4), (5.5), (5.16) из уравнения (5.2):

$$\Delta_1 \psi = -r^2 F' - ff' + r^4 gg', \quad (5.17)$$

$$4\pi p - q^2/2 = F(\psi).$$

Поскольку нас интересуют солитоноподобные решения, выберем

$$F = D^2 \psi^3/3, \quad gg' = A^6 \psi, \\ g = \sqrt{g_0^2 - A^6 \psi^2}, \quad f = 0. \quad (5.18)$$

Поскольку ψ убывает на бесконечность, из (5.16) и (5.18) мы заключаем, что солитоны рассматриваемого нами типа могут существовать только в центре вращающейся плазмы. На больших расстояниях от солитона вращение бесшдвиговое с азиму-

тальной компонентой равной $q = rg_0$. После масштабного преобразования система (5.17), (5.18) приводится к уравнению (рис. 5):

$$\Delta_* \varphi = \rho^4 \varphi - \rho^2 \varphi^2. \quad (5.19)$$

Трудности, возникающие при рассмотрении солитонов в однородном внешнем магнитном поле или поле скоростей, обусловлены наличием сепаратрисы.

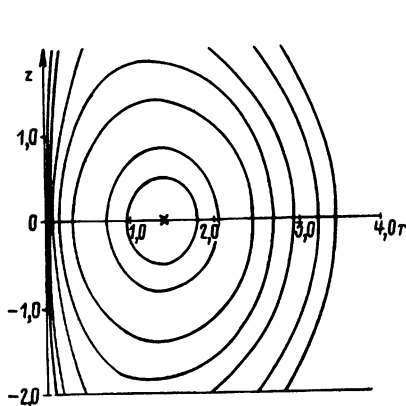


Рис. 4. Рельеф функции тока в уединенном тороидальном вихре, в котором скорость плазмы параллельна магнитному полю

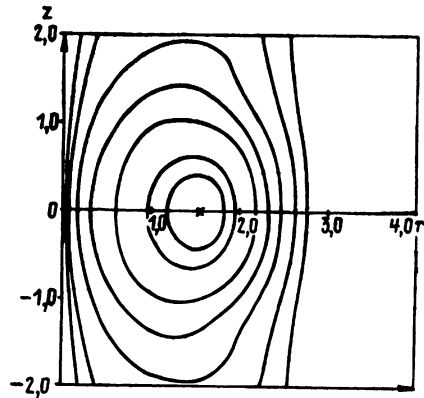


Рис. 5. Рельеф функции тока в уединенном тороидальном вихре, в котором магнитное поле полоидально, а скорость тороидальна

6. УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОМЕРНЫХ СОЛИТОНОВ. НЕЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

Устойчивость многомерных солитонов представляет собой проблему не менее трудную, чем, например, устойчивость плазмы в магнитной ловушке.

Проблема устойчивости недиссипативных солитонов несколько проще. Такие солитоны могут быть устойчивыми, если соответствующее уравнение сохраняет нужные интегралы. Обычно упрощенные уравнения сохраняют больше интегралов, чем исходные, поэтому солитонные решения упрощенного уравнения в отличие от решений исходных уравнений могут оказаться устойчивыми. Связано это с тем, что при ограничениях, налагаемых при упрощении, решения полных уравнений неустойчивы, но их неустойчивость настолько слабая, что ею можно пренебречь.

Например, решения уравнения Клейна—Гордона со степенной нелинейностью неустойчивы даже в одномерном случае, в то время как нелинейное уравнение Шредингера (выведенное из уравнения Клейна—Гордона при упрощающем предположе-

нии о том, что энергия покоя больше кинетической энергии) обладает устойчивыми решениями в трехмерном случае, если степень нелинейности не слишком высока [21].

Доказательство устойчивости можно получить с помощью критерия Ляпунова. Например, рассмотрим дрейфовые солитоны. В разделе 4 было показано, что уравнение (4.3а) сохраняет интегралы (4.9).

Если бы нам удалось показать, что при заданном N величина H ограничена снизу, то это означало бы, что H достигает условного минимума на солитонном решении и малые возмущения не могут разрушить солитон. Из неравенства Гёльдера получаем

$$\left(\int \psi^3 d\mathbf{r}\right)^2 \leq \int \psi^4 d\mathbf{r} N. \quad (6.1)$$

Используя это неравенство в двумерном пространстве, находим

$$\int \psi^4 d\mathbf{r} \leq 2NK, \quad K = \int |\nabla\psi|^2 d\mathbf{r}. \quad (6.2)$$

Комбинируя (6.1) и (6.2), получаем для H неравенства

$$H \geq \gamma_1 K - |\eta| \sqrt{2NK} / 3. \quad (6.3)$$

$$H \geq -\eta^2 N / 9\gamma_1, \quad (6.4)$$

Тем самым устойчивость солитонных решений уравнения (4.3а) доказана.

В [7] аналогичным образом была доказана устойчивость трехмерных ионно-звуковых солитонов в магнитном поле (решения уравнения (3.12)). Единственное различие состояло в том, что вместо (6.2) авторы использовали в трехмерном случае неравенство

$$\left(\int \psi^4 d\mathbf{r}\right)^2 \leq \frac{64}{27} NK^3. \quad (6.5)$$

Аналогичным образом можно исследовать устойчивость солитонных решений нелинейного уравнения Шредингера. В работе [21] был применен другой подход, приводящий к удобному критерию устойчивости. Приведем несколько другой вывод этого критерия, носящего весьма общий характер.

Нелинейное уравнение Шредингера имеет вид:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \Delta \psi - U(\varphi) \psi = 0, \quad \varphi = |\psi|^2 \quad (6.6)$$

и сохраняет следующие интегралы: «число частиц»

$$N = \int |\psi|^2 d\mathbf{r} \quad (6.7)$$

и функционал Гамильтона

$$H = \int \left(|\nabla\psi|^2 + \int U d\varphi \right) d\mathbf{r}. \quad (6.8)$$

Общее стационарное решение уравнения (6.6) имеет вид:

$$\psi = \psi_s(r - 2kt)\sigma, \quad (6.9)$$

$$\sigma = \exp i[-(E_s + k^2)t + \mathbf{k}\mathbf{r}],$$

где \mathbf{k} — произвольный постоянный вектор, E_s — постоянная, а ψ_s удовлетворяет уравнению

$$\Delta\psi_s + [E_s - U(\varphi_s)]\psi_s = 0, \quad \varphi_s = \psi_s^2, \quad (6.10)$$

из которого следует, что ψ_s — вещественная функция. Зависимость ее от координат называется амплитудной модуляцией, множитель σ задает фазовую модуляцию. Уравнение (6.9) допускает трехмерные периодические решения, а также солитонные решения, которые сферически симметричны.

Рассмотрим солитонные решения. Для их существования достаточно наличие потенциальной ямы в области малых φ , что эквивалентно условию отрицательности производной функции U в той области. Предположим для простоты, что $U(0) = 0$. Солитон можно рассматривать, как волну, запертую в потенциальной яме, его энергия E_s отрицательна. Как и в предыдущем случае, для устойчивости солитона достаточно, чтобы функционал (6.8) был ограничен снизу при постоянном N . Существование такого условного минимума зависит от вида потенциальной функции U .

Выведем функционал

$$W = H - E_s N. \quad (6.11)$$

Энергия солитона E_s входит в правую часть (6.11) как множитель Лагранжа. Первая вариация функционала (6.11) дает уравнение (6.10). Если бы вторая вариация H была бы положительна, то минимум существовал бы. Запишем вариацию в виде

$$\psi = \psi_s + \delta\psi, \quad \delta\psi = \varphi_1 + i\varphi_2, \quad (6.12)$$

где φ_1 , φ_2 и ψ_s — вещественные функции. Фазовый множитель σ в (6.9) не влияет на устойчивость солитона, поэтому, не ограничивая общности, мы полагаем $k = 0$. Подставляя (6.12) в (6.11), получаем с учетом (6.10) вторую вариацию в виде

$$\delta^2 H = \int (\varphi_1 L_1 \varphi_1 + \varphi_2 L_0 \varphi_2) d\mathbf{r}, \quad (6.13)$$

где L_0 и L_1 — операторы

$$L_0 = -\Delta + U_s - E_s, \quad (6.14)$$

$$L_1 = L_0 + U_s' \varphi_s$$

(штрих означает дифференцирование). Эти операторы из (6.10) порождают уравнения

$$L_0 \psi_s = 0, \quad L_1 \nabla \psi_s = 0, \quad (6.15)$$

$$L_1 (\partial \psi_s / \partial E_s) = \psi_s. \quad (6.16)$$

Мы рассматриваем решение уравнения (6.10) не имеющее узлов, поэтому ψ_s — собственная функция основного состояния оператора L_0 . Следовательно, для произвольных функций выполняется неравенство

$$\int \Phi_2 L_0 \Phi_2 d\tau \geq 0, \quad (6.17)$$

и для доказательства положительности второй вариации $\delta^2 H$ из (6.13) достаточно доказать неравенство

$$\int \Phi_1 L_1 \Phi_1 d\tau \geq 0. \quad (6.18)$$

Если оно выполняется, то солитон устойчив как решение, минимизирующее функционал H при постоянном N .

Условие неизменности N при вариациях (6.12) в линейном приближении имеет вид

$$\int \psi_s \Phi_1 d\tau = 0. \quad (6.19)$$

Из (6.14) видно, что L_1 отличается от L_0 на отрицательный член, поэтому без условия (6.19) неравенство (6.18) заведомо не могло бы выполняться. Поскольку оператор L_1 эрмитов, он обладает полной системой собственных функций, соответствующих собственным значениям E :

$$L_1 \chi_E = E \chi_E. \quad (6.20)$$

Разложим ψ_s и произвольную функцию Φ_1 по системе собственных функций оператора L_1 :

$$\psi_s = \sum \psi_E \chi_E, \quad \Phi_1 = \sum \varphi_E \chi_E. \quad (6.21)$$

Подставляя эти разложения в (6.13) и учитывая неравенство (6.17), получаем:

$$\delta^2 H \geq \sum E |\varphi_E|^2. \quad (6.22)$$

Из (6.15) видно, что если ψ_s не имеет узлов, то собственная функция $\nabla \psi_s$ оператора L_1 , отвечающая собственному значению $E=0$, имеет узел. Следовательно, основное собственное значение E_g , соответствующее основной собственной функции (которая не должна иметь узлов), отрицательно, причем E_g — единственное отрицательное собственное значение оператора L_1 .

Подставляя разложения (6.21) в (6.19), получаем условие ортогональности в виде

$$\sum' \varphi_E \psi_E + \varphi_g \psi_g = 0, \quad (6.22')$$

где штрих означает, что суммирование производится только по состояниям с положительной энергией, а индекс g указывает на собственную функцию основного состояния оператора L_1 . Из (6.20), (6.15) следует, что если $E=0$, то $\psi_E=0$. Отсюда с помощью неравенства Гёльдера заключаем, что

$$\varphi_g^2 \psi_g^2 = (\sum' \varphi_E \psi_E)^2 \leq (\sum' E |\varphi_E|^2) (\sum' |\psi_E|^2 / E). \quad (6.23)$$

Подставляя (6.23) в (6.22), получаем более простое неравенство

$$\delta^2 H \geq -2c\Sigma |\psi_E|^2/E, \quad (6.24)$$

где c — положительная постоянная, так как $E_g < 0$. Разложив уравнение (6.16) в ряд по собственным функциям (6.20), как в (6.23), получим

$$E \frac{\partial}{\partial E_s} \psi_E = \varphi_E, \quad (6.25)$$

что позволяет преобразовать неравенство (6.24) к виду

$$\delta^2 H \geq -c \frac{\partial}{\partial E_s} \Sigma |\psi_E|^2 = -c \frac{\partial}{\partial E_s} N_s, \quad (6.24a)$$

где N_s — «число частиц» (6.7) для солитона в состоянии, описываемом уравнениями (6.10), (6.15).

Итак, мы получаем критерий устойчивости Вахитова — Колоколова солитонных решений уравнений (6.10), (6.6) [21]:

$$\partial N_s / \partial E_s < 0. \quad (6.26)$$

Это условие означает, что в устойчивом солитоне N должно нарастать с амплитудой солитона, которая является возрастающей функцией от $-E_s$.

В частности, при $U = -\varphi^b$ из (6.7), (6.10) получаем: $N_s \sim |E_s|^{(1/b - m/2)}$, где m — размерность пространства. Из этой оценки и (6.26) следует, что в случае степенного потенциала солитон в m -мерном пространстве устойчив при $b < 2/m$. Если это неравенство не выполняется, то солитон в зависимости от формы возмущения либо расплывается, либо коллапсирует. В [27] рассмотрено солитонное решение уравнения (6.10) с потенциалом $U = -\varphi/(1+\varphi)$ (потенциал с насыщающейся нелинейностью) в трехмерном пространстве. При малых $|E_s|$ решение неустойчиво, поскольку насыщение еще не наступает, и эффективно $b = 1$. С ростом $-E_s$ эффективная степень нелинейности убывает, и солитонное решение уравнения (6.10) становится устойчивым (рис. 6).

Критерий (6.26), по-видимому, имеет более широкую область применимости, чем нам удалось строго доказать. Напри-

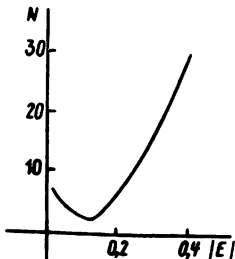


Рис. 6. Зависимость «числа частиц» от амплитуды солитонного решения нелинейного уравнения Шредингера с насыщающейся нелинейностью

мер, сохраняющиеся интегралы могут существовать в случае сложных операторов или существенно многомерных солитонов, хотя доказать строго это не удастся.

7. УСТОЙЧИВЫЕ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНЫЕ ЛЕНГМЮРОВСКИЕ СОЛИТОНЫ В ПЛАЗМЕ

Электронные волны в плазме легко генерируются при наличии электронных пучков или электромагнитных волн в плазме. Они линейно растут при сравнительно малых плотностях энергии. Исследованию их нелинейных свойств посвящено огромное число работ. Основной нелинейный эффект волн в плазме — модуляционная неустойчивость был обнаружен в работе [22]. В [23] был предложен вывод упрощенного уравнения для волн в плазме, учитывающего только дисперсию и пондеромоторное давление на плазму в приближении кубической нелинейности (уравнение Захарова). Солитонные решения этого уравнения в трехмерном пространстве неустойчивы так же, как и решения нелинейного уравнения Шредингера с кубической нелинейностью. В этом нетрудно убедиться, если воспользоваться критерием (6.26), хотя до сих пор мы не располагаем строгим доказательством применимости критерия к решениям уравнения Захарова.

Можно ожидать, что, как и в случае нелинейного уравнения Шредингера с насыщающейся нелинейностью, дополнительные нелинейные члены более высокого порядка могут стабилизировать неустойчивые солитонные решения уравнения Захарова.

В этом разделе мы дадим вывод уравнения Захарова с нелинейными поправками пятого порядка, которые, как будет показано, стабилизируют солитоны при весьма малых амплитудах. Простейший вывод такого уравнения состоит в кинетическом рассмотрении плазмы в квазилинейном приближении, если предположить, что волновой пакет стационарен и сферически симметричен. Пусть ω — частота волнового пакета. Тогда осциллирующая часть функции распределения f_1 описывается уравнением

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla f_1 = -\frac{e}{m} \nabla \Phi \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} \cos \omega t, \quad (7.1)$$

где f_0 — функция распределения, усредненная по времени. В стационарном случае (и квазилинейном приближении) она удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{v} \nabla f_0 = -\frac{e}{m} \langle \nabla \Phi \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} f_1 \cos \omega t \rangle, \quad (7.2)$$

где скобки означают усреднение по времени.

В простейшем (одномерном) случае $\mathbf{v}_x = v$, $\nabla = \partial/\partial x$, подставляя решение уравнения (7.1) в (7.2), получаем

$$\frac{\partial f_0}{\partial x} = \left(2U \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} \right) \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} v \frac{\partial f_0}{\partial v}, \quad (7.3)$$

$$U = \left(\frac{2}{2m\omega} E \right)^2, \quad E = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}.$$

Чтобы решить уравнение (7.3) воспользуемся разложением Фурье—Бесселя

$$f_0(x, v) = \int_0^{\infty} G_q(x) J_0(qv) q dq. \quad (7.4)$$

Выполнив преобразование Фурье—Бесселя, мы сведем уравнение (7.3) к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial G}{\partial x} = -q^2 \left(2U \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} G \right). \quad (7.5)$$

Выбрав в качестве граничного условия $U=0$ на бесконечности, мы получим из интеграла (7.4) максвелловское распределение с температурой T . Подставляя его в (7.4) и интегрируя по скоростям, мы найдем плотность плазмы, усредненную по времени

$$\begin{aligned} n &= \int f_0 dv = n_0 \sqrt{\frac{2T}{\pi m}} \int_0^{\infty} \exp(-Tq^2/2m) \frac{dq}{\sqrt{1+2Uq^2}} = \\ &= n_0 \left[1 - \frac{mU}{T} + \frac{9}{2} (mU/T)^2 + \dots \right], \end{aligned} \quad (7.6)$$

где n_0 — плотность невозмущенной плазмы, высокочастотное давление U считается малым. Предположим теперь, что ионная плотность равна средней электронной плотности (при $T_i \ll T_e$ это предположение заведомо выполняется), в противном случае мы бы ввели средний электрический потенциал. Пусть в сферически-симметричном случае распределение плотности в поле высокочастотного давления также имеет вид (7.6).

В рассматриваемом нами приближении упрощенное уравнение Захарова для электронных волн в плазме имеет вид

$$-\Omega E + 3D^2 \frac{\partial}{\partial r} r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 E = [(n - n_0)/n_0] E, \quad (7.7)$$

$$\Omega = (\omega^2 - \omega_p^2)/\omega_p^2, \quad D^2 = T m^{-1} \omega_p^{-2}.$$

Оно получается из уравнений для волн в плазме при учете лишь одного нелинейного эффекта: уменьшения средней плотности плазмы под действием высокочастотного давления волнового пакета на его фон. Дисперсионная поправка к плазменной частоте предполагается малой. Подставляя (7.6) в (7.7), мы получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно E (функция U определена в (7.3)). Уравнение (7.7) решалось численно при солитонных граничных условиях и раз-

личных значениях Ω . Полученные решения позволили установить зависимость «числа частиц»

$$N = \frac{4\pi m}{T} \int_0^{\infty} U r^2 dr$$

от квадрата амплитуды Ω солитона (рис. 7).

Как и нелинейное уравнение Шредингера, уравнение Захарова сохраняет N и соответствующий гамильтониан, поэтому критерий устойчивости (6.26) Вахитова—Колоколова в данном случае применим. Согласно этому критерию при $\Omega > 0,015$, т. е. при относительно малых амплитудах солитон становится устойчивым. Это происходит, когда размеры солитона существенно больше дебаевской волны, отношение высокочастотного (пондеромоторного) давления к тепловому мало, и затуханием Ландау можно пренебречь.

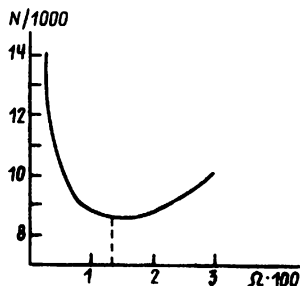


Рис. 7. Зависимость числа частиц от амплитуды солитонного решения уравнения Захарова с учетом пятой степени нелинейности

Если рассматривать, как это сделано в [23], только кубическую нелинейность, то все солитоны были бы неустойчивыми и либо расплывались, либо коллапсировали. В то же время в некоторых экспериментах по изучению взаимодействия мощного лазерного излучения с неоднородной плазмой в тех областях плазмы, где локальная плазменная частота была близка к частоте или половине частоты излучения наблюдались участки пониженной плотности с характерным размером меньше дебаевской длины. Эти «пустоты» не коллапсировали и не диспергировали. Электронная плотность в них осциллировала (по-видимому, с узкой полосой частот) с частотой, близкой к локальной плазменной частоте.

В пользу такой картины явления свидетельствует дискретность спектра комбинационного рассеяния на упомянутых резонансных областях. Такие полости могут оказаться рассмотренными здесь сферическими солитонами в плазме, накачка которых происходит за счет параметрической неустойчивости излучения.

8. ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Если плазма находится в магнитном поле, то частота плазменных волн близка к плазменной частоте при условии, что волны распространяются в направлении, близком к направлению магнитного поля. В этом случае такие волны чувствительны к вариациям средней плотности при высокочастотном давлении. Поскольку плазма заморожена в магнитное поле, то перераспределение плотности происходит только вдоль магнитного поля. Все эти особенности сказываются на виде упрощенного уравнения плазменных волн в магнитном поле. Дисперсионное соотношение при этих условиях имеет вид

$$\omega^2 = \omega_p^2 (1 + 3k_z^2 D^2 + \alpha k_{\perp}^2 / k_z^2), \quad (8.1)$$

$$\alpha = \omega_B^2 / (\omega_p^2 - \omega_B^2), \quad |\alpha| k_{\perp}^2 \ll k_z^2,$$

где ω_B — циклотронная частота электронов, D — дебаевская длина. Рассмотрим волновой пакет, состоящий из гармоник, для которых выполняется соотношение (8.1). Электрический потенциал в этом случае удобно представить в виде

$$\Phi = \frac{1}{2} [\psi(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_p t) + \text{к. с.}], \quad (8.2)$$

где «амплитуда» ψ — слабо меняющаяся функция времени и координат поперек магнитного поля. Групповая скорость волнового пакета по предположению много меньше ионно-звуковой скорости. Это позволяет воспользоваться простейшим выражением для вариации средней плотности в зависимости от поперечной силы:

$$n_1 = - \frac{n_0}{16\pi(T_e + T_i)} \left| \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|^2. \quad (8.3)$$

При выводе этого выражения мы учитываем слабость осциллирующего электрического поля поперек магнитного поля, вытекающую из неравенства $k_z^2 > k_{\perp}^2$. Вариация плотности изменяет локальную плазменную частоту в волновом пакете. Используя все приведенные выше формулы по аналогии с [23] получаем упрощенное уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{2i}{\omega_p} \frac{\partial \psi}{\partial t} + 3D^2 \partial^2 \psi / \partial z^2 \right) - \frac{\partial}{\partial z} \frac{n_1}{n_0} \frac{\partial \psi}{\partial z} = \alpha \Delta_{\perp} \psi, \quad (8.4)$$

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Это уравнение сохраняет «число частиц» N и гамильтониан H , которые записываются теперь следующим образом:

$$\begin{aligned} N &= \int |\partial \psi / \partial z|^2 dr, \\ H &= \int \{ 3D^2 |\partial^2 \psi / \partial z^2|^2 + \alpha |\nabla_{\perp} \psi|^2 - \\ &\quad - |\partial \psi / \partial z|^4 / 32\pi(T_e + T_i) \} dr. \end{aligned} \quad (8.5)$$

Знак α из (8.1) позволяет утверждать, что уравнение (8.5) допускает стационарные решения, локализованные по всем направлениям, лишь в том случае, если плазменная частота больше циклотронной (если в дисперсионном соотношении (8.1) частота — возрастающая функция от k).

Стационарное аксиально симметричное решение уравнения (8.4) должно иметь вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = [16\pi n_0 (T_e + T_i)]^{1/2} A f(\rho, \zeta) \exp(i\omega_p A^2 t / 2), \quad (8.6)$$

где ζ и ρ — безразмерные координаты, такие, что

$$\zeta = \frac{A}{\sqrt{3} D} z, \quad \rho = \frac{A^2}{\sqrt{3} |\alpha| D} r_{\perp}. \quad (8.7)$$

Для безразмерной вещественной функции f мы получаем из (8.4) после дифференцирования по z уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \zeta^2} - f + f^3 \right) = \pm \Delta_{\rho} f. \quad (8.8)$$

Знак в правой части (8.8) совпадает со знаком α из уравнения (8.1). Уравнение (8.8) допускает решения локализованные по всем направлениям лишь в том случае, если в правой части стоит знак плюс. Это решение было получено в [24] с помощью разложения в интеграл Фурье — Бесселя и метода стабилизирующего множителя. Подставляя солитонное решение (8.6) в (8.5), мы получаем зависимость $N = \text{const} \cdot A^{-3}$. Следовательно, по критерию Вахитова — Колоколова солитон (8.6) неустойчив. При малых возмущениях он либо расплывается, либо коллапсирует. В случае коллапса, когда размеры волнового пакета поперек магнитного поля становятся меньше циклотронного радиуса электронов, влияние магнитного поля перестает сказываться, и мы получаем устойчивый трехмерный солитон плазменных волн, описанный в предыдущем разделе. Так происходит в том случае, если циклотронный радиус электронов много больше дебаевской длины.

Если в правой части уравнений (8.8), (8.4) стоят знаки минус, то эти уравнения допускают решения в виде одномерных солитонов, локализованных вдоль магнитного поля. Такие солитоны можно наблюдать в столбе плазмы в сильном магнитном поле при наличии моноэнергетического пучка электронов [25]. Однако больший интерес представляют солитоны, локализованные поперек магнитного поля. Они описаны в следующем разделе.

9. ПЛАЗМЕННЫЕ СОЛИТОНЫ, ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ПОПЕРЕК СИЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В режимах с низкой плотностью $\omega_p < \omega_B$ на токамаках и стеллараторах на функции распределения электронов появляются хвосты «убегающих» электронов. Вероятно, они появляются

ся в областях переа замыкания магнитных линий, где вдоль магнитного поля может возникнуть сильное электрическое поле. Для объяснения переа замыкания необходимо предположить, что в области переа замыкания электрическое сопротивление во много раз превосходит сопротивление, обусловленное парными кулоновскими соударениями. В [26] по экспериментальным данным были обнаружены небольшие области поперек магнитного поля с сильными плазменными осцилляциями. Полоса частот этих осцилляций очень узка, и сама частота мало отличается от локальной электронной плазменной частоты. В то же время из плазмы испускается сильное электромагнитное излучение с тем же спектром частот. Такого рода осцилляции могли создавать большое электрическое сопротивление, необходимое для переа замыкания линий. Источником этих осцилляций, по видимому, является неустойчивость хвоста убегающих электронов при аномальном доплеровском резонансе [27]. Поскольку инкремент неустойчивости мал и локализован в областях небольшой протяженности, в которых происходит переа замыкание, для поддержания высокого сопротивления важно, чтобы возникающие плазменные волны не распространялись по плазме, а оставались на месте неустойчивости. В этом разделе мы изложим результаты работы [26], где высказана гипотеза о причине такой локализации. Явления, о которых идет речь, наблюдались только при напряженностях электрических полей вокруг плазменного тора ниже некоторого критического значения, близкого к драйсеровскому электрическому полю. Если же напряженности поля оказывались выше критической, то картина резко изменялась. Убегающие электроны исчезали, осцилляции в области плазменной частоты уменьшались. Возникали осцилляции в диапазоне частот $\omega_{pi} < \omega \ll \omega_{pe}$ с узкими спектральными линиями, расщепленными на несколько сателлитов. Особенностью таких осцилляций, отмеченной на стеллараторе «Ураган-2» [26], было отсутствие ям плотности, характерных для сильно турбулизованной плазмы.

Эти особенности объясняются согласованностью осцилляций по фазе, препятствующей распространению волн в пространстве и приводящей к сужению диапазона частот. Согласованность достигается через взаимодействие посредством генерации высших гармоник собственных мод осцилляций.

В предыдущем разделе при выводе уравнения плазменных волн в магнитном поле главная нелинейность интерпретировалась как взаимодействие собственных мод, осуществляемое через генерацию ям плотности пондеромоторной силой. Но если циклотронная частота превышает плазменную частоту, то, как было показано [24], это взаимодействие не может локализовать волновой пакет поперек магнитного поля, и возможны лишь одномерные солитоны, локализованные вдоль магнитного поля.

Такие солитоны наблюдались в плазменном столбе в [25]. Их генерировал электронный пучок малой ширины в пространстве скоростей. В экспериментах на «Урагане-2» такие солитоны не наблюдались.

Отсутствие солитонов объясняется тем, что вместо узких электронных пучков в экспериментах на «Урагане-2» были пучки с длинными электронными хвостами. Хвост возбуждает волны с частотами меньше циклотронной, распространяющиеся в направлении хвоста [27, 28], и поглощает волны, распространяющиеся в противоположном направлении из-за доплеровских резонансов. Что же касается узкого пучка, то он нечувствителен почти к любой волне, распространяющейся в противоположном направлении. Солитоны, описанные в предыдущем разделе, представляют собой суперпозицию волн, распространяющихся в противоположном направлении (стоячая волна), запертую в провале плотности. Если у функции распределения электронов имеется хвост, то компонента стоячей волны, распространяющаяся в противоположном направлении, гасится, а провал в плотности не может возникнуть из-за отсутствия ponderomotorной силы. В пользу такого объяснения свидетельствует эффект, отмеченный в [25]: если ширина пучка в пространстве скоростей достаточно велика (настолько, чтобы подавить распространение волн в обратном направлении), то провалы плотности становятся редкими, хотя уровень флуктуаций плазменных волн почти такой же, как в случае узкого пучка.

Как показано в [27, 28], аномальный доплеровский резонанс возбуждает плазменные волны, которые находятся в резонансе с электронами в хвосте, имеющими скорость вдоль магнитного поля, равную $v_z = (1 + \omega_B/|\omega|)\omega/k_z$, где ω — частота волны. В то же время необходимо, чтобы затухание на черенковском резонансе $v_z = \omega/k_z$ было мало. Волны затухают, если существует резонанс с частицами со скоростями $(1 - \omega_B/|\omega|)\omega/k_z$. Инкремент или декремент на доплеровском резонансе по порядку величины равен $\alpha(\omega_p/\omega_B)^2$, где α — отношение плотностей электронов хвоста и тепловых электронов.

Рассмотрим локализацию плазменных волн поперек магнитного поля при упрощающем предположении $\omega_p \ll \omega_B$ [26]. Пока частоты по порядку не превосходят плазменной частоты, электронные осцилляции допустимо считать одномерными (вдоль магнитного поля). В гидродинамическом пределе мы получаем уравнения:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{v_T^2}{n} \frac{\partial n}{\partial z} + \frac{e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (9.1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(nv) = 0, \quad (9.2)$$

$$\Delta\psi = 4\pi e (n - n_0), \quad (9.3)$$

где v — скорость электронов вдоль магнитного поля. Поскольку нас интересуют стационарные решения, распространяющиеся вдоль магнитного поля со скоростью u , то все величины зависят только от аргументов $\xi = z - ut$ и r_{\perp} . Скорость волны u много больше тепловой скорости электронов v_T , поэтому в (9.1) членом, описывающим давление, можно пренебречь. Интегрируя по z , получаем из (9.1) и (9.2) следующие выражения:

$$v = u(1 - \sqrt{1 + \psi}), \quad \psi = 2e\Phi/mu^2, \quad (9.4)$$

$$n = n_0 [1 + N(r_{\perp})] (1 + \psi)^{-1/2}, \quad (9.5)$$

где n_0 — невозмущенная плотность электронов, N — постоянная интегрирования, отличная от нуля только в области, занятой волновым пакетом. Ее можно найти, потребовав, чтобы не было провалов плотности, т. е. чтобы средняя плотность в волновом пакете совпадала с невозмущенной плотностью. Такое может быть, поскольку мы считаем, что в направлении магнитного поля протяженность волнового пакета бесконечна. Поперек магнитного поля электроны перемещаться не могут, так как заморожены в поле. Следовательно, $\langle n \rangle = n_0$, где скобки означают усреднение по z . Из этого соотношения и из (8.5) получаем

$$N = \langle (1 + \psi)^{-1/2} \rangle - 1. \quad (9.6)$$

В рассматриваемом случае средний поток электронов вдоль магнитного поля внутри волнового пакета конечен и равен

$$\langle nv \rangle = -n_0 u N. \quad (9.7)$$

Среднее электрическое поле мы приняли равным нулю, поэтому

$$\langle \nabla\psi \rangle = 0, \quad \langle \psi \rangle = 0. \quad (9.8)$$

Отсюда и из (9.6) мы заключаем, что $N < 0$ (электроны уносятся волновым пакетом, см. (9.7)).

Подставляя (9.5) в уравнение Пуассона (9.3), получаем уравнение солитонов:

$$\Delta\psi = 2k_0^2 [(1 + N)(1 + \psi)^{-1/2} - 1], \quad k_0 = \frac{\omega_p}{u}, \quad (9.9)$$

образующее с уравнением (9.8) замкнутую систему. Рассмотрим эту систему при малых амплитудах $|\psi| \ll 1$. Покажем, что солитон удастся локализовать в направлении, перпендикулярном магнитной поверхности, которую будем считать совпадающей с плоскостью $x = 0$. Разложим функцию ψ в ряд Фурье

$$\psi = \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(x) \cos m(k_z \zeta + k_y y), \quad \zeta = z - ut. \quad (9.10)$$

При малых амплитудах уравнения (8.6), (8.9) принимают вид

$$N(x) = -\frac{3}{8} \langle \psi^2 \rangle, \quad (9.11)$$

$$\Delta \psi = k_0 \left[2N - (1 + N)\psi + \frac{3}{4} \psi^2 - \frac{5}{8} \psi^3 \right].$$

Введем волновое число $k^2 = k_z^2 + k_y^2$ и предположим, что выполняется неравенство $0 < k - k_0 \ll k_0$. Подставляя (9.10) в (9.11), исключая ψ_2 и пренебрегая высшими гармониками, получаем для основной гармоники следующее уравнение

$$k_0^{-1} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} = A^2 \psi_1 - \frac{3}{8} \psi_1^3, \quad (9.12)$$

$$A^2 = (k/k_0)^2 - 1 \ll 1.$$

Амплитуда m -ой гармоники по порядку величины равны A^m . Уравнение (9.12) допускает солитонное решение, локализованное вблизи плоскости $x=0$, принятой нами за магнитную поверхность. При больших амплитудах рассматриваемая аппроксимация становится недостаточной. В этом случае необходимо решать точное уравнение (9.9). Солитон обладает частотами, равными $mk_z u$, поэтому при больших k_y основная частота может быть много меньше плазменной частоты. Так как скорость u в направлении магнитного поля может быть произвольной, то средняя скорость электронов (9.7) в солитоне может быть весьма большой.

Накачка солитона может происходить за счет электронов, ускоряемых электрическим полем, которое возникает на резонансных магнитных поверхностях при перезамыкании линий.

Уравнение (9.9) допускает также осесимметричные решения, локализованные вокруг магнитных силовых линий. В этом случае мы получаем разложение Фурье

$$\psi = \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(r_{\perp}) \cos k\zeta, \quad N = N(r_{\perp}) \quad (9.13)$$

(в цилиндрической системе координат с радиусом r_{\perp}). Подставляя (9.13) в уравнения (9.9), (9.6), получаем при малых амплитудах уравнение

$$\frac{1}{r_{\perp}} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} r_{\perp} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} \psi_1 = A^2 \psi_1 - \frac{3}{8} \psi_1^3. \quad (9.14)$$

Для существования солитонных решений необходимо, чтобы $k - k_0 > 0$, поэтому основная частота в осесимметричном солитоне в отличие от плоского солитона всегда больше ω_p .

Уравнение (9.9) допускает также солитонные решения с амплитудами порядка 1, в которых высокочастотное давление по порядку величины сравнимо с давлением плазмы. Эти решения могут быть плоскими при малой основной частоте и осесимметричными при частотах больше ω_p . Ширина солитонов имеет порядок $1/Ak_z$.

Сравнивая эти теоретические результаты с экспериментами на «Урагане-2», мы заключаем, что в тех случаях, когда электрическое поле вокруг плазменного тора меньше критического и наблюдаются убегающие электроны, генерируются аксиально симметричные солитоны ((9.13), (9.14)) с частотами, превышающими плазменные частоты.

При более интенсивных электрических полях, когда убегающие электроны исчезают, но еще существует хвост свободных электронов, доминируют плоские солитоны ((8.11), (8.12)) с частотами меньше плазменной частоты.

Согласно квазилинейной теории или теории слабой турбулентности волны, генерируемые ускоренными электронами, должны иметь широкий диапазон частот. Ни синхронизации, ни самолокализации по этим теориям происходить не должно. Но так обстоит дело лишь при малых амплитудах.

После того, как плотность энергии волн превосходит некоторый порог, происходит самосогласование фаз волн и синхронизация частот, что приводит к локализации волновых пакетов поперек магнитного поля. Если в слабо нелинейных теориях ширина полосы частот имеет порядок плазменной частоты и самолокализация не происходит, то сильно нелинейной теория, развитая в этом разделе, указывает на возможность существования механизма самолокализации и синхронизации.

Таким образом, явления, наблюдаемые в экспериментах на «Урагане-2», могут быть объяснены только в рамках сильно нелинейной теории. Аналогичные эффекты могут происходить и в авроральной зоне магнитосферы Земли и магнитоактивных областях солнечной короны. В этих случаях главным источником неустойчивостей также служит хвост быстрых электронов. Хвост функции распределения — наиболее естественное и часто встречающееся неустойчивое распределение в плазме магнитосферы и солнечной короны. Горб в распределении в пространстве скоростей, чаще всего встречающийся в лабораторных условиях, трудно реализуется в природе, как и конусы в распределениях в пространстве скоростей. Обычно хвост несет значительную часть электрического тока в плазме и поэтому влияет на ее гидродинамические свойства. Исследование взаимодействия частиц в хвосте с солитонами, рассмотренными в этом разделе, а также запираения частиц в солитонном потенциале, может объяснить исчезновение вылетающих электронов и происхождение аномального сопротивления при увеличении электрического поля вокруг тора в «Урагане-2».

10. ДИАМАГНЕТИЗМ ПРИ ВЫСОКИХ ЧАСТОТАХ И ЦИКЛОТРОННЫЕ СОЛИТОНЫ

В предыдущих разделах было показано, что высокочастотное давление (пондеромоторная сила) уменьшает плотность плазмы, создает потенциальные ямы для осцилляций, чувствительных к вариациям плотности плазмы. Представляет интерес выяснить, как пондеромоторные силы могут сказываться на поведении циклотронных волн в плазме, реагирующих на магнитное поле подобно тому, как плазменные волны реагируют на вариации плотности плазмы. Известно, что при высокочастотном давлении поперек магнитного поля возникает диамагнитный ток, приводящий к ослаблению магнитного поля внутри волнового пакета, что существенно изменяет циклотронный резонанс волны с магнитным полем. В [29] вычислена вариация магнитного поля при изменении высокочастотного давления. Полученная формула имеет следующий вид:

$$\delta B = -4\pi \frac{\partial \delta F}{\partial B}, \quad (10.1)$$

где δF — составляющая свободной энергии, обусловленная осциллирующим электрическим полем в плазме, δB — вариация магнитного поля, направленного вдоль среднего магнитного поля B . Формула верна, если длина волны много больше циклотронного радиуса электронов. Если это условие выполнено, то

$$\delta F = -\frac{1}{16\pi} \sum_{\alpha, \beta} \int \varepsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}) E_{\alpha} E_{\beta}^* d\mathbf{k} d\omega, \quad (10.2)$$

где $E(\mathbf{k}, \omega)$ — компонента Фурье электрического поля. Формулы (10.1) и (10.2) выведены термодинамическими методами. Они показывают, что вариация магнитного поля будет значительной лишь в том случае, если частота волны близка к циклотронной частоте, поскольку тогда диэлектрическая постоянная ε пропорциональна $(\omega - \omega_B)^{-1}$. В этом случае из уравнений (10.1), (10.2) мы получаем следующее приближенное выражение для вариации циклотронной частоты

$$\frac{\delta \omega_B}{\omega_B} \sim \left(\frac{\omega_B}{\omega - \omega_B} \frac{E}{B} \right)^2. \quad (10.3)$$

Величина циклотронного радиуса при выводе (10.3) считается пренебрежимо малой.

Соответствующие выражения для конечного циклотронного радиуса были получены в [30] из кинетических соображений. В этой же работе было исследовано влияние высокочастотного диамагнетизма на потенциальные циклотронные волны (моды Бернштейна), выведены упрощенные уравнения, описывающие эволюцию таких волн, как электронных, так и ионных. Показано, что эти уравнения допускают солитонные решения, вытянутые вдоль магнитного поля. При достаточно большом магнит-

ном давлении высокочастотное давление в таких солитонах может оказаться сравнимым с давлением плазмы.

В работе [31] изучено влияние диамагнетизма и других нелинейных явлений на распространение геликоидальных волн (электромагнитных волн с полем, вращающемся в электронном направлении, и частотами из интервала $\omega_{B1} \ll \omega \ll \omega_B, \omega_p$). Выведенное в этой работе упрощенное уравнение, описывающее эволюцию волнового пакета геликоидального типа, совпадает с уравнением Шредингера.

В работе [32] получено упрощенное уравнение для электронных циклотронных волн (эта мода следует из геликоидальной в диапазоне частот $0 < \omega_B - \omega \ll \omega_B$ и часто используется для электронно-циклотронного нагрева лабораторной плазмы). В полученном уравнении учтены высокочастотное давление и сила Лоренца (сжимающая электроны вдоль направления распространения волны). Волна распространяется вдоль магнитного поля и обладает аксиальной симметрией. Сила Лоренца производит заметный эффект (изменяет плотность плазмы) лишь за весьма продолжительный промежуток времени, поэтому при кратковременных импульсах циклотронных волн диамагнетизм сказывается сильнее, чем сила Лоренца. Было показано, что при достаточно больших амплитудах импульсов развивается диамагнитная самофокусировка. Пороговое значение диамагнитной фокусировки определяется выражением

$$\frac{E}{B} = \frac{\omega_B}{\omega_p} \left(\frac{\omega_B - \omega}{\omega_B} \right)^2 \frac{c}{R \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}, \quad (10.4)$$

где R — радиус волнового пучка. Самофокусировка происходит в том случае, если выполняются неравенства $\omega_p < \omega < \omega_B$. Характеристическая длина самофокусировки имеет порядок

$$R(\omega_B - \omega)^2 \omega_p^{-2} \frac{B}{E},$$

где E — амплитуда электрического поля в волне. Характеристическая длина самофокусировки может быть много меньше характеристической длины магнитного поля, поэтому в эксперименте по циклотронному нагреву мощной волной в неоднородном магнитном поле место поглощения волн, рассчитанное по линейной теории, может значительно отличаться от наблюдаемого за счет эффекта самофокусировки. Расхождение может быть еще значительнее, если временная протяженность волнового пакета достаточно велика для того, чтобы изменить плотность плазмы за счет силы Лоренца. Этот эффект был рассчитан в [33].

Если частота ω трехмерного волнового пакета электронных циклотронных электромагнитных волн лежит в интервале $0 < \omega_B - \omega \ll \omega_B$, а его характеристическое волновое число k_0

много больше $1/L$, где L — размер пакета, то амплитуда пакета удовлетворяет уравнению Шредингера [32]

$$\frac{i}{\omega_B} \frac{\partial E}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) E + \frac{\beta^2}{2B^2} |E|^2 E = 0. \quad (10.5)$$

Учтена только диамагнитная нелинейность. Безразмерные координаты в (10.5) связаны с координатой z вдоль магнитного поля и радиусом r в цилиндрической системе координат соотношениями

$$\begin{aligned} \xi &= \beta \omega_B z / c, \quad \beta = \omega_p / (\omega_B - \omega), \\ \rho &= [2\beta(\omega^2 - \omega_p^2)]^{1/2} r / c. \end{aligned} \quad (10.6)$$

Следовательно, пакет электронных циклотронных волн описывается уравнением (10.5) в системе отсчета, движущейся со скоростью, равной групповой скорости волны, которая больше тепловой скорости электронов.

При малых амплитудах этот волновой пакет, как следует из уравнения (10.5), расплывается, при больших — коллапсирует. Если пакет распространяется в направлении убывания магнитного поля и $\omega_p < \omega_B$, то по мере приближения к резонансу амплитуда пакета становится настолько большой, что наступает коллапс.

11. НЕУПРУГОЕ СТОЛКНОВЕНИЕ СОЛИТОНОВ

В последние годы объектом интенсивного изучения стали образования, возникающие при столкновении солитонов [34—36], что привело не только к существенному расширению наших представлений о возможных типах поведения нелинейных систем, но и к пересмотру самого понятия «солитон».

Как известно, столкновение солитонов, эволюцию которых описывает уравнение КдФ, происходит так, что после столкновения солитоны восстанавливают свою первоначальную форму и оказываются лишь несколько смещенными относительно того места, где каждый из них находился бы, не будь столкновения. Эта особенность солитонов КдФ отмечалась еще Расселом [37] и некоторое время считалась отличительной особенностью солитонов, выделяющей их из более широкого класса уединенных волн. Оказалось, однако, что солитоны одномерного уравнения КдФ (и некоторых других вполне интегрируемых гамильтоновых систем, например, синусного уравнения Гордона) в известном смысле вырождены, так как не обладают внутренней структурой. Существует широкий класс нелинейных уравнений, допускающих солитоны с внутренней структурой. Их столкновение может сопровождаться возникновением новых локализованных объектов или полным исчезновением (уничтожением) первоначальных солитонов. Объекты, возникающие при неуп-

ругом столкновении солитонов, эволюционируют со временем, «дышат» и получили название «брезеров» (от англ. слова «дышать») или «дыхунов».

Динамика таких объектов прослеживается, как правило, с помощью численного счета [36, 37] или различного рода асимптотических методов, например, обобщений на случай распределенных систем метода асимптотических разложений Боголюбова — Митропольского. Но, как показано в [38], к заключениям о существовании «брезеров» следует относиться с осторожностью.

Рассмотрим, например, вопрос о существовании самолокализованных в пространстве и периодических по времени решениях волновых уравнений

$$u_{tt} - u_{xx} = F(u), \quad (11.1)$$

включающих в себя (при $F = \sin u$) синусное уравнение Гордона. Самолокализации в пространстве и периодичности по времени решений уравнения (11.1) соответствуют условия

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} u(x, \omega t) = 0, \quad u(x, \omega t + 2\pi) = u(x, \omega t), \quad (11.2)$$

где ω — циклическая частота для основного периода решения. При нечетной правой части уравнения (11.1) его решение представимо в виде

$$u(x, \omega t) = \sum_{n \geq 0} u_{2n+1}(x) \cos(2n+1)\omega t, \quad (11.3)$$

что позволяет свести исходное уравнение (11.1) к бесконечной последовательности обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2 u_{2n+1}}{dx^2} + (2n+1)^2 \omega^2 u_{2n+1} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi F(u) \cos(2n+1)\varphi. \quad (11.4)$$

Условие самолокализации решения в пространстве (11.2) требует, чтобы

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} u_{2n+1} = 0, \quad n \geq 0. \quad (11.5)$$

Следовательно, самолокализованному в пространстве решению уравнения (11.1) в пространстве коэффициентов Фурье u_{2n+1} соответствует сепаратриса, идущая из начала (при $x = -\infty$) в начало (при $x = +\infty$). Условие существования такого решения сводится к условию замыкания сепаратрисных петель (конфигурация сепаратрис может быть весьма причудливой) и приводит к функциональному уравнению на правую часть уравнения (11.1). Основным результатом работы [39] состоит в том, что из всех $F(u)$ замкнутые сепаратрисные петли существуют лишь у синусного уравнения Гордона. Следовательно, самолокализованные в пространстве и периодические по времени решения

(«брезеры», или «дыхуны») существуют только при $F(u) = \sin u$. Полученные ранее выводы о существовании «брезеров» в уравнениях с $F = -u + u^3$ основаны на некорректном применении метода асимптотических разложений и связаны с нарушением условия замыкания сепаратрисных петель.

12. НЕРАСПЫЛИВАЮЩИЕСЯ ВОЛНОВЫЕ ПАКЕТЫ КАК ИНВАРИАНТЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ, ДОПУСКАЕМЫХ УРАВНЕНИЯМИ

В предыдущих разделах солитоны различных типов рассматривались как локализованные решения соответствующих уравнений, зависящие от аргумента вида $x - vt$, где x — некоторая пространственная координата, а v — скорость распространения волны вдоль нее. Это означает, что солитоны в тех случаях, когда они существовали, двигались равномерно. Но априори самолокализованные в пространстве решения могут перемещаться и по какому-то более сложному закону, например равноускоренно. Каким образом, располагая полными или упрощенными уравнениями, можно установить, допускают ли они неравномерно движущиеся солитоны?

Ответ на этот вопрос можно дать, например, изучив запас преобразований независимых переменных и функций, не изменяющих рассматриваемую нами систему уравнений или уравнение.

Пусть

$$L(x, u) = 0 \tag{12.1}$$

— наше уравнение. Подвергнем x и u преобразованиям

$$\begin{aligned} x' &= f_1(x, u, \alpha), \\ u' &= f_2(x, u, \alpha), \end{aligned} \tag{12.2}$$

таким, что при $\alpha = 0$ они переходят в тождественные, а при $\alpha \neq 0$ сохраняют вид уравнений (12.1). Подставляя (12.2) в (12.1) и считая α бесконечно малой, получаем уравнения на f_1 и f_2 . Например, для уравнения КдФ f_1 и f_2 оказываются суперпозицией преобразований четырех типов: сдвига по времени, сдвига по пространственной координате, галилеева преобразования и преобразования подобия [40, 41]. Нетрудно проверить, что уравнение действительно остается неизменным относительно преобразований

$$x' = x, \quad t' = t + \alpha, \quad u' = u \text{ — сдвиг по времени,}$$

$$x' = x + \alpha, \quad t' = t, \quad u' = u \text{ — сдвиг по пространственной переменной,}$$

$$t' = t, \quad x' = x + \alpha t, \quad u' = u \text{ — галилеев перенос,}$$

$$t' = \alpha^2 t, \quad x' = \alpha x, \quad u' = \alpha^{-2} u \text{ — преобразование подобия.}$$

Каждое из этих конечных преобразований порождается своим инфинитезимальным оператором: сдвиг по времени — оператором $\partial/\partial t$, сдвиг по пространственной переменной — оператором $\partial/\partial x$, галилеев перенос — оператором $t\partial/\partial x + \partial/\partial u$, преобразование подобия — оператором $x\partial/\partial x + 3t\partial/\partial t - 2u\partial/\partial u$.

Выбирая любую линейную комбинацию Y этих операторов и находя решение линейного уравнения

$$Yf=0, \quad (12.3)$$

мы получим решение уравнения КдФ, инвариантное относительно соответствующей комбинации решений. Так, сдвиг по времени порождает кноидальный солитон КдФ, преобразование подобия — автомодельное решение уравнения КдФ, а комбинация сдвига по времени и галилеева переноса — сложный режим, описывающий равноускоренно движущуюся волну с профилем, выражающимся через так называемую вторую трансцендентную функцию Пенлеве [39].

Предположим, что наша система (12.1) допускает солитон, движущийся по какому-то закону. Из сказанного ясно, что этот закон должен быть первым интегралом уравнения (12.3), где Y — некоторая комбинация инфинитезимальных операторов преобразований не изменяющих вид уравнения (12.1). Поскольку закон движения связывает пространственные координаты и время, при выборе Y мы можем учитывать лишь те инфинитезимальные операторы, действие которых затрагивают независимые переменные системы (12.1).

Поясним сказанное на простом примере — выясним, при каких законах движения могут существовать нераспылающиеся волновые пакеты в одномерном уравнении Шредингера для пустого пространства

$$i\psi_t = \psi_{xx}. \quad (12.4)$$

Прежде всего заметим, что уравнение (12.4), как любое линейное уравнение, допускает преобразование вида

$$\psi' = \psi_1 + \alpha\psi_2, \quad (12.5)$$

где ψ_1, ψ_2 — любые решения уравнения (12.1), α — произвольная постоянная. Остальные преобразования, не изменяющие вид уравнения (12.4), порождены инфинитезимальными операторами:

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{\partial}{\partial t}, & X_2 &= \frac{\partial}{\partial x}, & X_3 &= x \frac{\partial}{\partial x} + 2t \frac{\partial}{\partial t}, \\ X_4 &= u \frac{\partial}{\partial u} + v \frac{\partial}{\partial v}, & X_5 &= v \frac{\partial}{\partial u} - u \frac{\partial}{\partial v}, \\ X_6 &= 2t \frac{\partial}{\partial x} + xv \frac{\partial}{\partial u} - xu \frac{\partial}{\partial v}, & X_7 &= 4t^2 \frac{\partial}{\partial t} + 4xt \frac{\partial}{\partial x} - \\ & - (2xu - x^2v) \frac{\partial}{\partial u} - (x^2u + 2tv) \frac{\partial}{\partial v}, \end{aligned} \quad (12.6)$$

где $u = \operatorname{Re}\psi$, $v = \operatorname{Im}\psi$ и имеют следующий вид: X_1 — сдвиг по t ; $t' = t + \alpha$, $x' = x$, $\psi' = \psi$; X_2 — сдвиг по x ; X_3 — преобразование подобия независимых переменных: $t' = e^{2\alpha}t$, $x' = e^\alpha x$, $\psi' = \psi$; X_4 — преобразование подобия функции ψ : $t' = t$, $x' = x$, $\psi' = e^\alpha \psi$; X_5 — фазовое преобразование (гиперболический поворот в плоскости $\operatorname{Re}\psi$, $\operatorname{Im}\psi$): $t' = t$, $x' = x$, $\psi' = e^{-i\alpha} \psi$; X_6 — преобразование Галилея: $t' = t$, $x' = x + 2\alpha t$, $\psi' = \psi e^{-i(x\alpha + t\alpha^2)}$; X_7 — проективное преобразование в пространстве-времени.

Рассмотрим некоторые инвариантные решения.

Плоские волны соответствуют $Y = X_1 + aX_2$, $a \neq 0$. Уравнению (12.3) соответствует система обыкновенных дифференциальных уравнений в характеристиках

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{a}, \quad (12.7)$$

допускающая первый интеграл $I_1 = x - at$. Подставляя в (12.4) $\psi = \Phi(x - at)$, получаем для Φ уравнение

$$\Phi'' + ia\Phi' = 0, \quad (12.8)$$

откуда

$$\psi = \frac{i}{a} \exp[-ia(x - at)]. \quad (12.9)$$

Все рассмотренные в предыдущих разделах солитоны, зависевшие от аргумента $x - at$, соответствуют плоским волнам (12.9). Их появление связано с тем, что соответствующие солитонные уравнения инвариантны относительно сдвигов по независимым переменным, так как коэффициенты солитонных уравнений не зависят явно от t и x .

Пусть теперь $Y = X_1 + bX_6$. Вводя $u = \operatorname{Re}\psi$, $v = \operatorname{Im}\psi$, оператор Y можно представить в виде

$$Y = \frac{\partial}{\partial t} + 2bt \frac{\partial}{\partial x} - ibx\psi \frac{\partial}{\partial \psi}. \quad (12.10)$$

Соответствующая ему система обыкновенных дифференциальных уравнений имеет вид

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{2bt} = \frac{d\psi}{-ibx\psi}. \quad (12.11)$$

Подсистема

$$\frac{dt}{1} = \frac{dx}{2bt} \quad (12.12)$$

дает первый интеграл $I_1 = x - bt^2$. Другой интеграл найдем из подсистемы

$$\frac{dx}{2bt} = \frac{d\psi}{-ibx\psi}, \quad (12.13)$$

чтобы исключить x , воспользуемся уже известным первым интегралом I_1 :

$$dx = 2bt dt. \quad (12.14)$$

Подставляя (12.14) в (12.13) и полагая $x = I_1 + bt^2$, получаем

$$dt = \frac{d\psi}{-ib(I_1 + bt^2)\psi}, \quad (12.15)$$

откуда

$$I_2 = \psi \exp [ibt(x - \frac{2}{3}bt^2)]. \quad (12.16)$$

Следовательно, ψ надлежит искать в виде

$$\psi = \exp[-ibt(x - \frac{2}{3}bt^2)]\Phi(x - bt^2), \quad (12.17)$$

где Φ — пока неизвестная функция. Подставляя (12.17) в (12.4), получаем

$$\Phi'' - b\xi\Phi = 0, \quad \xi = x - bt^2. \quad (12.18)$$

Следовательно, в качестве Φ в (12.17) можно выбрать функцию Эйри. Решение (12.17) уравнения (12.4) соответствует равноускоренному решению уравнения КдФ, выражающемуся через существенно трансцендентную функцию Пенлеве.

Итак, мы нашли, что уравнение (12.4) допускает нерасплывающиеся пакеты двух типов: плоские волны (12.9), движущиеся равномерно, и волновые пакеты (12.17), профилированные по функции Эйри и движущиеся равноускоренно. Допускает ли уравнение (12.4) решения, движущиеся по какому-нибудь другому закону, т. е. зависящие от аргумента $x + \varphi(t)$, где φ — некоторая не линейная и не квадратичная функция?

Прежде всего заметим, что инвариантные решения можно исключить из рассмотрения, так как аргумент $x + \varphi(t)$ должен быть первым интегралом системы обыкновенных дифференциальных уравнений, сопряженной оператору Y — некоторой линейной комбинации операторов X_1, X_2, \dots, X_7 . Так как закон движения связывает пространственные координаты и время, то достаточно рассмотреть только те части операторов X_1, \dots, X_7 , которые затрагивают x и t , т. е. линейную комбинацию

$$\begin{aligned} Y = & a \frac{\partial}{\partial t} + b \frac{\partial}{\partial x} + c \left(x \frac{\partial}{\partial x} + 2t \frac{\partial}{\partial t} \right) + d \left(2t \frac{\partial}{\partial t} \right) + \\ & + e \left(4t^2 \frac{\partial}{\partial t} + 4tx \frac{\partial}{\partial x} \right) = (a + 2ct + 4et^2) \frac{\partial}{\partial t} + \\ & + (b + cx + 4td + 4etx) \frac{\partial}{\partial x}, \end{aligned} \quad (12.19)$$

где a, b, c, d, e — произвольные постоянные. Действуя оператором Y на предполагаемый первый интеграл $x + \varphi(t)$, получаем

$$(a + 2ct + 4et^2)\varphi'(t) + (b + cx + 2td + \varphi etx) = 0 \quad (12.20)$$

Приравнивая нулю коэффициенты при x^0 и x^1 , находим

$$c + 4et = 0, \quad (12.21)$$

откуда

$$c = 0, \quad e = 0. \quad (12.22)$$

Следовательно, преобразование, допускающее первый интеграл $x + \varphi(t)$, заведомо не содержит подобия и проективного преобразования.

Из соотношения

$$a\varphi'(t) + b + 2td = 0 \quad (12.23)$$

следует, что φ — не более чем квадратичная функция от t . Следовательно, уравнение Шредингера в пустоте допускает только решения, движущиеся либо равномерно, либо равноускоренно.

Аналогичным образом находятся инвариантные солитонные решения и доказывается существование одних и несуществование других законов движения и в случае нелинейных уравнений.

13. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Переход от линейности к нелинейности — закономерный этап в развитии любого раздела физики, вызванный необходимостью учета все более тонких деталей наблюдаемого явления.

В физике волн в плазме, где нелинейность часто является определяющим эффектом, этот переход произошел в начале 60-х годов. Тогда же определились два направления в изучении нелинейных эффектов. Первый — это статистический подход, использующий идеи А. Н. Колмогорова, А. М. Обухова, М. Д. Миллионщикова для описания турбулентности плазмы, которая оказалась двух видов: сильной и слабой. В работах по слабой турбулентности был открыт и новый специфический для плазмы эффект — индуцированное рассеяние волн на частицах [1]. Второе направление ведет свое начало от работ по нелинейным волнам на поверхности жидкости, по аналогии с которыми были найдены нелинейные магнитозвуковые и ионнозвуковые уединенные волны еще в 1959 году [2]. Это направление широко использует идею Кортвега и де Фриза: максимально упрощать исходные уравнения, сохраняя эффекты нелинейности и дисперсии с одинаковой степенью точности. С помощью этой идеи физики открыли новые явления: самофокусировку и коллапс, заново открыли замечательное явление — образование солитонов.

Особая роль солитонов среди множества разнообразных нелинейных волн обусловлена тем, что в системах, где они возможны, почти любое начальное возмущение со временем вырождается в набор солитонов, поэтому солитон как бы служит тем элементом, из которого можно построить картину сильной турбулентности.

Кроме того, солитоны обладают необычными свойствами, делающими их интересным объектом для исследования. В плазме солитоны возникают почти на всех ветвях колебаний. Многие из них наблюдаются в природных условиях — например, в космосе — и в лабораторных экспериментах. Появление солитонов означает по существу возникновение «грубозернистой» струк-

туры, коренным образом изменяющей механизмы «волна — частица». В некоторых случаях дрейфовые солитоны захватывают так много частиц, что волновое движение становится неотличимым от неволнового, сопровождающегося переносом не только энергии, но и вещества.

Возможно, два направления — солитонное и статистическое — объединятся на основе развития теории стохастических аттракторов в фазовом пространстве, когда будет создана теория сильной турбулентности, в которой аттракторами будут структуры типа распределенных случайным образом солитонов.

Солитоны — явление универсальное. Они возникают в различных физических ситуациях, объединяемых по двум признакам: по виду нелинейности и закону дисперсии. Это позволяет применять результаты, полученные в одной области физики, к другим системам.

Несмотря на огромное число работ, солитонное направление далеко не исчерпано, и можно надеяться, что его будущее развитие будет не менее плодотворным, чем первые два десятилетия «солитонного бума».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кадомцев Б. Б.* Коллективные процессы в плазме. М.: Наука, 1976
2. *Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З.* Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979
3. *Захаров В. Е., Минаков С. В., Новиков П. С., Питаевский Л. П.* Теория солитонов. М.: Наука, 1980.
4. *Петвиашвили В. И., Цвельдуб О. Ю.* «Докл. АН СССР», 1978, 288, 1321.
5. *Петвиашвили В. И.* «Физика плазмы», 1976, 2, 469.
6. *Кадомцев Б. Б., Петвиашвили В. И.* «Докл. АН СССР», 1970, 192, 753.
7. *Захаров В. Е., Кузнецов Е. А.* «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1974, 66, 594.
8. *Дрюма В. С.* «Письма в ЖЭТФ», 1973, 19, 753.
9. *Захаров В. Е., Шабат А. Б.* Функциональный анализ и его применения, 1974, 8, 43.
10. *Бордаг Л. А., Итс А. Р., Матвеев В. Б., Захаров В. Е.* и др. «Phys. Lett.», 1977, A63, 205.
11. *Матвеев В. Б.* В кн.: Нелинейные волны. М.: Наука, 1979, с. 20.
12. *Hasegawa A., McLennan G. G., Kodama Y.*, «Physics Fluids», 1979, 22, 2122.
13. *Oraevsky V. N., Tasso G., Vobig G.* Plasma Fusion and Controlled Nuclear Fusion Research, v. 1, IAEA, Vienna, p. 671 (1969).
14. *Петвиашвили В. И.* «Физика плазмы», 1977, 2, 270.
15. *Ларичев В. Д., Резник Г. К.* «Докл. АН СССР», 1976, 231, 1077
16. *Петвиашвили В. И.* «Письма в ЖЭТФ», 1980, 32, 632
17. *Антипов С. В., Незлин М. В., Снежкин Е. М., Трубников А. С.* «Письма в ЖЭТФ», 1981, 33, 150
18. *Шафранов В. Д.* «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1979, 33, 710
19. *Соловьев Л. С.* Сб. Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1963, т. 3
20. *Петвиашвили В. И., Похотелов О. А., Чудин Е. М.* ЖЭТФ, 1982, 82, 1833.
21. *Вахитов Н. Г., Колоколов А. А.* Изв. вузов. Радиофизика, 1973, 16, 1020
22. *Веденов А. А., Рудаков Л. И.* «Докл. АН СССР», 1964, 159, 739
23. *Захаров В. Е.* «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1972, 62, 1745

24. Петвиашвили В. И. «Физика плазмы», 1975, 1, 28
 25. Ангилов С. В., Незлин М. В., Снежкин Е. М., Трубников А. С. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1979, 76, 1571
 26. Петвиашвили В. И., Перепелкин Н. Ф., Супруненко В. А. и др., «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1980, 79, 828
 27. Кадошцев Б. Б., Погуце О. П. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1967, 53, 2025
 28. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. М.: Атомиздат, 1975, т. 1
 29. Питаевский Л. П. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1960, 39, 1450
 30. Некрасов А. К., Петвиашвили В. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», 1979, 77, 605
 31. Ломинадзе Д. Г., Мачабели Г. З., Петвиашвили В. И., Чагелишвили Г. Д. «Письма в ЖЭТФ», 1978, 28, 560.
 32. Некрасов А. К., Петвиашвили В. И. «Физика плазмы», 1981, 7, 136
 33. Литвак А. Г. В кн.: Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1980, т. 60, с. 164
 34. Rice M. J., Bishop A. R., Krumhansl J. A., Trullinger S. E., «Phys. Rev. Lett.», 1976, 36, 432
 35. Jackiw R., «Rev. Mod. Phys.», 1977, 49, 681
 36. Simonov Yu. A., Tjon J. A., «Ann. Phys.», 1980, 129, 110—130
 37. Миура Р. В кн.: Солитоны в действии. М.: Мир, 1981, с. 13—31
 38. Елеонский В. М., Кулагин Н. Е., Новожилова Н. С., Силин В. П. Краткие сообщения по физике. ФИАН, 1981, № 4, с. 47—50
 39. Костин А. А. «Ж. прикл. мат. и техн. физ.», 1972, 15, 1351—1384
 40. Данилов Ю. А., Кузнецов Г. И., Смородинский Я. А. В кн.: Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля. Т. 2, Протвино, 1980
 41. Данилов Ю. А., Кузнецов Г. И., Смородинский Я. А. «Ядер. физ.», 1980, 32, 1547—1552
-

СИЛЬНАЯ ЛЕНГМЮРОВСКАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И ТУРБУЛЕНТНЫЙ НАГРЕВ ПЛАЗМЫ

А. С. Кингсен

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	48
2. Солитонная модель сильной ленгмюровской турбулентности	52
2.1. Ленгмюровский солитон	54
2.2. Динамика образования и взаимодействия солитонов	60
2.3. Модель солитонного газа	62
2.4. Солитон в поле накачки. Модель квазиколлапса, динамическая турбулентность	66
2.5. «Термодинамика» солитонного газа	70
3. Взаимодействие солитонов с частицами и нагрев плазмы	74
3.1. Резонансное взаимодействие	74
3.2. Баллистическая мода	77
3.3. Нелинейная диссипация	79
3.4. Решаемая модель одномерной турбулентности	84
4. Турбулентный нагрев плазмы при ленгмюровском коллапсе	88
4.1. Выбор модели ленгмюровского коллапса	94
4.2. Нагрев плазмы в звуковом режиме коллапса	96
4.3. Нагрев в режиме нелинейной диссипации	100
4.4. Другие модели. Сводка результатов	104
5. Заключение	108
Литература	110

1. ВВЕДЕНИЕ

Сильной ленгмюровской турбулентности, которая рассматривается в настоящем обзоре, принадлежит важная роль в динамике ряда термоядерных систем как импульсных, так и квазистационарных. Примерами могут служить, соответственно, лазерный УТС и пучковый нагрев в открытых ловушках. Вместе с тем, исследование этого физического явления представляет собой важный и необходимый этап развития современной теории плазмы.

Важнейшим свойством горячей бесстолкновительной плазмы является большое число возбужденных коллективных степеней свободы — можно сказать, что турбулентность является формой ее существования. Поэтому теория плазменной турбулентности занимает одно из центральных мест в исследованиях по физике бесстолкновительной плазмы и играет важную роль в ее приложениях — в первую очередь, применительно к проблеме управляемого термоядерного синтеза. Начиная с основополагающих работ Веденова, Велихова, Сагдеева [1], Драммонда

и Пайнса [2], Кадомцева и Петвиашвили [3] и др. теория турбулентной плазмы интенсивно развивалась в СССР и за рубежом, и к настоящему времени в этой области накоплен весьма обширный материал (см., например, обзоры и монографии [4—8]).

На сегодняшний день можно считать общепризнанным, что существует достаточно широкий класс мелкомасштабных турбулентных состояний плазмы, которые могут быть эффективно использованы для ее нагрева. Источником такой турбулентности являются обычно какие-либо кинетические неустойчивости. Развитая турбулентность такого типа вполне возможна в реальных экспериментальных условиях и в принципе не препятствует удержанию плазмы (имеются в виду, вообще говоря, не только квазистационарные, но также и импульсные системы с инерционным удержанием). Идеология турбулентного нагрева плазмы была построена в значительной мере благодаря исследованию явления турбулентного нагрева плазмы током, открытого Е. К. Завойским с сотрудниками (см. напр., [9]). К этому направлению очень близко примыкает метод нагрева плазмы, связанный с развитием микронеустойчивостей на фронте бесстолкновительной ударной волны, разработанный Р. З. Сагдеевым с сотрудниками [10], а также пучковый нагрев плазмы, ведущий свою родословную от пионерских экспериментов Я. Б. Файнберга с сотрудниками [11].

Явление турбулентного нагрева плазмы можно трактовать с различных точек зрения — например, в обзоре [5] турбулентный нагрев током представляется как джоулев нагрев плазмы вследствие аномального сопротивления. Мы в настоящем обзоре, следуя [9] и многим другим работам, будем называть турбулентным нагревом плазмы процесс, при котором свободная энергия источника (внешнее поле, пучок, лазер, макроскопическое движение) переходит в тепловую энергию частиц плазмы через посредство коллективных процессов (преимущественно колебательного характера). При этом роль столкновений предполагается либо несущественной, либо, как в затухании Ландау [8], подчиненной.

В настоящее время среди лидирующих направлений работ по УТС два непосредственно используют идею турбулентного нагрева плазмы. Это, во-первых, лазерный термоядерный синтез (ЛТС) [12, 13, 7] и, во-вторых, нагрев плазмы высокоэнергетичными пучками заряженных частиц в квазистационарных системах [14, 15].

Соответственно потребностям эксперимента, а также следуя собственной логике развития, теория плазменной турбулентности в 60-х годах базировалась, главным образом, на модели слабой турбулентности, в рамках которой может быть поставлен и решен довольно широкий круг вопросов, связанных с коэффициентами переноса, турбулентным нагревом плазмы

и т. п. Под слабо турбулентным состоянием плазмы обычно понимают такое, когда в плазме возбужден конечной ширины спектр коллективных колебаний. При этом плотность энергии волн существенно превышает уровень тепловых шумов, но с другой стороны — много меньше плотности тепловой энергии частиц

$$N_D^{-1} \ll \frac{W}{nT} \ll 1, \quad (1.1)$$

где N_D — число частиц в дебаевской сфере, W — плотность осцилляторной энергии. Теория слабой турбулентности строится на основе решения системы уравнений Власова или уравнений магнитной гидродинамики методом последовательных приближений. Малым параметром теории является величина W/nT . Для некоторых мод колебаний малый параметр может быть иным (например, W/nTc^2 и т. д.), но, как правило, это не меняет существенно вычислительной процедуры и определяет лишь границы применимости теории. Волновое поле слабой турбулентности, подобно некогерентному световому потоку, может быть представлено как совокупность слабовзаимодействующих квантов — плазмонов (ленгмюровских, ионно-звуковых и т. д.). Соответственно, динамика слаботурбулентной плазмы может быть описана системой кинетических уравнений для всех сортов частиц плазмы и квазичастиц, соответствующих всем возбужденным в плазме модам колебаний. В настоящее время эта процедура хорошо разработана, так что основной задачей теории слабой турбулентности является решение полученных уравнений с целью исследования конкретных физических явлений, объяснения экспериментов, разработки методов диагностики и других приложений.

В 70-х годах центр тяжести теории плазменной турбулентности постепенно смещался в сторону сильно нелинейных волн и сильно турбулентных состояний (см. обзоры [16—21]). Особое внимание теоретиков привлекает сильная ленгмюровская турбулентность. Ленгмюровские колебания — наиболее типичные мелкомасштабные колебания плазмы. Им, к тому же, принадлежит особая роль в концепциях лазерного и пучкового УТС. И, наконец, именно в случае ленгмюровской турбулентности особенно жесткими оказываются границы применимости слаботурбулентной модели. Дело в том, что в последней элементарным объектом является волна, полученная в линейном приближении. Однако, как мы сейчас покажем, линейные волны не всегда могут использоваться как нулевое приближение нелинейной теории.

При рассмотрении этого вопроса может быть полезна простая аналогия. Рассмотрим закон дисперсии ленгмюровских волн с учетом слабого частотного сдвига, обусловленного нелинейным взаимодействием:

$$\omega(k) = \omega_{pe} \left(1 + \frac{3}{2} k^2 r_D^2 - \alpha \frac{W}{nT} \right), \quad (1.2)$$

где r_D — дебаевский радиус, $\alpha \sim 1$. Рассматривая $\hbar\omega(k)$ как энергию плазмона, можно поставить (1.2) в соответствие следующее выражение:

$$\varepsilon(p) = mc^2 + \frac{p^2}{2m} - U; \quad (1.3)$$

$$p \ll mc \quad (kr_D \ll 1).$$

Приближение слабой турбулентности соответствует представлению волнового поля в виде газа свободных плазмонов, а взаимодействие между ними рассматривается по теории возмущений. Из формул ((1.2), (1.3)) можно заключить, что для ленгмюровских шумов приближение слабой турбулентности ограничено условием:

$$\frac{W}{nT} < (kr_D)^2. \quad (1.4)$$

Таким образом, даже если источник рождает в плазме слабо-турбулентные ленгмюровские шумы, при достижении ими уровня $W \sim nT(kr_D)^2$ турбулентность переходит в новый режим. Как было впервые показано в работе Веденова и Рудакова [22] (см. также [23]), происходит это в результате развития модуляционной неустойчивости, разбивающей газ плазмонов на сгустки, запертые в ямах плотности — кавернах. Строго говоря, модуляционная неустойчивость и связанные с ней корреляционные эффекты проявляются даже при более слабом условии $W \sim nT(\Delta kr_D)^2$, где Δk — ширина спектра. Но пока выполнено условие (1.4), это приводит лишь к незначительной модификации слабой турбулентности.

Модуляционной неустойчивости посвящено достаточно много научных публикаций. Из них, пожалуй, следует отметить недавние работы Брейзмана и Малкина [24] как наиболее технически совершенные и результативные.

Для теории турбулентного нагрева плазмы представляет интерес не столько модуляционная неустойчивость, сколько существенно нелинейная стадия ленгмюровской турбулентности, когда $W/nT \sim (k_0 r_D)^2$, где k_0 — модуляционное волновое число. Если $W/nT \rightarrow 1$, то и $k_0 r_D \rightarrow 1$, то есть ленгмюровские волны выводятся на сильное затухание Ландау, что открывает новый канал диссипации.

Это обстоятельство является чрезвычайно важным для задачи о турбулентном нагреве плазмы светом лазера или пучками релятивистских электронов. Действительно, в обоих случаях энергия источника накачки передается в типичных условиях именно в ленгмюровские колебания. Если плазма бесстолкновни-

тельная и не имеет слишком больших градиентов плотности, шумы начинают накапливаться, поскольку ленгмюровский спектр нераспадный — закон дисперсии (1.2) запрещает ленгмюровскому плазмону распадаться на два плазмона, так как частота каждого из них не может быть меньше ω_{pe} . В то же время все нелинейные процессы, идущие с сохранением числа квантов, в среднем сдвигают спектр в длинноволновую область, где действует лишь слабый механизм столкновительной диссипации, и стационарный уровень шумов оказался бы в рамках слабой турбулентности очень велик (см., напр., [15]). Модуляционная неустойчивость ограничивает уровень турбулентности и выводит шумы на интенсивное резонансное затухание, что обеспечивает квазистационарный режим турбулентного нагрева плазмы. Вся эта совокупность явлений до сих пор в литературе называется по-разному. Мы будем пользоваться термином «сильная турбулентность», имея при этом в виду, что, как и в большинстве задач о нагреве, уровень шумов $W \ll nT$, но имеет место сильная связь между плазмонами, запертыми в каждой каверне.

Изложенная выше качественная картина является более-менее общепризнанной, но в том, что касается ее деталей и методов описания сильно турбулентного состояния, до настоящего времени у разных авторских коллективов имеются расхождения. Рамки настоящего обзора не позволяют с достаточной полнотой осветить все существующие точки зрения и вынуждают автора отдать определенное предпочтение собственному кругу интересов. При этом автор видит свою задачу прежде всего в том, чтобы познакомить читателя с основными идеями и моделями в теории сильной ленгмюровской турбулентности и ее приложении к задаче о нагреве плазмы. Соответственно, обширный количественный материал, полученный в результате численного моделирования, будет использован минимально.

2. СОЛИТОННАЯ МОДЕЛЬ СИЛЬНОЙ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Итак, переход от слабой турбулентности к сильной связан с переходом от квазиоднородной турбулентности к существенно неоднородной. Если теория слабой турбулентности (также как, например, теория некогерентных световых волн) оперирует в основном усредненными спектральными характеристиками $\langle E_k^2 \rangle$, $\langle N_k^2 \rangle$ или, что то же, числом волн N_k , то специфика сильной турбулентности требует динамического описания волновых полей. Прогресс, достигнутый на сегодняшний день, в основном связан с использованием специфического малого параметра — наиболее интенсивные процессы протекают в отдельных ступках плазмонов, занимающих малую долю объема плазмы.

В качестве динамических уравнений, описывающих волновое поле, удобно использовать уравнения Захарова [25]:

$$\operatorname{div} \left(2i \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 3\omega_{pe} r_D^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} \right) = \omega_{pe} \operatorname{div} \frac{\delta n}{n} \mathbf{E}; \quad (2.1)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_s^2 \Delta \right) \delta n = \frac{1}{16\pi M} \Delta |\mathbf{E}|^2, \quad (2.2)$$

где δn — возмущение плотности плазмы, а \mathbf{E} — амплитуда огибающей волнового поля $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$:

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} \exp(-i\omega_{pe} t) + \text{к. с.}$$

В линейном приближении уравнения (2.1), (2.2) приводят к тривиальному результату:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \delta\omega t);$$

$$\delta n = \delta n(x - c_s t),$$

где $\delta\omega = \frac{3}{2} \omega_{pe} k^2 r_D^2$ — дисперсионная поправка к частоте ленгмюровских колебаний, а $c_s = \sqrt{T_e/M}$ — скорость звука (здесь и далее мы полагаем, что $T_e \gg T_i$, что для сильно турбулентной плазмы вполне естественно). Эти решения представляют собой независимые ленгмюровские и звуковые волны. С учетом нелинейности два типа движений оказываются связанными между собой. Именно, в уравнении (2.2) учтено ВЧ-давление, а в уравнении (2.1) — сдвиг плазменной частоты из-за возмущения плотности.

В рамках уравнений (2.1), (2.2) можно рассматривать как модуляционную неустойчивость, так и развитую турбулентность. Физический смысл модуляционной неустойчивости состоит в том, что при случайном возрастании локальной плотности шумов сила Миллера — $\nabla(e^2 E^2 / 2m\omega^2)$, действующая на электроны плазмы, выталкивает их из области максимума E^2 . Поле разделения зарядов вытягивает и ионы, так что образуется минимум плотности плазмы, в котором оказываются заперты ленгмюровские шумы. Поскольку модуляционная неустойчивость обусловлена неравенством, обратным (1.4), можно ожидать, что конечным ее результатом будет, по крайней мере, $W/nT \sim \sim (k_0 r_D)^2$, где $k_0 \sim L^{-1}$ — эффективное волновое число, соответствующее масштабу локализации L . Механизмом диссипации при $W \rightarrow nT$ может быть затухание Ландау (так как $k_0 r_D \rightarrow 1$) либо пересечение траекторий [25], следствием которого будет переход осцилляторной энергии в тепловую за время порядка ω_{pe}^{-1} . При наличии в плазме «хвостов» энергичных электронов, затухание Ландау возможно и при $W \ll nT$. Другие механизмы диссипации, равно как и отклонение от «равновесия» $W/nT \gg \gg (k_0 r_D)^2$ — сверхзвуковой коллапс — будут рассмотрены в последующих разделах. Подчеркнем, что в условиях развитой сильной турбулентности под W следует понимать плотность

энергии в областях локализации, а средняя по пространству осцилляционная энергия может быть гораздо меньше. Отсюда в частности следует, что усредненная энергия шумов не определяет однозначно режим турбулентности. Наиболее существенной (хотя и не наблюдаемой непосредственно) усредненной характеристикой является направление потока энергии по масштабам. Дело в том, что для развитой слабой турбулентности характерно направление потока энергии в k -пространстве от источника шумов в длинноволновую область, откуда и возникает проблема накопления шумов. Модуляционная неустойчивость меняет направление перекачки энергии по масштабам в сторону коротких волн, где и происходит диссипация — как в случае гидродинамической турбулентности.

Предпринимались попытки (см., напр., [26, 27]) модифицировать применительно к данному случаю теорию слабой турбулентности. В частности, в работах Цытовича и др. [28—30] детально разрабатывалась модель интенсивно взаимодействующих модуляционных возмущений, которые характеризуются квазистационарным средним уровнем, но сами по себе стационарными не являются. Последнее обстоятельство связано с выбором в качестве базиса системы плоских волн, которые в условиях сильной турбулентности не являются невозмущенными решениями основных уравнений. Конечно, спектральная плотность шумов в k -пространстве, быть может, есть самое наглядное представление турбулентности и, в принципе, поддается измерениям. Строго говоря, любое пространственное распределение шумов может быть отражено в наборе фурье-гармоник, но лишь с учетом фазы, а без этого теряется эффект локализации. К тому же, физическая картина оказывается более наглядной, а вычисления обычно — более простыми, если модель турбулентности будет строиться на основе набора невозмущенных решений уравнений Захарова.

Рассмотрим вначале одномерную модель турбулентности, допускающую более простое описание. Основная система уравнений для этого случая имеет вид:

$$2i \frac{\partial E}{\partial t} + 3\omega_{pe} r_D^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \omega_{pe} \frac{\delta n}{n} E = 0; \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta n - c_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta n = \frac{1}{16\pi M} \frac{\partial^2}{\partial x^2} |E|^2.$$

В работе Рудакова [31] впервые было предложено строить модель сильной ленгмюровской турбулентности в виде набора стационарных сгустков ленгмюровских волн — солитонов.

2.1. Ленгмюровский солитон

Ленгмюровский солитон — фундаментальный объект в теории одномерной ленгмюровской турбулентности. Его можно по-

лучить аналитически, исходя из системы (2.3). Ищем решение в виде

$$E = E(x - v_s t) \exp i(kx - \delta\omega t), \quad (2.4)$$

$$\delta\omega = \omega - \omega_{pe}; \quad E \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0.$$

Частотный сдвиг $\delta\omega$ включает в себя как дисперсионные, так и нелинейные эффекты. Подставляя (2.4) в систему уравнений (2.3), можно получить решение вида уединенной волны:

$$E = E_0 \operatorname{ch}^{-1}(k_0 \xi); \quad \xi = x - v_s t. \quad (2.5)$$

$$v_s = 3kr_D v_{Te} = \frac{\partial}{\partial k} \omega(k); \quad \delta\omega = \frac{3}{2} r_D^2 (k^2 - k_0^2) \omega_{pe}, \quad (2.6)$$

$$k_0 = \frac{eE_0}{2\sqrt{6}T_0} (1 - v_s^2/c_s^2)^{-1/2}.$$

Таким образом, в отличие от обычных солитонов ленгмюровский имеет два свободных параметра: обратную ширину k_0 и скорость v_s (или, напр., E_0 и k). Кроме того, поле его модулировано высокой частотой ω_{pe} .

Интересно отметить, что решение (2.5) справедливо как при $k_0 > k$, так и при обратном неравенстве. В последнем случае солитон есть пакет плоских волн, ширина которого определяется нелинейным взаимодействием между гармониками — в соответствии с указанным выше более точным условием модуляционной неустойчивости $W/nT \sim (\Delta k r_D)^2$. Разаумеется, в теории сильной турбулентности интересен как раз солитон большой амплитуды $k_0 \gg k$. В обоих предельных случаях солитон может быть представлен в виде набора плоских волн с согласованными фазами и амплитудами:

$$E(x, t) = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} dk' E_0 \left(2k_0 \operatorname{ch} \frac{\pi k'}{2k_0} \right)^{-1} \times$$

$$\times \exp [i(k' + k)x - i(\omega + k'v) t]. \quad (2.7)$$

Ленгмюровские солитоны (и вообще локализованные волновые пакеты) могут существовать только при $v_s < c_s$ — это можно видеть из второго уравнения системы (2.3).

Солитон, строго говоря — лишь частное решение системы (2.3). Однако из возможных решений солитон имеет наименьшую энергию и является устойчивым [32]. Далее, солитон — волновое образование, локализованное в пространстве — поле его затухает с координатой экспоненциально. Это позволяет с экспоненциальной точностью использовать принцип суперпозиции полей, вообще говоря, несправедливый для нелинейных уравнений. Произвольное начальное возмущение, как показано в [32], можно с хорошей точностью представить в виде набора солитонов. Все это вместе взятое позволяет построить модель турбулентности в виде газа солитонов, располагая солитоны

различных амплитуд случайным образом в пространстве [31, 33]. В «статическом» случае

$$\frac{v_s}{c_s} \ll 1; \quad \frac{\delta n}{n_0} = \frac{|E|^2}{16\pi n T_e} \ll \frac{m}{M}, \quad (2.8)$$

система (2.3) сводится к одному уравнению, так называемому нелинейному уравнению Шредингера:

$$2i \frac{\partial E}{\partial t} + 3\omega_{pe} r_D^2 E_x^* + \omega_{pe} \frac{|E|^2}{16\pi n T} E = 0. \quad (2.9)$$

Это уравнение имеет бесконечное число интегралов движения и допускает точное аналитическое решение методом обратной задачи рассеяния [32]. Интересно отметить, что на самом деле существует два несколько различных типа ленгмюровских солитонов, но оба они могут быть описаны уравнениями (2.3), (2.9) [34].

Разница состоит в следующем. Тот минимум плотности, в котором заперты ленгмюровские шумы, как говорилось выше, может быть обязан выталкиванию ионов при посредстве амби-полярного потенциала. Тогда, например, в приближении (2.8) имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} n_e &= n_0 \exp \left[\frac{e\Phi}{T_e} - \frac{e^2 E^2(\xi)}{2m\omega^2 T_e} \right], \\ n_i &= n_0 \exp \left[-\frac{e\Phi}{T_i} \right], \\ \Phi(\xi) &= \frac{E_0^2}{8\pi n e} \frac{T_i}{T_e} \operatorname{ch}^{-2} k_0 \xi. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Здесь первые две формулы представляют собой просто больцмановские распределения (действие силы Миллера на ионы пренебрежимо мало); третье соотношение следует из условия квазинейтральности $n_i - n_0 = n_e - n_0$.

Но есть и другой механизм образования минимума плотности, когда потенциал Φ имеет противоположный знак. В этом случае, если функция распределения ионов установилась во всем пространстве, ионы будут пролетать через минимум потенциала с повышенной скоростью, так что при постоянном потоке частиц мы опять получим минимум плотности:

$$\frac{\delta n}{n} = \int f_i(v) \left(\frac{v}{\sqrt{v^2 - \frac{2e\Phi}{M}}} - 1 \right) dv. \quad (2.11)$$

Эта форма солитона является единственно возможной, если скорость солитона больше ионной тепловой v_{Ti} . В работе [34] отмечается, что при торможении таких солитонов (о чем речь пойдет ниже) они могут естественным образом перейти в область $v_s < v_{Ti}$. Разлагая (2.11) по малому параметру $(-e\Phi/T_e)^{1/2}$; можно получить при $v_s < v_{Ti}$:

$$\Phi(\xi) = -\pi \frac{E^2(\xi)}{32ne} \frac{T_i}{T_e} \left(\frac{E^2(\xi)}{16\pi n T_e} \right). \quad (2.12)$$

Видно, что отличие от «статического» потенциала (2.10) — не только в знаке, но и в малом параметре. Эти два типа солитонов по-разному взаимодействуют с резонансными ионами. Далее, в потенциальную яму (2.12) могут быть захвачены ионы, и тогда у солитона появляется новый параметр — число захваченных частиц. Она может иметь непрерывный спектр конечной ширины по энергии и импульсу при данной амплитуде и скорости и в этом смысле подобен баллистическим модам Бернштейна—Грина—Крускала (см., напр., [8]).

При $T_i \ll T_e$ для обоих типов солитонов $ne\Phi(\xi)$ мало по сравнению с действующим на электроны ВЧ-давлением, так что, кроме взаимодействия с ионами, два типа солитонов ничем не отличаются.

Укажем интегралы движения системы (2.1), (2.2) весьма важные для последующих параграфов. Следуя [25, 32, 35], преобразованием

$$\begin{aligned} r &\rightarrow \frac{3}{2} \omega_{pe} r_D^2 \frac{r}{c_s}; & t &\rightarrow \frac{3}{2} \omega_{pe} \frac{r_D^2}{c_s^2} \tau; \\ \frac{\delta n}{n_0} &\rightarrow \frac{2}{3} \sqrt{\frac{m}{M}} n; & |E|^2 &\rightarrow \frac{32\pi}{3} n M c_s^2 \left(\frac{c_s}{v T_e} \right)^2 |\nabla \Psi|^2 \end{aligned}$$

приведем уравнения Захарова к безразмерному виду:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left(-2i \nabla \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - \frac{3}{2} \nabla \Delta \Psi - n \nabla \Psi \right) &= 0; \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \Delta \right) n &= \Delta |\nabla \Psi|^2. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Система (2.13) имеет три интеграла движения: числа квантов I_0 , импульса I_1 , энергии I_2 . В одномерной модели эти интегралы имеют вид:

$$\begin{aligned} I_0 &= \int |E|^2 dx, \\ I_1 &= \int [i (E^+ E_x' - E E_x'^+) + n v] dx, \\ I_2 &= \int \left[n |E|^2 + |E_x'|^2 + \left(\frac{n}{2} \right)^2 + \frac{v^2}{2} \right] dx, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где скорость определяется уравнением $\partial v / \partial x = -\partial n / \partial t$. Что касается бесконечного числа интегралов уравнения (2.9), из чего, казалось бы, следует полная детерминированность динамики и невозможность построения модели турбулентности, то это свойство лишь данного модельного уравнения, неверное для системы (2.13).

Для отдельного солитона интегралы движения (2.14) в физических переменных равны:

$$\begin{aligned}
 i_0 \omega_{pe} &\equiv \mathcal{E}_0 = \frac{\sqrt{6}}{2\pi} \frac{E_0 T}{e}, \\
 I_1 &= I_0 k, \\
 I_2 &= \mathcal{E}_0 k^2 r_D^2 \left(\frac{3}{2} + \frac{7}{64} \frac{E_0^2}{n T} \frac{M}{m} \right) - \delta \mathcal{E}(E_0),
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

где $\delta \mathcal{E}(E_0)$ не зависит от k . Все физические величины нормированы на единицу площади поперечного сечения одномерного солитона. Существует еще один интеграл движения, который для уравнения Шредингера вообще отсутствует:

$$I_s = \int \delta n dx.$$

Многие авторы при анализе ленгмюровской турбулентности им пренебрегают. Необходимость учитывать этот чисто звуковой интеграл отмечена в работе [36]. В этой работе рассмотрено также поведение солитонов в неоднородной плазме. Как известно (см., напр., [4]), поведение ленгмюровских квантов в этом случае может быть описано в рамках уравнений геометрической оптики:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}}; \quad \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} = -\nabla \omega,$$

которым соответствует интеграл движения $\omega(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \text{const}$. Второй интеграл движения — число квантов — формально следует из того, что спектральная функция $N_{\mathbf{k}} = W_{\mathbf{k}}/\omega_{\mathbf{k}}$ подчиняется уравнению Лиувилля. Третий интеграл — энергия $\int N_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} d\mathbf{k}$ является следствием первых двух. В случае ленгмюровского солитона сохранение указанных трех величин было бы несовместно. Разрешение этого парадокса заключается в том, что в солитоне постоянно происходит трехволновое взаимодействие ленгмюровских волн со звуком — в частности, низкочастотная огибающая (2.5) представляет собой общее биение всех высокочастотных гармоник (2.7). Поэтому движение солитона в неоднородной плазме сопровождается излучением звука, что и позволяет согласовать интегралы движения. Формально неоднородность плазмы учитывается в работе [36] тем, что в первое уравнение (2.3), вместо $\delta n(x)$ вводится величина $\Delta n = \delta n + n(x) - n_0$. При достаточно слабой неоднородности решением будет, по-прежнему, солитон:

$$E = E_0 \text{ch}^{-1} k_0 \left(x - \int_0^t v_s d\tau \right), \tag{2.16}$$

а скорость солитона определяется из уравнения:

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{\frac{d^2}{dt^2} \int x |E|^2 dx}{\int |E|^2 dx},$$

в которое подставляется $\partial E/\partial t$ из модифицированного уравнения (2.3). Интегрирование по частям дает:

$$\dot{v}_s = -\frac{3}{2} \frac{v_{Te}^2}{n} \frac{\int \left(\frac{\partial}{\partial x} \Delta n \right) |E|^2 dx}{\int |E|^2 dx}. \quad (2.17)$$

Подчеркнем, что в $\Delta n(x)$ нельзя ограничиться учетом только стационарной огибающей солитона. Из сохранения звукового интеграла I_s следует, что ускоряющийся солитон должен излучать звук — «горб» при ускорении и яму при замедлении, и при этом несимметрично — вперед больше, чем назад. Тем самым, как следует из (2.17), увеличивается эффективная масса солитона. Подставим в правую часть второго (звукового) уравнения (2.3) поле (2.16), представим возмущение плотности в виде

$$\delta n = \delta n_{3В} \frac{|E|^2}{16\pi M(c_s^2 - v_s^2)}$$

и воспользуемся малым параметром

$$\left| \frac{\dot{v}_s}{c_s - v_s} \right| \ll k_0(c_s - v_s),$$

который означает, что за время пробега солитона звуком изменение скорости мало, и каверна успевает перестраиваться. Вычисления дают:

$$\delta n_{3В} = \frac{E_0^2 \dot{v}_s}{32\pi M k_0 c_s} \left\{ \text{th } k_0 \xi \left[\frac{1}{(c_s + v_s)^2} + \frac{1}{(c_s - v_s)^2} \right] + \right. \\ \left. + \frac{k_0 \xi}{\text{ch}^2 k_0 \xi} \frac{2v_s}{c_s^2 - v_s^2} \left[\frac{1}{(c_s - v_s)^2} - \frac{1}{(c_s + v_s)^2} \right] \right\}; \quad \xi = x - \int_0^t v_s d\tau. \quad (2.18)$$

Дальнейшие вычисления уже зависят от профиля плотности $n(x)$. Приведем качественный результат. В неоднородной плазме солитон, как и ленгмюровский плазмон, выталкивается в область малой плотности $\dot{v} \sim -\nabla n$, но в отличие от свободного кванта, скорость которого может возрастать до величины порядка v_{Te} , у солитона эффективная масса неограниченно возрастает при приближении к скорости звука c_s . Соответственно, скорость солитона асимптотически стремится к c_s , но при этом $k_0 \sim (c_s^2 - v_s^2)^{-1}$, так что в конце концов солитон выходит на интенсивное затухание.

Используя приведенную выше схему, можно получить еще один интересный результат [36]. Затухание солитона, как и ускорение, также приводит к изучению звука — уменьшающееся ВЧ-давление не может удержать прежнюю яму плотности, поэтому излучается возмущение с отрицательным δn . При накачке условие $I_s = \text{const}$ требует излучения положительного δn . Отсюда следует, что в однородной плазме ленгмюровский солитон ускоряется при затухании и тормозится при накачке —

разумеется, в том случае, если указанные процессы сводятся лишь к зависимости I_0 от времени, т. е. могут быть описаны введением эффективного инкремента γ . При естественном условии $\gamma \ll k_0(c_s - v_s)$ результат получается значительно более простым [36]:

$$k_0^3 v_s = \text{const.} \quad (2.19)$$

Разберем пример. В работе [31] рассмотрено взаимодействие ленгмюровского солитона с достаточно узким, $\Delta v_b \ll v_b$, электронным пучком (см. также [37]). Оказывается, что из-за корреляции гармоник в инкременте такого взаимодействия появляется дополнительный малый параметр. Для этого должно лишь выполняться условие

$$\gamma \sim \omega_{pe} v^2 \frac{\partial f_b}{\partial v} \ll \delta \omega_n \sim k_0^2 r_D^2 \omega_{pe}.$$

Тогда сохраняется форма солитона, а с нею вместе и спектр (2.7). Если пучок узкий и $v_b \gg \omega_{pe}/k_0$, то резонансные гармоники, соответствующие $\partial f/\partial v > 0$ и $\partial f/\partial v < 0$, имеют почти одинаковую амплитуду. С той точностью, с которой $\text{ch}^{-1} k_0 \xi$ можно заменить «ступенькой» $\theta(1 + \frac{v}{k_0}) \cdot \theta(1 - \frac{v}{k_0})$, инкремент вообще равен нулю. Если же учесть более точно профиль спектра (2.7), то получим, например, что стоячий солитон при взаимодействии с пучком затухает, так как $\partial f/\partial v < 0$ соответствует большая амплитуда резонансной гармоники. Эффективная накачка возможна лишь при $v_b > v_{Te}^2/v_s$, когда максимум спектрального распределения (2.7) соответствует фазовой скорости, меньшей, чем характерная скорость пучка.

Пусть теперь пучок взаимодействует с плазмой, в которой возбужден широкий по v_s спектр ленгмюровских солитонов. Учтем, что солитоны ускоряются при затухании и тормозятся при накачке. Отсюда следует, что в результате взаимодействия с пучком все солитоны с $v_s/v_b > 0$ сгруппируются вблизи скорости $v_s \sim v_{Te}^2/v_b$. При этом инкремент накачки для них близок к нулю, а взаимодействие затруднено (поскольку почти исключены столкновения). Этот вывод — с уточнениями, которые возникают при кинетическом рассмотрении — был подтвержден в работе [38], где детально рассматривалось взаимодействие пучка с солитонами.

2.2. Динамика образования и взаимодействия солитонов

Вопросы, составляющие предмет данного и последующего параграфов, уже не раз излагались в обзорах (см. [16, 19]). Поэтому здесь мы ограничимся теми основными моментами, которые важны для модели солитонного газа. Модель турбулентности включает в себя источник турбулентных пульсаций, ме-

ханизм их затухания и, вообще говоря, инерционный интервал, в котором происходит перекачка шумов по масштабам от масштаба возбуждения до масштаба затухания. Источником сильной турбулентности можно считать модуляционную неустойчивость конденсата плазмонов (образование последнего во многих случаях — процесс независимый; так мы для простоты и будем предполагать в дальнейшем). Масштаб возбуждения $k_i^{-1} \sim \sim r_D \sqrt{nT/W}$. Затухание солитонов — образований квазистационарных — безусловно связано с резонансными электронами. Масштаб затухания $k_f^{-1} \gg r_D$.

В работе [33] было сделано предположение, что главным механизмом перекачки по масштабам в инерционном интервале может быть слияние солитонов, при котором, как можно видеть из формул (2.16) амплитуды, грубо говоря, суммируются. Подробно образование и столкновение солитонов изучалось затем в работе [35] численными методами.

Численный эксперимент проводился на основе системы уравнений (2.13). Один из главных качественных результатов заключается в том, что звук играет очень важную роль в динамике сильной ленгмюровской турбулентности. Рассмотрим вначале «статический» случай (2.9). Для отдельного солитона уравнение (2.9) справедливо при единственном условии $v_s \ll c_s$, но образование и взаимодействие солитонов можно изучать в рамках этого уравнения лишь при условии, что выполнены оба неравенства (2.8) — в безразмерных переменных они имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} E_0^2 \ll 1 \text{ или } k_0 \ll 1, \\ v_s \ll 1 \text{ или } k \ll 1. \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

В работе [32] показано, что динамика системы солитонов в рамках уравнения (2.9) полностью детерминирована (бесконечное число интегралов движения). В частности, солитоны практически не взаимодействуют — при столкновениях они проходят друг через друга, меняя лишь фазу. Это напоминает классический случай солитонов Кортевега—де Фриза, обладающих как раз такими свойствами [21].

Численный эксперимент в приближении (2.20) мало что добавил к работе [32]. Замена (2.9) на более точную систему уравнений (2.13) привела лишь к незначительному излучению звука при взаимодействии, так что солитоны, пройдя друг через друга, расходятся с меньшей скоростью.

При $E \gg 1$ солитоны могут сливаться. Законы сохранения в принципе накладывают на эту возможность довольно слабые ограничения. Но уже в работе [33] было сделано предположение, что сливаться должны предпочтительно близкие по амплитуде солитоны. Аргументы были следующие: при разной амплитуде солитоны отличаются и по ширине, но тогда один представляет для другого просто квазиклассическую яму, поэтому

слияние едва ли возможно, хотя перекачка энергии и допустима. Численный эксперимент показал, что солитоны равных амплитуд действительно сливаются, а избыток энергии

$$2 I_2(E_0) - I_2(2 E_0) \simeq -6 I_2(E_0)$$

излучается в виде звука. При различии амплитуд солитонов более чем в два раза взаимодействие отсутствует. Не происходит слияния также и при достаточно большой относительной скорости. Действительно, энергия

$$I_2 = k^2 I_0 - \frac{1 - 5k^2}{6(1 - k^2)} E^2$$

при большой относительной скорости положительна хотя бы для одного солитона, и законы сохранения запрещают слияние.

Звуковые волны, излучающиеся при взаимодействии, играют важную роль в динамике многосолитонных состояний. Солитон в рамках одномерной модели устойчив, законы сохранения запрещают распад одного солитона на два, но такой процесс может иметь место при участии звука — это следует из того, что уравнения (2.13) обратимы во времени.

Численный эксперимент показывает, что солитон может быть разбит только импульсом отрицательной полярности $E < 0$ и лишь при условии, что амплитуда солитона не превышает половины амплитуды тех солитонов, при слиянии которых родился звуковой цуг.

Образование солитонов при модуляционной неустойчивости демонстрировалось многократно в различных численных экспериментах — как на основе систем уравнений, близких к (2.13), так и на основе частичного моделирования. Обычно при модуляционной неустойчивости монохроматической волны солитон (и притом только один) образуется между двумя узлами огибающей, т. е. на половине длины волны.

2.3. Модель солитонного газа

Одной из интересных особенностей сильной ленгмюровской турбулентности является заметное отличие одномерной теории по физике от двух- или трехмерной. В последних двух случаях фундаментальным объектом является коллапсирующий кавитон (см. гл. 4), который за время $\sim (k_i c_s)^{-1}$ (k_i — обратный модуляционный масштаб) «сходится в точку», диссипируя при этом энергию через коротковолновую область своего спектра. В одномерной теории такого процесса нет (если не стимулировать его накачкой солитона); фундаментальные объекты стационарны. К явлению коллапса мы вернемся в главе 4, а здесь продолжим рассмотрение одномерной теории. Главная область ее приложения — одномерный численный эксперимент, который пока играет ведущую роль в моделировании коллективных

процессов в мощных импульсных системах. Вместе с тем область применимости физических представлений, развитых в рамках одномерной модели может оказаться гораздо шире. Для других мод колебаний она может охватывать также и трехмерный случай (см., напр., [17]).

Проводя наше рассмотрение, мы в данном параграфе не будем касаться ситуации, когда накачка существенным образом определяет динамику солитона при любых масштабах, т. е. будем предполагать существование инерционного интервала, где справедливы уравнения (2.3). В основном мы будем следовать работе [33], в которой впервые была предложена модель развитой солитонной турбулентности. Пусть W средняя плотность энергии, которая в интересующих нас интервалах времени может считаться стационарной. Обозначим длину системы через L . Введем систему основных состояний турбулентности, каждое из которых характеризуется распределением энергии системы между N одинаковыми солитонами (N есть параметр состояния). Для амплитуды $E_0(N)$ имеем уравнение

$$WL = NE_0(N) = \frac{\sqrt{6}}{2\pi} \frac{E_0(N)T}{e} N. \quad (2.21)$$

Максимальное число солитонов определяется условием «плотной упаковки» $N_{\max} \sim k_0 L$, что дает:

$$N_{\max} \simeq \frac{1}{4\sqrt{6}} \left(\frac{W}{nT}\right)^{1/2} \frac{L}{r_D}. \quad (2.22)$$

Минимальное же число N_{\min} определяется либо дебаевским масштабом, либо, при наличии энергичного «хвоста» в функции распределения электронов, волновым числом $k_{0\max}$, при котором происходит обрезание спектра:

$$N_{\min} = \frac{1}{24} \frac{W}{nT} \frac{L}{r_D} (k_{0\max} r_D)^{-1}. \quad (2.23)$$

Будем считать, что сильная ленгмюровская турбулентность представляет собой «газ» солитонов, которые взаимодействуют при столкновениях, что же касается слаботурбулентной части спектра, то ее роль будет предполагаться пренебрежимо малой (мы, впрочем, неявно учли ее влияние, выражающееся в стохастизации спектра солитонов). Тогда квазистационарное турбулентное состояние может быть в каждый данный момент времени разложено по основным состояниям. Определим $P(N)$ как вероятность основного состояния с индексом N :

$$P(N) = \Delta n(N) / N, \quad (2.24)$$

где $\Delta n(N)$ — число солитонов с амплитудой $E_0(N)$ в данном реальном состоянии. Из определения (2.21) следует, что $P(N)$ позволяет определить долю энергии, приходящуюся в реальном состоянии на солитоны с амплитудой $E_0(N)$:

$$\Delta \mathcal{E}(N) = \mathcal{E}_0(N) P(N).$$

В численном эксперименте снимается, как правило, распределение энергии по модам. Вычислим спектральную плотность энергии E_k^2 , соответствующую заданному распределению $P(N)$. Для этого воспользуемся спектральным разложением (2.7). В турбулентном состоянии солитоны должны быть расположены в пространстве случайным образом и иметь случайные фазы. Это позволяет сразу написать выражение для энергетического спектра:

$$W_k = \frac{12T^2}{Le^2} \int_{N_{\min}}^{N_{\max}} dN N P(N) \operatorname{ch}^{-2} \left(\frac{3T^2}{e^2} \frac{kN}{WL} \right). \quad (2.25)$$

Функцию $\operatorname{ch}^{-2}x$ здесь можно приближенно заменить на $\theta(1-x)$, которая установит верхний предел интегрирования

$$N_0 = \frac{1}{3} \left(\frac{e}{T} \right)^2 \frac{WL}{k}.$$

Окончательный ответ имеет вид:

$$W_k = \frac{12T^2}{Le^2} \int_{N_{\min}}^{N_0} dN N P(N). \quad (2.26)$$

Как правило, численные эксперименты в условиях сильной турбулентности дают спектры, спадающие по степенному закону. Наиболее типичный результат, получавшийся при моделировании различных способов возбуждения $W_k \sim k^{-2}$ [39—41]. В нашей модели ему соответствует

$$P(N) = \text{const}. \quad (2.27)$$

Это в нашем представлении, где есть только один интеграл движения W , есть аналог распределения Рэля—Джинса. Действительно, в одномерном случае спектр Рэля—Джинса, соответствующий равномерному распределению энергии по степеням свободы, вырождается в постоянную спектральную плотность энергии $W_k = 2T/\pi$. Подчеркнем, однако, что равномерное распределение энергии по степеням свободы и квазистационарная турбулентность — это разные состояния. В последнем равновесие является динамическим и означает лишь постоянный поток энергии по масштабам. В работе [33] было сделано предположение, что основным механизмом, обеспечивающим такой поток, является слияние двух одинаковых солитонов с параметрами \mathcal{E}_0 , E_0 , k_0 при столкновении, в результате чего образуется солитон с $2\mathcal{E}_0$, $2E_0$, $2k_0$. О том, что дал численный эксперимент, уже говорилось выше. Хотя «сечение» взаимодействия зависит от разности амплитуд и относительной скорости солитонов, это не меняет дела в том отношении, что исходные предпосылки работы [33] оказались правильными. В то же время, важным уточнением, сле-

дующим из результатов [35] было то, что поток энергии в область малых масштабов есть результат баланса между прямым (слияние солитонов) и обратным (дробление солитонов звуком) потоками. Поэтому данный в [33] вывод условия (2.27), проведенный лишь с учетом столкновений между солитонами, не имеет особого смысла в свете этих результатов. При более корректном рассмотрении [35] удалось лишь доказать, что спектр имеет степенной характер: $W_k \sim k^{-m}$, $m > 3/2$.

Все приведенные рассуждения могут быть повторены для трехмерного случая (см. [33]). Интересно отметить, что они снова приводят к (2.27). Дело, однако, за тем, чтобы найти устойчивые стационарные ленгмюровские солитоны такой размерности. Если они и существуют, то лишь при учете нелинейностей более высокого порядка, чем E^2 . Для коллапсирующих же кавитонов вопрос о столкновениях не имеет смысла, так как сам факт локализации означает, что расстояние между соседними кавернами $r_{ij} \gg k_0^{-1}$, а характерное время столкновения r_{ij}/c_s . Общим в обеих схемах является сам факт перекачки энергии в короткие масштабы, но в неоднмерной теории это эффект коллапса, а в одномерной модели солитонного газа — поэтапный процесс.

В кинетике солитонного газа удобнее оперировать не с вероятностью $P(N)$, а с числом солитонов данной амплитуды на единицу длины:

$$F(E_0) = P(N) N \frac{dN}{dE_0}. \quad (2.28)$$

Если учесть, что наиболее эффективно взаимодействуют солитоны почти равной амплитуды, можно для качественных рассуждений использовать более простую модель, полагая, что существуют только солитоны с амплитудами

$$E_n = E_{\max} \cdot 2^{-n}, \quad (2.29)$$

и характеризуя турбулентное состояние числами заполнения $N(E_n)$. Рассуждения, проведенные в рамках такой модели, без труда переносятся на непрерывную модель, так как в последней разброс энергий взаимодействующих солитонов $\Delta E_{ct} \approx E$. Например, вместо (2.27), получаем:

$$F(E) \sim E^{-3}; \quad N(E) \sim E^{-2}.$$

Для спектральной плотности энергии, вместо (2.26), нетрудно получить:

$$W_k \approx \frac{T^2}{e^2} \int_{kr_D \sqrt{n\bar{T}}}^{\sqrt{n\bar{T}}} F(E) dE = \frac{T^2}{e^2} \sum_{E=kr_D \sqrt{n\bar{T}}}^{E=\sqrt{n\bar{T}}} N(E). \quad (2.30)$$

2.4 Солитон в поле накачки. Модель квази коллапса, динамическая турбулентность

Модель [33] на сегодняшний день не является единственной. Численные эксперименты, выполненные в последние годы, показали, что режимы одномерной сильной турбулентности обнаруживают широкий спектр различных предельных случаев. Соответственно, различные аналитические или численные результаты служат основой для построения физической модели. Два случая заслуживают, на наш взгляд, особого внимания.

1) Если в модели [33] фазы солитонов, составляющих сильную турбулентность, полагались случайными, то в численном эксперименте иногда наблюдается жесткая корреляция фазы, приводящая к более или менее регулярной структуре турбулентных пульсаций (в работе [42] этот режим был назван динамической турбулентностью). Такая ситуация может возникнуть, если за время накачки не успевают проявиться себя диссипативные эффекты, слабая неоднородность плазмы или другие механизмы, достаточно слабые, чтобы разрушить внутреннюю структуру солитона, но приводящие к расстройке фазы. Корреляция фаз затрудняет взаимодействие солитонов и способствует сохранению примерно одинаковой амплитуды и расположения солитонов, соответствующего масштабу, при котором инкремент неустойчивости в начальном состоянии максимален. При некоторых упрощающих предположениях такая солитонная «решетка» получена аналитически [43].

В задаче о нагреве плазмы такой режим, если он вообще реализуется, характеризует начальную стадию, когда можно пренебречь взаимодействием волн с частицами плазмы. Далее мы еще вернемся к этому вопросу, а здесь заметим, что неизбежная идеализация задачи при постановке численного эксперимента зачастую связана с введением дополнительных регулирующих механизмов, вследствие чего иногда допускается переоценка универсальности результатов. Так в работе Судана и др. [44] содержится утверждение, что при не слишком сильном поле накачки $E^2 \ll 4\pi nT$ модуляционная неустойчивость приводит к образованию системы стоячих, не взаимодействующих и близких по амплитуде солитонов. В отличие от [42, 43], здесь солитонная «решетка» со временем отключается от накачки, но сохраняет регулярную структуру. Этот результат получен в случае стоячей волны возбуждения, нулевой расстройки $\omega_0 - \omega_{pe}$ (ω_0 — частота накачки), в пренебрежении взаимодействием с частицами, неоднородностью, и т. д. Численный эксперимент, как правило, не менее идеализирован, чем решаемая модель в аналитической теории.

Если после отключения солитонов от накачки учесть неоднородность плазмы, стоячие солитоны «поедут». Если смоделировать накачку бегущей волной, солитоны с самого начала

получатся бегущими. Если теперь учесть затухание Ландау, солитоны будут ускоряться (см. п. 2.1). Если рассматривать режим, в котором возбуждаются слаботурбулентные шумы, а затем происходит образование солитонов из конденсата плазмонов, а тем более, если накачка шумов идет за счет пучковой неустойчивости, то в этом случае регулярная структура солитонной турбулентности представляется маловероятной.

В работах [45, 46], развивающих концепцию динамической турбулентности, постулируется сохранение гамильтониана системы, включающего энергию как ленгмюровских, так и звуковых волн. В задаче последовательно одномерной это вполне разумно, если же мы желаем промоделировать в одномерном случае трехмерную турбулентность, надо учесть, что время жизни звукового возмущения порядка $\omega_{pi}^{-1}(M/m)^{1/2}$. То же можно сказать и о звуковом инварианте I_s : его практически без оговорок можно использовать для изучения динамики отдельного солитона, но не для системы в целом на больших временах. Сказанное выше следует понимать как пожелание с большей осторожностью оценивать границы применимости модели, но безусловно, в целом она имеет право на существование.

2) Другое важное отличие от модели [33] возникает в задаче о накачке достаточно сильным внешним полем [47—50], так что взаимодействие с последним непосредственно выводит солитоны на амплитуду $E_0 \sim \sqrt{nT}$ и, следовательно, на резонансное затухание («физический коллапс» [47] или «квази-коллапс» [48]). В качестве накачки может, в частности, выступать поле конденсата плазмонов. Если амплитуда накачки e_0 достаточно велика

$$\frac{e_0^2}{16\pi nT} \gg \left(\frac{m}{M}\right)^{1/2}, \quad (2.31)$$

то реализуется «сверхзвуковой» режим, при котором накачка опережает время формирования солитона; настоящий ленгмюровский солитон (2.5) не успевает сформироваться. Для этого мощность накачки Q должна быть весьма значительной:

$$Q \gg nT\omega_{pi}.$$

Даже если это неравенство не выполняется, то по мере нагрева электронов фазовая скорость, соответствующая области диссипации, растет, и квази-коллапс на заключительной стадии процесса нагрева окажется эффективным каналом диссипации.

Вообще говоря, для численных экспериментов характерным является случай большой накачки (хотя бы из соображений экономии машинного времени). Для случая, обратного (2.31), данный механизм работает плохо, что следует из аналитического решения, полученного в работе [50]. В качестве исходного может служить модифицированное уравнение (2.9):

$$2i \frac{\partial E}{\partial t} + 3\omega_{pe} r_D^2 E_{x^2} + \omega_{pe} \frac{|E|^2}{16\pi n T_e} (E + \varepsilon) = 0, \quad (2.32)$$

которое описывает солитон с периодически меняющейся амплитудой E_0 . Действительно, из (2.32) для величины

$$\frac{d}{dt} \int |E|^2 dx \equiv \frac{4\sqrt{6} T_e}{e} \dot{E}_0$$

можно получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{4\sqrt{6} T_e}{e} \dot{E}_0 &= \omega_{pe} \frac{E_0^2 \varepsilon_0}{16\pi n T_e} \sin\left(\Delta\omega + \frac{3}{2} \omega_{pe} (k_0 r_D)^2\right) t \times \\ &\times \int \frac{\cos kx}{\text{ch}^2 k_0 x} dx. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Здесь ε_0 — амплитуда, а $\Delta\omega$ — расстройка частоты накачки:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp i(kx - \Delta\omega t) + \text{к. с.}$$

Обратимость поглощения, следующая из решения (2.33), напоминает ситуацию с трехволновым параметрическим взаимодействием [5, 7]. В данном случае дело в том, что пренебрежение членом $\partial^2 n / \partial t^2$ при переходе от (2.3) к (2.9) соответствует пренебрежению излучением звука — явлением необратимым. Между тем пульсирующий солитон в силу закона сохранения $I_s = \text{const}$ обязан излучать звук. Подставляя в правую часть второго уравнения (2.3) поле такого солитона из (2.33), можно найти потерю энергии на излучение звука [51]:

$$q \equiv \frac{d}{dt} \int \frac{|E|^2}{8\pi} dx = \frac{9}{4} \pi \omega_{pe} (k_0 r_D)^2 \varepsilon_0^2 r_D \sqrt{\frac{M}{m}} \frac{1 + \left(\frac{k}{k_0}\right)^2}{\text{ch}^2 \frac{\pi k}{2k_0}}. \quad (2.34)$$

Тем самым определен и темп поглощения монохроматической волны солитоном. Для бегущей волны и стоячего солитона можно ввести коэффициент поглощения [51]:

$$\alpha \equiv \frac{q}{\frac{\varepsilon_0^2}{8\pi} v_g} = 6\pi^2 \frac{(k_0 r_D)^2}{k r_D} \sqrt{\frac{M}{m}} \frac{1 + \left(\frac{k}{k_0}\right)^2}{\text{ch}^2 \frac{\pi k}{2k_0}}. \quad (2.35)$$

Формулы (2.34) и (2.35) получены в предположении, что поле накачки является заданным. Такую ситуацию можно представить себе, например, для электромагнитной волны, но для ленгмюровской волны не слишком большой амплитуды эти результаты следует рассматривать как приближенные. Во-первых, возмущение волны происходит за счет поглощения, во-вторых, ленгмюровская волна возмущается солитоном как ямой плотности. В результате при $k < k_0 \sqrt{\frac{M}{m}} (k_0 r_D)$ темп поглощения падает, так что в этой области остается $\alpha \ll 1$.

В этой связи подчеркнем еще раз, что уравнение (2.9) правильно описывает стоячие ленгмюровские солитоны любой амплитуды, но динамику ленгмюровской турбулентности на базе этого уравнения рассматривать нельзя.

В работе [51] рассмотрен также случай больших амплитуд $k_0 r_D \gg \sqrt{m/M}$, когда падающая волна не может возмутить глубокую солитонную каверну, которую можно считать заданной и постоянной. При этом падающая ВЧ-волна описывается уравнением Шредингера с заданной потенциальной ямой $\text{ch}^{-2} k_0 x$, решение которого хорошо известно (при $k=0$ это просто $\text{th } k_0 x$). Коэффициент поглощения оказывается экспоненциально малым, но взаимодействие и в этой области спектра может быть весьма эффективным. Нужно лишь от трехплазмонного процесса $l_k + s_{k_0} \rightarrow l_{k_0}$ перейти к четырехплазмонному $2l_k \rightarrow l_{-k_0} + l_{2k+k_0}$. В теории возмущений это соответствует следующему порядку. Вычисления дают [51]:

$$\begin{aligned} q' &\simeq \omega_{pe} \frac{\varepsilon_0^4}{nT} r_D \left(\frac{m}{M}\right)^{3/2} (k_0 r_D)^{-2}, \\ \alpha' &\simeq \frac{\varepsilon_0^2}{nT} \left(\frac{m}{M}\right)^{3/2} (k_0 r_D)^{-2} (kr_D)^{-1}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Результаты (2.34—2.36) указывают, в частности на стохастизирующую роль слаботурбулентных шумов в солитонном газе. Вернемся к модели квази коллапса. Наилучшим обоснованием для нее на сегодняшний день является работа [52], в которой проведено численное моделирование одномерной ленгмюровской турбулентности в условиях регулярной накачки. В этой работе промоделированы многие механизмы взаимодействия волн и частиц, в том числе и такие, о которых пойдет речь в последующих главах настоящего обзора (образование «хвостов» резонансных электронов, индуцированное переизлучение волн из ленгмюровского конденсата в звуковые и т. д.). Здесь мы отметим два, на наш взгляд, весьма важных результата численного моделирования.

1) Если на начальной стадии процесса, $t \leq 10 \omega_{pe}^{-1} \sqrt{\frac{M}{m}}$, солитоны образуют почти периодическую решетку с периодом, соответствующим максимуму инкремента модуляционной неустойчивости, то в дальнейшем перекачка энергии между взаимодействующими солитонами, возникновение «высоких» солитонов и резонансное поглощение запертых в них волн частицами приводит к разрушению такой решетки — распределение солитонов по амплитудам и координатам стохастизируется. Таким образом, численный эксперимент показывает, что «динамическая турбулентность» действительно имеет место на начальной стадии накачки, но не в режиме эффективного нагрева плазмы.

2) Продемонстрирован механизм взаимодействия между далекими солитонами через волну накачки, более эффективный, чем столкновения. Этот механизм обеспечивается условием на среднее поле,

$$\langle E \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L dx E(x, t) = E_0 = \text{const}, \quad (2.37)$$

и периодическими граничными условиями. По природе своей это механизм чисто одномерный. При условии (2.37) солитон не может бесследно исчезнуть в счетном интервале $(0, L)$, как и родиться без того, чтобы остальные солитоны этого не почувствовали. Таким образом, в отличие от модели [33], в данной модели по существу нет инерционного интервала. С другой стороны квазиколлапс может быть физической моделью главного механизма трехмерной перекачки по масштабам — истинного коллапса. Это, в принципе, открывает возможность одномерного моделирования трехмерной ленгмюровской турбулентности. Следует также заметить, что в одномерных численных экспериментах, связанных с лазерным УТС, периодические граничные условия и условия вида (2.37) часто встречаются, и полезно иметь в виду связанные с ними эффекты.

2.5. «Термодинамика» солитонного газа

Помимо модели развитой турбулентности, представляет определенный интерес термодинамическая модель солитонного газа, отключенного от накачки и стока и находящегося в квазиравновесном состоянии. Такая модель была разработана в работах [53, 54, 51]. Из сказанного выше ясно, что неизменными компонентами такой модели должны быть звуковые и слабо-турбулентные ленгмюровские шумы. Более того, оказывается, что последние в равновесии играют первостепенную роль, поскольку являются резервуаром энтропии.

Отключение источников любого знака означает, в частности, что в данной схеме не учитывается ни в каком виде взаимодействие волн с частицами. Базисной является одномерная система уравнений типа (2.13):

$$\begin{aligned} iE_x + E_{xx} &= nE, \\ n_x - n_{xx} &= |E_{xx}|^2. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Схема построения термодинамики включает следующие этапы: 1) запись уравнений движения в гамильтоновой форме; 2) гипотеза о равномерном распределении системы по гиперповерхности интегралов движения.

В результате получается полная функция распределения $F = \text{const}$. Интегрирование по всем координатам, кроме одной, приводит к одночастичной функции распределения Больцмана.

Эта программа и была с соответствующими обоснованиями реализована В. В. Яньковым в связи с работами [51, 53, 54]. Полное ее изложение выходило бы за рамки настоящего обзора как по объему, так и по уровню формализации. Поэтому здесь мы ограничимся иллюстрацией ряда общих положений и особо интересных результатов.

Итак, мы знаем, что ленгмюровский спектр — нераспадный. В рамках слабой турбулентности ленгмюровская волна может распасться лишь на ленгмюровскую и звуковую, образовавшаяся ленгмюровская — снова на ленгмюровскую и звуковую и т. д. В каждом акте распада выполняются соотношения:

$$\omega_i - \omega_i' = \omega_s; \quad k_i = k_i' + k_s,$$

из которых, в частности, следует:

$$k \pm k' = \frac{2}{3} r_D^{-1} \sqrt{\frac{m}{M}}.$$

Легко видеть, что в одномерной модели такая цепочка распадов будет конечной — в конце концов образуется волна, которая распасться не может. Обратные процессы не добавляют в эту подсистему новых волн — по ленгмюровским волнам она является замкнутой. Учет нелинейных сдвигов частоты приводит к зацеплению подсистем, солитоны как бы катализируют установление термодинамического равновесия.

Система уравнений (2.38) имеет два существенных интеграла движения — энергию I_2 и число волн I_0 . Соответственно, равновесие характеризуется двумя параметрами — температурой и химическим потенциалом. (Учет интеграла импульса дал бы еще гидродинамическую скорость. Без нарушения общности можно считать, что он просто равен нулю.) Считая, что число степеней свободы велико и действуя как принято при выводе формулы Больцмана, можно получить:

$$f_k \sim \exp\left(-\frac{e_k}{\theta} - \frac{n_k}{\theta'}\right), \quad (2.39)$$

где k — параметр состояния (волновое число), e_k — энергия, n_k — число заполнения, θ и θ' — константы, имеющие смысл эффективных температур.

Перепишем (2.39) в виде:

$$f_k = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{\omega_k + \omega_0}{\theta} n_k\right).$$

Здесь введена термодинамическая переменная ω_0 , имеющая смысл химического потенциала. Частота ω_k отсчитывается от плазменной ω_{pe} . θ — эффективная температура спектра, вообще говоря, не равная температуре плазмы. Переходя к средним числам заполнения, получаем модифицированный закон Рэлея—Джинса [53]:

$$N_k^I = \frac{\int n_k f_k dn_k}{\int f_k dn_k} = \frac{\theta}{\omega_k + \omega_0}. \quad (2.40)$$

У звуковых волн нет интеграла I_0 , поэтому они распределены по обычному закону

$$N_k^s = \theta / \omega_s(k). \quad (2.41)$$

Отметим, что до настоящего времени в теории плазменной турбулентности не прекращаются попытки различных авторов искать равновесные спектры непременно в виде (2.41), что, вообще говоря, неверно.

Пусть слаботурбулентный спектр пребывает в равновесии с солитонами. Ленгмюровский солитон — бесструктурное образование, которое полностью характеризуется положением, скоростью, амплитудой и фазой. На этом основании будем пренебрегать их энтропией в сравнении с энтропией слаботурбулентного спектра. Последняя растет как с ростом энергии, так и с ростом числа волн. Образование солитона термодинамически выгодно, если освобожденная энергия увеличивает энтропию шумов больше, чем ее уменьшает потеря части плазмонов. В состоянии безразличного равновесия должна быть равна нулю вариация фазового объема, или, что то же, $\delta(\varepsilon + N\omega_0) = 0$. Отсюда следует $\omega_0 = \delta\omega_n$. Этот результат можно получить и другим способом. Плотность квантов в (2.40) обращается в бесконечность при $\omega_k = -\omega_0$, что соответствует конденсации волн в солитоне. Солитоны с меньшим сдвигом частоты, чем ω_0 в данном спектре, имеют тенденцию рассасываться, а более интенсивные — расти за счет поглощения шумов. При рассмотрении таких систем может оказаться плодотворной аналогия с равновесием пара и капель [53]. Из нее, например, можно сделать ряд качественных предсказаний, вообще говоря, даже не требующих точного равновесия. «Переохлажденный пар» — ленгмюровский конденсат должен распадаться на «капли» — солитоны и «газовую фазу» — ленгмюровские шумы. Далее вступает в игру «эффект росы» — мелкие капли со временем испаряются, а крупные растут. Если при столкновении капель не происходит слияния, то естественна тенденция передачи части квантов более крупной капле — солитону, и т. д.

Из формулы (2.40) можно видеть, что вдали от модуляционной неустойчивости спектр шумов имеет все тот же вид: $E_k^2 \sim k^{-2}$. Заметим, однако, еще раз: термодинамическое равновесие и развитая турбулентность — разные режимы.

Рассмотрим теперь, следуя работе [51], некоторые количественные следствия термодинамической модели. Во-первых, из формулы поглощения монохроматической волны солитоном (2.35) можно получить аналогичную для излучения солитоном ленгмюровских квантов под действием звуковой волны.

Действительно, воспользуемся принципом детального равновесия:

$$\alpha v_g N_k^l + \alpha_s c_s N_{k_s}^s = 0,$$

в который подставим распределения (2.40) и (2.41). Далее, воспользуемся законом сохранения в элементарном распаде:

$$k_s c_s = \frac{3}{2} \omega_{pe} (k_0 r_D)^2 + \frac{3}{2} \omega_{pe} (k r_D)^2 = \omega_0 + \omega_k.$$

Вычисления дают:

$$\alpha_s \simeq - \frac{M}{m} (k_0 r_D)^2 \left[1 + \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \frac{k_s}{k_0^2 r_D} \sqrt{\frac{m}{M}} - 1 \right) \right]. \quad (2.42)$$

Другой пример. Рассмотрим солитон большой амплитуды $k_0 r_D > \sqrt{\frac{m}{M}}$ с отличным от равновесного значением k_0 . Баланс между излучением и поглощением слабонелинейных квантов при взаимодействии с равновесным спектром для него нарушен. Следуя только что изложенной схеме, можно и в этом случае из формул (2.36) получить эффективное сечение обратного процесса, а в результате для амплитуды солитона получается модельное уравнение:

$$k_0 \dot{\infty} \frac{1}{k_0} \frac{k_0^2 - k_*^2}{k_0^2 + k_*^2}; \quad k_* = r_D^{-1} \left(\frac{2}{3} \frac{\omega_0}{\omega_{pe}} \right)^{1/2}. \quad (2.43)$$

Видно, что солитон с амплитудой большей равновесной растёт, но с набором числа квантов рост его замедляется. Солитоны же, «отставшие» по амплитуде, теряют энергию во все возрастающем темпе. Если ввести в систему слабую накачку, то основная масса солитонов будет иметь примерно одинаковую, растущую во времени амплитуду. Те из них, которые за счет флуктуаций становятся менее глубокими, «испаряются», выбрасывая кванты в слабонелинейный спектр, а через него — в равновесные солитоны. Более глубокие солитоны догоняются основной массой. Конечно, в принципе эти рассуждения не универсальны — многое зависит от конкретного механизма накачки. Более важно, что уравнение (2.43) является количественным подтверждением эффекта росы.

Наконец, можно определить темп «конденсации» солитонов в равновесном спектре (2.40, 2.41) — процесс, аналогичный образованию зародышей новой фазы. В случае малых амплитуд солитонов или, что то же, $\omega_0/\omega_{pe} < \sqrt{\frac{m}{M}}$ для равновесного спектра, используя результаты (2.35, 2.42) для вычисления k_0 и далее следуя схеме, изложенной в книге [55], авторы работы [51] получили следующий результат:

$$\dot{N}_* \sim \left(\frac{\theta^2}{\omega_0}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{\omega_0^{3/2}}{\theta}\right),$$

где \dot{N}_* — число солитонов, образующихся в единицу времени на единицу длины.

3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНОВ С ЧАСТИЦАМИ И НАГРЕВ ПЛАЗМЫ

На важную роль взаимодействия солитонов с частицами плазмы было указано впервые в работе [31], где были также получены уравнения, описывающие резонансное взаимодействие с электронным пучком и поставлен вопрос о нелинейной диссипации вследствие резонанса огибающей солитона с тепловыми ионами плазмы.

В дальнейшем появилось немало работ, посвященных данной теме; соответственно, возрастал уровень понимания физики дела. Например, в работе [52] оба рода диссипативных эффектов были включены в численную модель. Наиболее характерным свойством процесса нагрева в условиях сильной ленгмюровской турбулентности является образование высокоэнергичных электронных «хвостов».

3.1. Резонансное взаимодействие

Используя спектральное разложение солитона (2.7) и обычное выражение для декремента затухания Ландау [1—8]

$$\gamma_k = \frac{\pi}{2} \frac{\omega^2}{k^2} \int dv k \frac{\partial f}{\partial v} \delta(\omega - kv), \quad (3.1)$$

а также связь между E_0 и энергией солитона I_0 (2.15), можно получить [31]:

$$\frac{dE_0}{dt} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\omega_{pe}^2}{e} T \int_0^\infty \frac{dk'}{\operatorname{ch}^2\left(\frac{\pi k'}{2k_0}\right)} \int_{-\infty}^\infty dv \cdot v \frac{\partial f}{\partial v} \times \\ \times [\delta(\omega_{pe} - k'v - kv) + \delta(\omega_{pe} + k'v - kv)]. \quad (3.2)$$

Взаимодействие частицы со скоростью v и солитона становится сильным при условии

$$v^2 > v_{Te}^2 \frac{16\pi n T e}{E_0^2} \approx \frac{\omega_{pe}^2}{k_0^2}, \quad (3.3)$$

которое формально следует из (3.2) и имеет простой физический смысл. Во-первых, k_0 есть по порядку величины максимальное волновое число в спектре (2.7). Чтобы выполнить условие черенковского резонанса $\omega = kv$, нужно иметь $v > \omega/k_{\max}$. Во-вторых, можно рассматривать солитон как конденсатор с расстоянием между обкладками порядка k_0^{-1} , амплитудой пе-

ременного поля E_0 и частотой $\omega \sim \omega_{pe}$. С этой точки зрения (3.3) есть условие того, что частица пролетает через конденсатор в фазе с переменным полем. Интересно отметить, что при этом приращение энергии частицы не зависит от амплитуды солитона:

$$mv\Delta v = e \int E dx \simeq \pi \sqrt{6} T_e. \quad (3.4)$$

Как уже говорилось выше (п. 2.1), стоячий солитон при взаимодействии с частицами (в том числе и с пучком) может только затухать. Бегущий солитон может усиливаться пучком, если $v_b > v_{Te}^2/v_s$. В этом случае уравнение для амплитуды имеет простой вид для достаточно узкого пучка [31]:

$$\frac{d}{dt} \frac{E_0^2}{12\pi n T_e} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \omega_{pe} \frac{n_b}{n_0} \left(\frac{v_{Te}}{v_b}\right)^2 \left[-\frac{\partial}{\partial a} \text{ch}^{-2} a \right];$$

$$a = \frac{\pi}{2k_0} \left(k - \frac{\omega_{pe}}{v_b} \right); \quad (3.5)$$

$$\frac{\Delta v_b}{v_b} \ll 1;$$

$$-\frac{\partial}{\partial a} \text{ch}^{-2} a \simeq \begin{cases} 8a, & a \ll 1; \\ 4e^{-a}, & a \gg 1. \end{cases}$$

Таким образом, $E_0 \sim t^{1/3}$, пока не становится существенным эффект торможения [36].

Если солитоны распределены в пространстве хаотически, и время пролета частиц между соседними солитонами много меньше времени релаксации, эволюция функции распределения частиц может быть описана обычным квазилинейным уравнением:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_b \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial v} D(v) \frac{\partial f}{\partial v};$$

$$D(v) = \frac{3\pi}{4} \frac{N v_{Te}^4}{v} \text{ch}^{-2} \frac{\pi}{2k_0} \left(k - \frac{\omega_{pe}}{v} \right), \quad (3.6)$$

где $N < k_0$ — число солитонов на единицу длины. Уравнения (3.2) и (3.6) образуют замкнутую систему. Кроме масштаба усреднения и прелетного времени еще один параметр определяет условие ее применимости: $\delta\omega_n \tau \gg 1$, где $\delta\omega_n$ — нелинейный сдвиг частоты, τ — все остальные характерные времена задачи. Только при этом условии имеет смысл понятие ленгмюровского солитона, а вместе с ним — уравнения (3.2—3.6). Далее, в уравнении (3.6) все солитоны предполагаются равными по амплитуде (а следовательно — невзаимодействующими — см. п.п. 2.2, 2.3). Отказ от такого предположения приведет к незначительной модификации самого уравнения (3.6), но сами величины $N(E_0)$ станут функциями времени, и уравнением для функции распределения солитонов придется дополнить систему (3.2, 3.6). Поэтому обычно для построения разрешимых ана-

литически моделей это условие предполагается выполненным (см., впрочем, п. 3.4). В частности, в этих предположениях детально исследовалась квазилинейная релаксация пучка электронов при взаимодействии с солитонами в работе [38].

Наконец, следует отметить работу [56], в которой предложена феноменологическая теория торможения пучка в режиме сильной ленгмюровской турбулентности, которая среди всех прочих выглядит наиболее завершенной. Сошлемся, однако, на эффект, упоминавшийся в п. 2.1, а именно — на то, что солитоны достаточно слабо взаимодействуют с пучком и, к тому же, имеют тенденцию группироваться в области фазового пространства, соответствующей отключению накачки. Поскольку уравнение (3.6) при этом остается в силе, то отсюда следует, что солитон взаимодействует с пучком почти упруго, т. е. происходит уширение пучка без заметных потерь энергии [37]. Таким образом, уже хотя бы по этой причине грубые феноменологические оценки плотности шумов, а через нее — длины релаксации в этом режиме ненадежны.

Обратимся к задаче о нагреве плазмы. В работе [57] образование электронного «хвоста» при численном моделировании ВЧ-нагрева плазмы было впервые связано с ленгмюровским солитоном. Дело в том, что, как можно видеть из (2.7), спектральная плотность энергии солитона экспоненциально спадает при $k > k_0$, так что при затухании солитона фазовая скорость ω_{pe}/k_0 (грубо говоря — минимальная) возрастает, а следом за ней квазилинейная диффузия в пространстве скоростей уводит электроны, что и способствует образованию «хвоста».

Если в [39—41] и других предшествующих работах лишь указывалось на модуляционную или аperiodическую неустойчивость как механизм перекачки шумов в область диссипации, то здесь привлекался уже ее конечный результат — ленгмюровский солитон.

Аналитически эта задача рассматривалась в работе [58] в рамках все той же простейшей модели одинаковых и независимых солитонов. Для этого случая система квазилинейных уравнений представима в виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{12}{\pi^2} N v_{Te} \frac{E_0^2}{(24\pi n T)^{3/2}} \frac{\partial}{\partial \chi} \frac{1}{\chi \text{ch}^2 \chi^1} \frac{\partial f}{\partial \chi}, \quad (3.7)$$

$$\frac{dE_0}{dt} = \sqrt{\frac{3}{2}} \pi^3 e v_{Te}^2 \int_0^{\infty} \frac{d\chi}{\text{ch}^2 \chi^{-1}} \frac{\partial f}{\partial \chi},$$

$$\chi = \frac{e E_0 v}{\pi \sqrt{6} \omega_{pe} T_e}.$$

Система (3.7) имеет явно автомодельный вид. Для нее действительно удастся получить автомодельное решение. Мы приведем сразу окончательный результат в физических переменных:

$$E_0 = \sqrt{4\pi n T_e} (N v_{Te} t)^{-1/3};$$

$$f \simeq \frac{3 \sqrt{\pi T_e} N v_{Te}^3}{2e} \begin{cases} v^{-4}; & v \leq v_0(t); \\ v_0^{-4} \exp - \frac{4}{9 \sqrt{6} \pi^3} \frac{1}{(N v_{Te} t)} \left(\frac{v}{v_{Te}}\right)^3; & v \gg v_0(t); \end{cases} \quad (3.8)$$

$$v_0 = \frac{2 \sqrt{6} \pi}{5} v_{Te} (N v_{Te} t)^{1/3}.$$

Наиболее интересным свойством решения (3.8) является то, что функция распределения состоит из двух частей: постоянной в области $v < v_0$ и зависящей от времени при $v > v_0$ (но в обоих пределах $f(v)$ автомодельна). Число ускоренных частиц не зависит на больших скоростях от начальных условий; можно показать, что от любых начальных условий система стремится к автомодельным параметрам. При $t \rightarrow \infty$ солитоны полностью затухают, и во всем пространстве скоростей устанавливается распределение $f(v) \sim v^{-4}$. На самом деле решение (3.8) может быть справедливо лишь в области $v_0 \ll \omega_{pe}/N$, что соответствует условию неперекрывающихся солитонов.

В заключение отметим, что в работе [59] была предложена феноменологическая теория нагрева лазерной мишени, базирующаяся на солитонной модели.

3.2. Баллистическая мода

Предположения, при которых справедлива система уравнений (3.2, 3.6), выглядят довольно естественными, но в численных экспериментах они, тем не менее, могут не выполняться, что влечет за собой ряд нетривиальных эффектов. Покажем, следуя работе [60], к чему может привести отказ от хаотичности фаз солитонов и учет корреляции фаз, вызванной электронным пучком.

Пусть волновое поле представляет собой набор стоячих солитонов. Электронный пучок будем считать достаточно быстрым $v_b \gg \omega_{pe}/k_0$ и не очень узким $1 > \Delta v_b/v_b > v_{Te}^2/v_b^2$. При прохождении солитона скорость пучка модулируется с амплитудой $\pi \sqrt{6} v_{Te}^2/V$, что приводит к модуляции плотности, которая линейно нарастает по мере удаления от солитона вплоть до расстояний

$$\lambda \sim \frac{v_b}{\Delta v_b} \frac{v_b}{\omega_{pe}}.$$

На больших расстояниях модуляция экспоненциально затухает. Такой модулированный пучок можно интерпретировать как баллистическую моду [8, 61]. Если расстояние между солитонами не превышает длины λ , то они могут быть одновременно в резонансе с одной и той же баллистической модой. Ток бал-

листической моды можно получить суммированием по моноэнергетическим пучкам:

$$j(x, t) = \omega_{pe} \frac{e^2}{m} \int dv f(v) \int_{-\infty}^0 t' E(x - vt', t + t') dt'. \quad (3.9)$$

Для определения амплитуды солитона воспользуемся, как и прежде, условием $\delta\omega_n \tau \gg 1$. Тогда можно пользоваться энергетическим соотношением:

$$\frac{\partial E_0}{\partial t} = \text{Re} \int j E^* dx; \quad E_0 = I_0 \omega_{pe}. \quad (3.10)$$

Предположим для определенности, что солитоны расположены на расстоянии эффективного взаимодействия λ и притом в фазе раскачки, так как резонансно затухающие солитоны со временем исчезают. Из (3.9, 3.10) при подстановке поля солитона (2.5) следует линейный рост амплитуды:

$$E_0 = 4\pi n_b e \frac{v_{Te}^2}{\Delta v_b} t, \quad (3.11)$$

т. е. пучок эффективно раскачивает солитоны (напомним, что в приближении случайных фаз солитон с $v_s = 0$ вообще может только затухать, даже взаимодействуя с пучком).

Замедление пучка после прохождения солитона дается выражением:

$$\delta v_b \simeq \frac{v_{Te}^2}{v_b} \frac{v_{Te}^2}{v_b \Delta v_b}. \quad (3.12)$$

Оценим темп уширения пучка, которое, в отличие от торможения может быть по-прежнему оценено из квазилинейного уравнения (3.6). Для этого подставим в (3.6) $N \sim \lambda^{-1}$ и вычислим среднее уширение в расчете на длину λ :

$$(\delta' v_b)^2 \sim D \frac{\lambda}{v_b} \sim \frac{v_{Te}^2}{v_b^2}. \quad (3.13)$$

Оценки (3.12) и (3.13) дают $\delta v_b \sim \delta' v_b$, т. е., в отличие от стохастического распределения солитонов, здесь пучок может передать в ленгмюровские колебания долю энергии порядка единицы. Зная величины δv_b и λ , нетрудно оценить длину торможения пучка на системе сфазированных солитонов:

$$\lambda_b \sim \left(\frac{v_b}{\delta v} \lambda \right) \sim \frac{v^5}{\omega_{pe} v_{Te}^4}. \quad (3.14)$$

Эта длина по порядку величины больше, чем на случайных шумах той же плотности, но много меньше, чем на случайном наборе солитонов. В истинно турбулентных моделях эффекты такого рода маловероятны, но, скажем, в модели динамической турбулентности, в принципе, могут иметь место. Это-

му, вообще говоря, может способствовать следующий механизм отбора: из большого числа солитонов со сбитыми фазами пучок выделит сфазированные группы близкостоящих солитонов, которые будут расти (и напротив, пучок поглотит энергию солитонов, находящихся в противофазе с предшествующими).

В работе [60] показано также, что все предшествующие оценки могут быть получены из уравнения вида (3.6), но с модифицированным коэффициентом диффузии. Важно, что само уравнение при этом остается диффузионным.

Отметим любопытное обстоятельство. Ни одна из формул данного раздела не зависит от амплитуд солитонов — они определяют только границы применимости модели. Такое часто встречается в теории ленгмюровских солитонов. Не зависит от E_0 амплитуда спектра (2.7) (а лишь его ширина), не зависит, следовательно, и коэффициент квазилинейной диффузии (3.6) (а лишь его граница), не зависит от амплитуды приращение энергии резонансной частицы при прохождении солитона (3.4). Все это следствия одного и того же соотношения $k_0 \sim E_0$.

3.3. Нелинейная диссипация

Под нелинейной диссипацией здесь и далее мы будем понимать нелинейное взаимодействие ленгмюровских волн с частицами плазмы, т. е. нелинейную диссипацию в узком смысле слова. От резонансного взаимодействия эта группа эффектов отличается тем, что не связана законами сохранения и может действовать во всем инерционном интервале. Главным из них в слаботурбулентном состоянии является индуцированное рассеяние на ионах, идущее с характерной частотой $\omega_{pe} W/nT$. Этот процесс дает существенный вклад в эволюцию спектра при условии:

$$\frac{\omega - \omega'}{k - k' |v_{Ti}} \ll 1. \quad (3.15)$$

Для ленгмюровского солитона условие (3.15) является весьма простым и наглядным. Как уже говорилось выше, фазовая скорость биений гармоник в спектре солитона (2.7) $(\omega - \omega')/(k - k') = v_s$ — огибающая солитона представляет собой общее биение ВЧ-гармоник. Таким образом, нелинейная диссипация в данном случае означает передачу энергии частицам, находящимся в резонансе с групповой скоростью пакета (что, вообще говоря, не означает затухания низкочастотной огибающей, поскольку она является вынужденным звуковым возмущением). Покажем, как можно простым способом получить уравнения, описывающие такое взаимодействие.

Будем считать, что скорость и амплитуда солитона достаточно малы, $v_s < v_{Ti}$, $k_0 r_D \ll (m/M)^{1/2}$. Предположим также, что наш солитон — квазистатического рода, т. е. минимум плотности

ионов создается максимумом потенциала. Тогда справедливы соотношения (2.10). В масштабе времени нелинейного взаимодействия солитон представляет собой волну разрежения, а диссипация связана с отражением частиц от потенциального барьера. В системе координат, связанной с солитоном, непролетными являются ионы со скоростями $v < v_{0i}(\xi)$, где

$$v_{0i}(\xi) = \left(\frac{2e(\Phi_{\max} - \Phi(\xi))}{M} \right)^{1/2} = \frac{E_0 v_{Ti}}{\sqrt{4\pi n T}} \operatorname{th} k_0 \xi. \quad (3.16)$$

Для частиц, приходящих из бесконечности и уходящих на бесконечность $\operatorname{th} k_0 \xi \rightarrow 1$. В лабораторной системе непролетными оказываются частицы в интервале скоростей $v_s - v_{0i} < v < v_s + v_{0i}$. Далее, абсолютная величина приращения энергии иона в результате отражения равна $2Mv_s |v_s - v|$. Полную скорость изменения энергии солитона на единицу площади можно найти из соотношения

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = Mn \int_0^{v_{0i}} [f^i(v_s + \delta v) - f^i(v_s - \delta v)] 2v_s \delta v^2 d\delta v.$$

Пусть функция f^i — максвелловская. Полагая для простоты $v_{0i} \ll v_s \ll v_{Ti}$, получим ответ в конечном виде

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\frac{9}{4(2\pi)^{3/2}} \omega_{pe} \frac{T_e}{e} \left[\frac{MT_i}{mT_e} \right]^{1/2} (kr_D)^2 \frac{E_0^4}{(4\pi n T_e)^{3/2}}. \quad (3.17)$$

А теперь воспользуемся тем, что солитон квазистатический и, пренебрегая излучением звука, получим аналогичным образом уравнение для импульса солитона $p = \sqrt{6} E_0 T k / 2\pi e \omega_{pe}$:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{3}{4(2\pi)^{3/2}} \left[\frac{MT_i}{mT_e} \right]^{1/2} (kr_D) \frac{E_0^4}{4\pi n T_e}. \quad (3.18)$$

Напомним, что $p = I_0 k$; $\mathcal{E} = I_0 \omega_{pe} (1 + 3/2 k^2 r_D^2)$ — см. (2.15). Следующие члены разложения в выражении для \mathcal{E} при $k_0 r_D < (m/M)^{1/2}$ несущественны. Уравнения (3.17), (3.18) совместны лишь при условии $I_0 = \text{const}$. Окончательно получаем:

$$\frac{d}{dt} (kr_D)^2 = -\frac{3}{4\sqrt{3\pi}} \omega_{pe} \left[\frac{MT_i}{mT_e} \right]^{1/2} \frac{E_0^3}{(4\pi n T_e)^{3/2}} (kr_D)^2. \quad (3.19)$$

То, что все потери свелись к изменению дисперсионной добавки к частоте, прямо связано с сохранением полного числа квантов при индуцированном рассеянии. Тем самым определяется правильная аналогия с приближением слабой турбулентности. Действительно, характерная частота взаимодействия в энергетическом уравнении (3.17) отличается коэффициентом порядка $kk_0 r_D^2$ от нелинейного инкремента $\omega_{pe} W/nT$. Правильный предельный переход получается при замене $kk_0 \rightarrow k^2$, поскольку в слаботурбулентном режиме при рассеянии сохраняется число квантов, и лишь энергия плазмона может меняться на величину $\delta\omega \sim \omega_{pe} k^2 r_D^2$.

Если при нелинейном затухании Ландау ленгмюровского солитона, как и при индуцированном рассеянии волн в теории слабой турбулентности, сохраняется число плазмонов, то из (3.17) сразу следует (3.19), которое описывает экспоненциальное уменьшение во времени скорости солитона $v_s = 3v_{Te}(kr_D)$ без существенного изменения амплитуды. Интегрируя (3.19) по времени, получаем полную длину пробега:

$$L^{(i)} = 8 \sqrt{3\pi} r_D (kr_D)_{t=0} \left[\frac{mT_e}{MT_i} \right]^{1/2} \frac{(4\pi nT)^{3/2}}{E_0^3}. \quad (3.20)$$

Этот результат впервые получен в работе [58]. Подчеркнем еще раз, что он верен лишь для квазистатического солитона (солитон с противоположным знаком $\Phi(\xi)$ даже и при малых скоростях на ионах вообще не тормозится). Случай больших амплитуд $E_0^2 \gg 4\pi nT \frac{m}{M}$ рассматривать бессмысленно. Такие солитоны могут быть только стоячими, что формально следует и из (3.20): $L^{(i)} < k_0^{-1}$. В самом деле, уравнение (3.17) справедливо и в этом случае. Уравнением (3.18) пользоваться нельзя, поскольку при таких амплитудах нельзя не учитывать излучение звука при торможении, который уносит малую энергию, но большой импульс и, значит, дает вклад в эффективную массу солитона (см., напр., [36]). Но мы можем сразу воспользоваться сохранением числа плазмонов, что позволяет прямо из (3.17) получить $L^{(i)} \sim k_0^{-1}$. Очевидно, стоячие солитоны в инерционном интервале эффективно взаимодействовать не могут, поэтому передачу энергии по масштабам должны обеспечивать солитоны второго рода с $\Phi(\xi) < 0$, для которых характерная скорость $v_s > v_{Ti}$, фактически — $v_s \sim c_s$. Не нужно, чтобы все солитоны были такими, достаточно, чтобы доля их была не мала. Однако и эти солитоны тормозятся, но уже за счет взаимодействия с электронами. Оценим длину торможения, следуя работе [62].

Возмущение ионной плотности дается уравнением:

$$\frac{\partial^2 \delta n}{\partial t^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2} = (16\pi M)^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} |E|^2,$$

откуда $\delta n/n = -|E|^2/16\pi nT(1-v_s^2/c_s^2)$. В силу квазинейтральности $\delta n_e = \delta n_i = \delta n$. Для электронов же поле солитона всегда можно считать квазистатическим. Пусть Ψ — эффективный потенциал, учитывающий как давление ВЧ-поля, так и поляризацию. Из распределения Больцмана при малых возмущениях плотности получаем:

$$\Psi = - \frac{|E|^2}{16\pi n e (1-v_s^2/c_s^2)}.$$

Отражение непролетных электронов со скоростями

$$|v - v_s| < v_{Te} E_0 / \sqrt{8\pi n T_e (1 - v_s^2/c_s^2)}$$

от потенциального горба — $e\Psi(x, t)$ приводит к диссипации.

Вычисления мало чем отличаются от вывода формулы (3.17).
Результат:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -9 \sqrt{\frac{2}{\pi}} mn v_{re}^3 \frac{E_0^4}{(4\pi n T)^2} (kr_D)^2 \left(1 - \frac{v_s^2}{c_s^2}\right)^{-1} \quad (3.21)$$

Рассматривая наиболее интересный в данном случае предел $k_0 r_D \gg (m/M)^{1/2}$, мы должны использовать (2.15) в виде

$$E = E_0 \left(1 + \frac{7}{64} \frac{E_0^2}{\pi n T} \frac{M}{m} k^2 r_D^2\right).$$

Конечный результат — длина пробега — сильно зависит от начальных условий. Дадим грубую оценку, положив $v_s|_{t=0} \sim c_s$, но не имея в виду «ультрарелятивизма» $(1 - v_s^2/c_s^2) \ll 1$. В итоге получаем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial k^2}{\partial t} &= -\Gamma k^2; \quad \Gamma \approx 3\omega_{pe} \frac{m}{M} \frac{E_0}{\sqrt{8\pi n T}}; \\ L^{(e)} &= \beta r_D \sqrt{\frac{M}{m} \frac{\sqrt{24\pi n T}}{E_0}} = \frac{\beta}{k_0} \sqrt{\frac{M}{m}}; \quad \beta \sim 1. \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

Рассмотренные выше процессы, вообще говоря, не исчерпывают всех нелинейных эффектов в данном порядке по амплитуде. Дело в том, что мы учли влияние только отраженных частиц. Для волн Мазитова — О'Нила — монохроматических волн конечной амплитуды — известно, что захваченные и пролетные частицы дают в инкремент примерно одинаковый вклад (см., напр., [5]). Казалось бы, примерно того же следует ожидать и в данном случае. Более того, в работе [63] были получены результаты, по существу идентичные (3.20), (3.22), но с использованием кинетических уравнений для волн, выведенных обычным методом, т. е. для траекторий частиц, не содержащих точек поворота. При более внимательном анализе это совпадение представляется, по всей видимости, случайным.

Для выяснения этого вопроса рассмотрим чистую модельную задачу. Пусть ленгмюровский солитон движется равномерно (например, в той части функции f^i , которая соответствует отраженным частицам, имеется провал). Оценим тормозящее влияние пролетных частиц

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = - \int dx dv f^i(x, v, t) v \frac{d}{dt} Mv. \quad (3.23)$$

Правая часть (3.23) представляет собой работу в единицу времени над всеми частицами, переваливающими через солитон. Но в стационарном режиме, т. е. при постоянной скорости солитона, имеет место сохранение потока

$$f(v, x, t) \cdot v(x, t) dv(x, t) = f_M(v) v dv. \quad (3.24)$$

В правой части (3.24) стоит максвелловская функция, соответствующая бесконечно удаленной точке. Далее, сила, действующая на ион

$$\frac{d}{dt} Mv = - \frac{\partial}{\partial \xi} e\Phi(\xi) + M\dot{v}_s; \quad \xi = x - v_s t \quad (3.25)$$

в случае равномерного движения солитона является потенциальной, откуда следует

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = - \int dv v f_M(v) \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{d}{dt} Mv = 0.$$

Таким образом, если солитон движется равномерно, пролетные частицы этого никак не могут изменить. В сущности, эта ситуация известна и для гармонических волн конечной амплитуды [61].

Если функция распределения пролетных частиц согласована с потенциалом волны — что аналогично (3.24) — то пролетные частицы, как и захваченные, не дают затухания. Но для гармонической волны правомерна постановка задачи с первоначально несогласованной функцией распределения частиц. Релаксационный процесс ведет к отключению затухания или, при достаточно малой амплитуде в начальный момент, к полному затуханию. Иначе обстоит дело для ленгмюровского солитона. Здесь если мы и рассмотрим в начальный момент несогласованную с потенциалом функцию распределения, то ее «согласование» происходит за очень короткое время $(k_0 v_{Ti})^{-1}$, что, по существу, близко к одному из характерных солитонных времен $(k_0 c_s)^{-1}$. Во всяком случае, энергия, потерянная за это время солитоном малой амплитуды, мала. Для солитона большой амплитуды то же можно повторить относительно взаимодействия с электронами.

Означает ли это, что пролетные частицы вообще не дают вклада в торможение солитона? Вообще говоря, нет, и это можно видеть из уравнения (3.25). Если солитон тормозится по причине, например, взаимодействия с отраженными ионами, то пролетные ионы меняют свою скорость после прохождения движущегося с ускорением потенциального горба. Но это может дать вклад только в эффективную массу солитона.

До сих пор при обсуждении эффектов нелинейной диссипации мы пользовались максвелловскими функциями распределения. Если мы имеем дело с единственным солитоном, то это вполне естественно, потому что возмущение функции распределения уходит на бесконечность с отраженными частицами, а солитон все время сталкивается с невозмущенным потоком частиц, пришедшим с бесконечности. Но если рассматривается развитая турбулентность, то это уже вопрос выбора модели. Можно рассматривать последовательно одномерную модель, где релаксация функций распределения приведет к ослаблению или отключению нелинейной диссипации. С другой стороны, можно рассмотреть и такую модель, где функция распределения, несмотря на диссипативные процессы, будет оставаться

максвелловской. Оказывается, для этого случая можно построить решаемую модель солитонной турбулентности, включающую взаимодействие солитонов и нагрев частиц.

3.4. Решаемая модель одномерной турбулентности

Влияние нелинейной диссипации на спектры сильной ленгмюровской турбулентности рассматривалось в работе [62], полная модель, включающая нагрев частиц, была построена в работе [64].

Рассмотрение удобно проводить в рамках простой дискретной модели, описанной в конце п. 2.3 (Все нижеследующие результаты могут быть строго воспроизведены и в модели непрерывной функции распределения по амплитудам). Итак, пусть $E_n = E_{\max} \cdot 2^{-n}$. Пусть на уровне накачки, т. е. при некоторой миним. амплитуде E_{\min} среднее расстояние между солитонами $L/N(E_{\min}) \ll L^{(e)}(E_{\min})$, где L — длина системы, а $L^{(e)}$ определяется формулой (3.22). Тогда в этой области спектра взаимодействие между солитонами чисто гидродинамическое, так что устанавливается спектр $W_k \sim k^{-2}$, или, что то же, $N(E) \sim E^{-2}$. Легко видеть, что при слиянии солитонов среднее расстояние между ними растет как E^2 , а длина пробега (3.22), напротив, обратно пропорциональна амплитуде.

Пусть при некоторой амплитуде E_x эти величины оказались равны друг другу. Тогда, начиная с E_x , распределение солитонов должно существенно измениться. Если число солитонов данной амплитуды E меньше, чем $L/L^{(e)}(E)$, такие солитоны вообще не взаимодействуют. В обратном случае часть солитонов достаточно быстро провзаимодействует друг с другом, перейдя на следующий уровень, а число оставшихся будет как раз порядка $L/L^{(e)}(E)$. В среднем по времени получаем следующее стационарное распределение стоячих солитонов:

$$N(E) = L/L^{(e)}(E) \sim E; \quad E_x \leq E \leq \sqrt{nT}. \quad (3.26)$$

Можно убедиться, что такое состояние обеспечивает постоянный поток энергии по спектру. Пусть на данный уровень поступают 2ν новых солитонов. Тогда ν солитонов сольются с базисными, а остальные ν займут освободившиеся таким образом «вакансии». Энергия солитонов пропорциональна E . Таким образом, на данный уровень поступила энергия $\sim 2\nu \cdot E$, а ушла на следующий $\nu \cdot 2E$, и при этом число базисных солитонов не изменилось.

Оценим величину E_x . Прежде всего заметим, что расстояние между солитонами в режиме накопления в $(M/m)^{1/2}$ раз превышает ширину солитона, а длина волны звука, возбуждающегося при слиянии [35] — не более k_0^{-1} . Отсюда следует важный вывод: в случае максвелловской функции распределения электронов звук при $E > E_x$ уже не играет важной роли в динамике

солитонных состояний — он затухает на электронах, не дойдя до ближайшего солитона. Тогда энергия, передаваемая в единицу времени с уровня E_x на уровень $2E_x$, равна

$$N(E_x) \mathcal{E}(E_x) \frac{N(E_x) c_s}{L} \approx \frac{N^2(E_x) c_s}{L} E_x \sqrt{nT} r_D.$$

Эту энергию следует приравнять величине QL , где Q — удельная мощность накачки. Получаем

$$\frac{E_x}{\sqrt{8\pi nT}} \approx k_x r_D \approx \left[\frac{Q}{nT \omega_{pl}} \frac{M}{m} \right]^{1/3}. \quad (3.27)$$

Мы ввели величину k_x , определяющую ту же границу в k -представлении. Рассмотренный нами режим возможен при условиях

$$\sqrt{\frac{M}{m}} \left(\frac{r_D}{L} \right)^2 \ll \frac{Q}{nT \omega_{pl}} \ll \frac{m}{M}. \quad (3.28)$$

Правое неравенство означает $k_x r_D \ll 1$, а левое — $N_{\min} = N(E_x) \gg 1$, т. е. минимальное число солитонов на отрезке длины L должно оставаться большим, чтобы допустимо было статистическое описание. Определяя спектр количественно, удобно исключить L и нормировать числа заполнения $N(E)$ или функцию распределения $F(E)$ на единицу длины. Тогда распределение (3.26) принимает вид:

$$\begin{aligned} N(E) &= \frac{eE}{T} \sqrt{\frac{m}{M}}, \\ F(E) &= \frac{e}{T} \sqrt{\frac{m}{M}}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Здесь и далее мы опускаем несущественный для оценок численный коэффициент порядка единицы. Наконец, воспользовавшись формулой (2.30), получим тот же спектр в k -представлении:

$$W_k = \frac{T}{e} \sqrt{24\pi nT \frac{m}{M}} r_D (k_{\max} - k). \quad (3.30)$$

Здесь k_{\max} — верхняя по k граница спектра, определяемая механизмом диссипации. Интересно отметить, что включение диссипации в этом режиме затянуто во времени. Дело в том, что после включения накачки на уровнях с $E > E_x$ накопление солитонов идет таким образом, что заполнение уровня ($2E$) начинается только после того, как на уровне (E) плотность солитонов достигнет равновесной (3.29), а до тех пор солитоны на уровне ($2E$) и, тем более, на последующих уровнях практически отсутствуют. Спектр имеет в это время достаточно резкую верхнюю границу, которая эволюционирует по закону:

$$k_{\max} \approx r_D^{-1} (Qt/2\pi nT \sqrt{6})^{1/2}. \quad (3.31)$$

Очевидно, плотность энергии в тех солитонах, которые обеспечивают поток по масштабам, пренебрежимо мала. Полная энергия в базисных солитонах дается выражением:

$$W = \frac{T}{e} \left(6 \ln T \frac{m}{M} \right)^{1/2} k_{\max}^2 \Gamma D. \quad (3.32)$$

Эта энергия концентрируется вблизи E_{\max} (или k_{\max}). Когда, наконец, спектр сдвинется в область малых масштабов настолько, что начнется эффективное ускорение частиц, то в течение некоторого времени мы можем пренебречь накачкой, поскольку темп набора энергии электронным «хвостом» будет выше. В дальнейшем мы оценим условие применимости такого приближения.

Затухание солитонов при взаимодействии с резонансными электронами соответствует их сдвигу на уровень меньшей амплитуды. Пусть за некоторое характерное время затухания солитоны сдвинулись с уровня (E_{\max}) на уровень ($E_{\max}/2$), от туда, в свою очередь, на уровень ($E_{\max}/4$) и т. д. При этом, как можно видеть из формул (3.26), (3.29), происходит двойное перенасыщение каждого уровня, а в результате включается взаимодействие между солитонами и происходит быстрое «осыпание» солитонов — уже в меньшем количестве — обратно на уровень (E_{\max}). Если, к тому же, учесть, что при монотонно спадающей функции распределения электронов $f(v)$ характерное время затухания падает с ростом амплитуды солитона, это дает дополнительные аргументы в пользу описанной выше картины. Таким образом, в процессе нагрева происходит непрерывный обмен энергией между уровнями, так что распределение, описываемое формулами (3.29), (3.30), сохраняется. Нагрев частиц происходит исключительно за счет уменьшения во времени числа солитонов максимальной амплитуды или, что то же, за счет движения — теперь уже в длинноволновую область — границы спектра k_{\max} . Отсюда следует, что процесс нагрева может быть описан аналитически. Обозначим через $v_0 = \omega_{pe}/k_{\max}$ нижнюю границу резонансной области в пространстве скоростей. Из уравнения

$$\frac{dW}{dt} = \int_0^{k_{\max}} 2\gamma_k W_k dk = \pi \omega_{pe}^2 \int_{v_0}^{\infty} W_k(v) \frac{\partial f}{\partial v} dv$$

и выражений (3.30), (3.32) получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} v_0^{-2} = \frac{\pi \omega_{pe}}{2} \int_{v_0}^{\infty} \frac{f(v)}{v^2} dv. \quad (3.33)$$

Второе уравнение, которым мы будем пользоваться — уравнение квазилинейной диффузии, которое в результате подста-

новки в него спектральной плотности энергии (3.30) приводится к виду:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 4\pi^2 \sqrt{6\omega_{pl}} \frac{v_{Te}^4}{v_0} \frac{\partial}{\partial v} \frac{v-v_0}{v^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial v}. \quad (3.34)$$

Система уравнений (3.33), (3.34) допускает автомодельное разделение переменных

$$\begin{aligned} f(v, t) &= Y(\xi)/v_0\tau; & \tau &= 4\pi^2 \sqrt{6\omega_{pl}} t; \\ \xi &= v/v_0; & v_0 &= v_{Te}(4\lambda\tau)^{1/4}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

В этих переменных наши уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \frac{\xi-1}{\xi^2} \frac{dY}{d\xi} + \lambda \xi \frac{dY}{d\xi} + 5\lambda Y &= 0, \\ \int_1^\infty \frac{Y(\xi)}{\xi^2} d\xi &= 4\pi \sqrt{\frac{6m}{M}}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Число резонансных частиц убывает во времени: $n_R \sim \tau^{-1}$. В области $v < v_0(\tau)$ функция распределения должна быть стационарной, так как $W_A = 0$ при $k > \omega_{pe}/v_0$. В то же время она должна удовлетворять автомодельному разделению (3.35), поскольку формируется в рамках уравнений (3.36). Единственная функция такого рода, удовлетворяющая условию сшивки при $v = v_0$, есть

$$f_\infty(v) = Y(1) \frac{4\lambda v_{Te}^4}{v^5}. \quad (3.37)$$

Если в исходных уравнениях устремить формально время к бесконечности, решение (3.37) установится во всем пространстве скоростей. Из закона сохранения числа частиц

$$\int_{v_0}^\infty f_\infty dv = \int_{v_0}^\infty Y(\xi) \frac{dv}{v_0\tau}$$

получаем еще одно условие нормировки:

$$\int_1^\infty Y(\xi) d\xi = \frac{1}{4} Y(1). \quad (3.38)$$

Решение уравнения диффузии при больших ξ имеет вид:

$$Y \sim \exp(-\lambda\xi^3/3),$$

а при $(\xi-1) \ll 1$ можно получить

$$Y \sim \exp - \frac{5\lambda}{\lambda+1} (\xi-1).$$

Отсюда, с учетом (3.38), следует оценка $\lambda=4$. Далее из второго уравнения (3.36) находим $Y(1) = 24\pi\sqrt{6m/M}$. Теперь

мы можем описать функцию распределения во всем пространстве скоростей. В физических переменных

$$f(v, t) = 64\pi \cdot 6 \sqrt{6} v_{Te}^4 \sqrt{\frac{m}{M}} \times \\ \times \begin{cases} v^{-5}; & v < v_0, \\ v_0^{-5} \exp \left[-\frac{4}{3} \left(\frac{v}{v_0} \right)^3 \right]; & v \gg v_0, \\ v_0^{-5} \exp \left[-4 \frac{v-v_0}{v_0} \right]; & (v-v_0) \ll v_0, \end{cases} \quad (3.39)$$

где $v_0 = 2v_{Te} (4\pi^2 \sqrt{6} \omega_{pi} t)^{1/4}$; $k_{\max} = \omega_{pe}/v_0$.

Нетрудно обобщить на этот случай условие (3.28). В результате оказывается, что режим накопления солитонов реализуется при условии

$$\left(\frac{v_{Te}}{v_0} \right)^3 > \frac{Q}{nT\omega_{pi}} \frac{M}{m}. \quad (3.40)$$

С другой стороны, при построении решения мы воспользовались приближением $dW/dt > Q$. Условие его применимости

$$\left(\frac{v_{Te}}{v_0} \right)^6 > \frac{Q}{nT\omega_{pi}} \frac{\sqrt{M/m}}{6(8\pi)^2}. \quad (3.41)$$

Если (3.40) выполнено, то неравенство (3.41) добавляет очень слабое ограничение, так что можно считать, что использованное нами приближение всегда хорошо работает в условиях, когда велика роль нелинейной диссипации.

В заключение заметим, что хотя распределение (3.39) и содержит энергичный немаксвелловский «хвост», полная энергия, заключенная в нем, как и для распределения (3.8), определяется малыми скоростями. Таким образом, режим медленной накачки позволяет получить эффективный энерговклад в тепловые частицы.

4. ТУРБУЛЕНТНЫЙ НАГРЕВ ПЛАЗМЫ ПРИ ЛЕНГМЮРОВСКОМ КОЛЛАПСЕ

Явление ленгмюровского коллапса было впервые предсказано в работе Захарова [25] на основе анализа системы уравнений (2.1, 2.2). Согласно этой работе, каверны с ВЧ-наполнением, образующиеся вследствие модуляционной неустойчивости, принципиально нестационарны. Если в одномерном случае конечным результатом оказывается ленгмюровский солитон с $I_2 < 0$, то в трехмерном случае при том же условии размеры каверн за конечное время уменьшаются до нуля, а плотность энергии обращается в бесконечность. Разумеется, эти нуль и бесконечность чисто формальны, потому что система (2.1, 2.2) справедлива лишь при условии $\partial/\partial t \ll \omega_{pe}$, к тому же в ней не учтены электронные нелинейности и т. д. Но с физической точ-

ки зрения все это совершенно неважно, поскольку достижимые масштабы порядка дебаевских и плотность энергии порядка nT . Ленгмюровский коллапс является в трехмерном случае наиболее эффективным механизмом, обеспечивающим поток энергии в малые масштабы.

Таким образом, в трехмерной геометрии фундаментальным объектом в теории сильной ленгмювской турбулентности оказывается «коллапсирующий солитон», который мы в дальнейшем, следуя установившейся терминологии, будем называть кавитоном.

Наиболее простым для рассмотрения динамики коллапсирующей каверны — кавитона является сферически симметричный случай. В приближении сферической симметрии задачи, а также в пределе малых амплитуд $E^2 \ll nTm/M$ безразмерная система (2.13) сводится к уравнению

$$2i \frac{\partial E}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 E + |E|^2 E = 0, \quad (4.1)$$

при очевидных граничных условиях

$$E(0, \tau) = E(\infty, \tau) = 0.$$

Для уравнения (4.1), вместо интегралов движения (2.14), получаем следующие:

$$I_0 = \int_0^{\infty} r^2 |E|^2 dr,$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} \left(\left| \frac{\partial E}{\partial r} \right|^2 + \frac{2|E|^2}{r^2} - \frac{|E|^4}{2} \right) r^2 dr.$$

Из (4.1), кроме того, следует интегральное соотношение [25]:

$$\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int_0^{\infty} r^4 |E|^2 dr = 3I_2 - \int_0^{\infty} \left| \frac{\partial E}{\partial r} \right|^2 r^2 dr - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} |E|^2 dr,$$

откуда, в свою очередь, следует

$$0 < \int_0^{\infty} r^4 |E|^2 dr < \frac{3}{2} I_2 \tau^2 + C_1 \tau + C_2. \quad (4.2)$$

Из (4.2) можно видеть, что если $I_2 < 0$, решение уравнения (4.1) существует конечное время. Этот результат (аналогичный теореме Таланова для самофокусировки [18]) послужил, наряду с автомодельным разделением переменных, основанием для сделанного в работе [25] утверждения о том, что любые ленгмювские пакеты с $I_2 < 0$ приходят в результате эволюции к коллапсу. К сожалению, пока нет даже аналога теоремы (4.2) для произвольной геометрии каверны, а также и для случая больших амплитуд $E_0^2 > 24\pi nTm/M$, когда, в связи с большой

величиной характерной частоты $\delta\omega_n$ главным в левой части уравнения (2.2) становится член $\partial^2\delta n/\partial\tau^2$, так что устанавливается «сверхзвуковой» режим коллапса [25]:

$$\operatorname{div}\left(i\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial\tau} + \frac{3}{2}\omega_{pe}r_D^2\nabla\operatorname{div}\mathbf{E}\right) = \frac{\omega_{pe}}{2n_0}\operatorname{div}\delta n\mathbf{E},$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\delta n = \frac{1}{16\pi M}\Delta|\mathbf{E}|^2. \quad (4.3)$$

Здесь и далее мы полагаем $\tau = t - t_0$, где t_0 — формальный момент схлопывания каверны, $\tau < 0$, $\partial\tau/\partial t = 1$. В сверхзвуковом режиме $\frac{E^2}{8\pi n} \gg \frac{\delta n}{n_0}$. Поскольку в процессе коллапса вплоть до дебаевского масштаба кавитон обязательно должен пройти такую стадию, рассмотрим именно для этого случая процедуру разделения переменных. Ищем решение в виде:

$$\mathbf{E} = \varepsilon(\tau)\mathbf{E}(\xi)\exp\left(-i\int\delta\omega d\tau\right),$$

где ξ_n — автомодельные переменные, $\delta\omega$ — нелинейный сдвиг частоты. Первое из уравнений (4.3) дает:

$$\xi = \frac{r}{r_D}\sqrt{\frac{\delta\omega}{\omega}}; \quad \frac{\delta n}{n_0} \sim \frac{\delta\omega}{\omega_{pe}}.$$

Теперь из второго уравнения (4.3) следует $\varepsilon \sim \tau^{-1}$. Чтобы завершить разделение переменных, можно воспользоваться законом сохранения числа квантов I_0 . Но прежде сделаем важное замечание. Число квантов есть интеграл движения в рамках системы уравнений (2.1, 2.2), но сама эта система написана в приближении $\omega_{pe} \gg \partial/\partial t$, т. е. в уравнении (2.1) опущена вторая производная по времени. Таким образом I_0 с физической точки зрения есть не точный, но адиабатический инвариант. Определяется он интегралом по всему трехмерному пространству. Для локализованного в пространстве кавитона может быть написан такой же инвариант (обозначим его \mathcal{E}_0) — число плазмонов в каверне, но лишь при условии $\delta\omega \gg \partial/\partial\tau$ при $\tau \rightarrow 0$. В случае сверхзвукового коллапсирующего кавитона с единственным пространственным масштабом δ использование \mathcal{E}_0 оказывается правомерным:

$$\mathcal{E}_0 = \text{const} \sim E^2\delta^3 \sim \varepsilon^2(\delta\omega)^{-3/2},$$

$$\delta\omega \sim \tau^{-4/3} \gg \frac{\partial}{\partial\tau} \sim \frac{1}{\tau}; \quad \tau \rightarrow 0$$

Окончательно получаем:

$$\delta n \sim \delta^{-2}; \quad \frac{E^2}{nT} \sim \mathcal{E}_0\delta^{-3}; \quad \delta \sim \tau^{2/3}\mathcal{E}_0^{1/3}. \quad (4.4)$$

Если бы условие $\delta\omega \gg \partial/\partial\tau$ не было выполнено, то, соответственно, ленгмюровские шумы не были бы локализованы, и даже если бы была верна теорема типа (4.2), то следовал бы

из нее не коллапс, а процесс типа самофокусировки (см. [18]), когда поток в малые масштабы есть, но доходит до них малая доля начальной энергии.

Автомодельное разделение переменных (4.4) и аналогичное разделение в случае дозвукового «адиабатического» коллапса дает еще один аргумент в пользу идеи Захарова. Но все-таки наиболее убедительный материал представлен численным экспериментом (см., напр., [65—69]). Показано, что одномерный солитон также неустойчив относительно распада на коллапсирующие каверны — в соответствии с теорией [70]. Оказывается, что по геометрии коллапсирующий кавитон представляет собой, как и солитон, дипольное образование, и даже в одномасштабном режиме (4.4) каверна, по мере схлопывания, приобретает значительный эксцентриситет.

Аналитическое описание кавитона получено в сферически симметричном случае — адиабатический предел в работе [37] и общий случай в работе [65]. Из выражений для I_0 , I_2 и (4.2) видно, что такой кавитон не может быть одномасштабным (подробнее — в [37]), следовательно, необходимо ввести два масштаба — радиус R и модуляционный масштаб δ . Из интеграла I_0 следует, что $R^2/\delta = \text{Const}$, т. е. при коллапсе, когда $R \rightarrow 0$ солитон становится квазиплоским $\delta/R \rightarrow 0$. В задаче остается один масштаб, и можно получить автомодельное решение:

$$E(r, \tau) = \frac{E_0(R)}{\text{ch } k_0(r-R)} \exp i(kr - \delta\omega\tau),$$

$$v_s = \frac{dR}{d\tau} = 3kr_D v_{Te},$$

$$E_0(R) R^2 \sqrt{1 - v_s^2/c_s^2} = \text{const}, \quad (4.5)$$

где $\delta\omega$, k_0 — те же, что и в (2.6); $k_0 R \gg 1$. При переходе к автомодельным переменным должно понизиться число интегралов движения — один из них окажется равен нулю или бесконечности или обратится в тождество. В данном случае следует приравнять нулю интеграл I_2 — как относительно малую разность двух больших величин. Это позволит вычислить скорость v_s при $R \rightarrow 0$, $E_0 \rightarrow \infty$. Напомним, что для солитона в безразмерных переменных

$$I_2 \simeq - \frac{1-5v^2}{6(1-v^2)} E_0^3, \quad (4.6)$$

откуда следует $v \rightarrow 1/\sqrt{5}$, что соответствует в физических переменных $v_s \rightarrow c_s/\sqrt{5}$. Таким образом, эта мода коллапса является существенно дозвуковой. Поэтому в сферически-симметричной задаче, даже если начальное $E_0^2 \gg nT \frac{m}{M}$, коллапс не может произойти за сверхзвуковые времена, что согласуется с численным экспериментом [71]. Отсюда следует и невозможность реализации такой моды коллапса в эксперименте: как и вся-

кий квазиплоский солитон, кавитон (4.5) неустойчив относительно разбиения на одномасштабные кавитоны, коллапсирующие по сверхзвуковому закону [70].

Эффект коллапса не есть исключительное свойство ленгмюровских волн. В работе [72] рассмотрен коллапс электромагнитных волн, в [73] — коллапс на нижней необыкновенной ветви, в [74] — на нижнегибридной ветви, в [75] — коллапс электрорезонансных солитонов — второй (и пока последний) случай, когда удалось получить аналитическое решение. Сам факт существования такого канала диссипации едва ли следует на сегодняшний день подвергать сомнению.

Не столь ясен вопрос о влиянии источника турбулентности на геометрию коллапсирующих образований и удельный вес коллапса как канала диссипации. В результате модуляционной неустойчивости в принципе могут возникнуть и солитоны с $I_2 > 0$ см. (4.6), квазистационарные волноводы [18], трехмерные солитоны в более высоком порядке по амплитуде [17] и т. д. Численный эксперимент, в особенности, основанный на методе многочастичного моделирования [50, 68], подтверждает сложность и нетривиальность такой динамики, в частности, на уровне накачки. По представлениям Д. Д. Рютова [76, 77], модуляционная неустойчивость должна привести к эффективному отключению накачки и в дальнейшем относительно медленной эволюции турбулентного состояния. Напротив, В. Е. Захаровым было высказано предположение, что даже слабая модуляционная неустойчивость при $\Delta k r_D < (W/nT)^{1/2}$ приводит к коллапсу, и что в результате эволюции система неизбежно приходит к состоянию, в котором коллапс начинается прямо с масштаба накачки [66, 78]. В работах с участием Л. И. Рудакова и автора [33, 37] предполагалось, что энерговклад в плазму происходит за счет слаботурбулентного механизма, затем шумы перекачиваются в длинноволновую область за счет индуцированного рассеяния на ионах, а уже там происходит модуляционная неустойчивость. Близкая по идее модель развита в работах Галеева и др. [50, 79], где, однако, предполагается, что накопленный в больших масштабах ленгмюровский конденсат модифицирует сам процесс перекачки, который становится трехплазмонным. В последних двух моделях неявно полагается, что обратный поток сильнотурбулентных шумов является быстрым, соответственно, плотность энергии — малой, и потому возмущением процесса накачки можно пренебречь.

Мы в данном разделе рассмотрим преимущественно задачу о нагреве плазмы и по этой причине можем обойти указанную выше неопределенность. С точки зрения задачи о нагреве коллапс — безусловно, самый предпочтительный канал диссипации, поскольку доставляет энергию из масштаба конденсата k_0^{-1} до конечного масштаба k_1^{-1} за характерное время модуляционной неустойчивости:

$$\tau_{if}^{-1} \sim \gamma_{\text{mod}} \sim \begin{cases} \omega_{pe} \frac{W_0}{nT} \sim \omega_{pe} (k_0 r_D)^2; & W_0 \ll nT \frac{m}{M}, \\ \omega_{pe} \sqrt{\frac{m}{M} \frac{W_0}{nT}} \sim k_0 c_s; & W_0 \gg nT \frac{m}{M}. \end{cases} \quad (4.7)$$

Как самый быстрый процесс, коллапс полностью определяет нагрев плазмы, если доля энергии, идущая в коллапсирующие кавитоны, не мала. На уровне конденсата по порядку величины $W_0 \sim (k_0 r_D)^2$. Разумеется, таким образом можно оценить лишь среднюю по времени плотность шумов, детальная же картина накопления шумов в конденсате и их перекачки в коллапсирующие каверны может быть достаточно сложной.

Решая задачу о нагреве, мы в дальнейшем исключим из рассмотрения турбулентность как на уровне накачки, так и на уровне конденсата. В инерционном интервале мы зададим эффективную плотность мощности накачки Q , которую свяжем с числом кавитонов N , рождающихся в единицу времени на единицу объема

$$Q = N \mathcal{E}_0, \quad (4.8)$$

где \mathcal{E}_0 — энергия кавитона в начальный момент эволюции. Поскольку коллапсирующие кавитоны с хорошей точностью можно считать невзаимодействующими, обобщение на случай какого-либо распределения по начальным энергиям не составит труда. Столь же просто можно учесть переменную во времени плотность накачки, сделав во всех нижеследующих формулах замену $t \rightarrow \int Q dt$.

Относительно механизма диссипации уже в работе [25] сделано предположение что главную роль должны здесь играть затухание Ландау либо пересечение траекторий при $W/nT \rightarrow 1$. Возможна также передача волновой энергии ионам при $I_2 \sim I_0$, т. е. опять-таки при $W/nT \rightarrow 1$. Рассматривая единственный акт коллапса в максвелловской плазме, заранее нельзя указать доминирующий диссипативный механизм. Например, для сверхзвуковой моды (4.4) затухание Ландау при $W/nT \sim 1$ еще преобладающе мало (см., напр., оценку в [30]). Однако нетрудно провести рассуждения, доказывающие, что в режиме постоянной накачки это главный механизм [80]. Действительно, в каждый данный момент времени коллапс приводит к локальному нагреву счетного числа небольших областей (в начальный момент — с радиусом порядка r_D). Из этих зон горячие электроны разлетаются со скоростью v_{Te} , характерная же скорость каверны $c_s \ll v_{Te}$, более того, $c_s < c_s'$, где c_s' определено по температуре горячей области. Последнее обстоятельство гарантирует, что последующие акты коллапса будут происходить уже в двухтемпературной по электронам плазме. По мере нагрева доля горячих электронов будет расти; рано или поздно взаимодействие с ними приведет к диссипации существенной доли энергии на масштабах, больших дебаевского, при $W/nT < 1$.

Тем самым каналы диссипации, связанные с сильной нелинейностью, исключаются. Таким образом, образование энергичных электронных «хвостов», хорошо известное в одномерном численном эксперименте, характерно и для трехмерной задачи.

4.1. Выбор модели ленгмюровского коллапса

Задача об образовании электронных «хвостов» при ленгмюровском коллапсе решалась независимо различными авторами [50, 66, 80]. Излагаемая ниже схема решения построена в [80], но в этой работе была принята за основу модель сферического коллапса (4.5), поскольку она является аналитической. Как уже говорилось выше, в действительности эта мода коллапса реализоваться не может.

В настоящее время, на наш взгляд, лучшей решаемой моделью коллапса для задачи о нагреве является «звуковая» модель Рудакова (см., напр., [16]). Казалось бы, наиболее естественной на малых масштабах является сверхзвуковая модель (4.4). Ленгмюровский коллапс, начинаясь даже с дозвуковой стадии, обязательно выходит на сверхзвуковой режим, а если модуляционный масштаб не слишком велик: $k_0 r_D > (m/M)^{1/2}$, мы сразу имеем дело с режимом (4.4). Поскольку уравнения, описывающие динамику кавитона, имеют конечный вид в координатном представлении, а затухание Ландау, напротив, локально только в k -представлении, корректное математическое описание динамики коллапсирующего кавитона в диссипативном режиме представляет значительные трудности.

Существует лишь модифицированное разделение переменных, предложенное Захаровым [66] для степенной функции $\gamma(k)$. Даже для этого частного случая решение имеет достаточно сложный вид, чтобы не оставлять надежды на аналитическое рассмотрение задачи о нагреве. Поэтому используются более простые модели. В работах [50, 79] задача решалась на основе модели (4.4). В работах [64, 81] эта модель также рассматривалась, наряду со звуковой. Но, как было показано в [64], важнейший параметр — число перегретых частиц — определяется из условия вида

$$\gamma(\delta^{-1})\tau(\delta) \simeq 1,$$

где $\gamma(k)$ — декремент затухания, $\tau(\delta)$ — время коллапса от данного масштаба δ . Таким образом, как раз при определении основных физических характеристик «хвоста» нельзя пренебречь влиянием затухания на динамику кавитона — в формулах (4.4) величина \mathcal{E}_0 меняется с тем же характерным временем τ .

Сверхзвуковая динамика (4.4) согласуется с численным экспериментом, но лишь для консервативной системы уравнений (2.1, 2.2). При включении диссипации, как было показано в

работах [66, 67], картина меняется: кавитон, потеряв всего $5 \div 10\%$ полной энергии \mathcal{E}_0 , выходит из сверхзвукового режима, и дальнейшая эволюция его идет так, что $\delta n/n \sim E^2/8\pi nT$. Модель Рудакова явно учитывает это обстоятельство.

Основой для звуковой модели служит полная система уравнений (2.1, 2.2). Все три члена в правой части (2.2) предполагаются одного порядка, так что, вместо (4.4), получаем:

$$\delta n \sim \delta \omega \sim \frac{1}{\tau^2} \gg \frac{\partial}{\partial \tau}; \quad \delta \sim \tau; \quad \varepsilon \sim \frac{1}{\tau}.$$

В физических переменных

$$\delta = -c_s \tau; \quad \frac{r_D}{\delta} \simeq E / \sqrt{24\pi nT}. \quad (4.9)$$

Таким образом, на параметры кавитона накладывается дополнительная связь, так что он уже не может быть одномасштабным (впрочем, и при сверхзвуковом коллапсе его эксцентриситет, как правило, не мал). Большой масштаб определяется зависимостью от времени числа квантов, т. е. $\mathcal{E}(\tau)$. Заданная конкретная модель. Пусть каверна имеет форму тонкого диска, толщина которого δ есть модуляционный масштаб, а радиус $R(\tau)$ согласуется с величиной

$$\mathcal{E}(\tau) \simeq 3 \frac{T}{e} \left(\frac{M}{m} \pi n T \right)^{1/2} \frac{R^2(\tau)}{\omega_{pe} |\tau|}. \quad (4.10)$$

В отсутствие диссипации кавитоны, коллапсирующие по закону (4.9), были бы неустойчивы относительно разбиения на сверхзвуковые одномасштабные. Но затухание, поскольку затягивает коллапс, препятствует и развитию этой моды неустойчивости.

Этой моделью мы и будем, как правило, пользоваться в дальнейшем. Конечно, таким образом мы упрощаем реальную динамику каверны. Все, что есть в модели от затухания — «экспериментальная» зависимость $\delta n \sim E^2$ и учет зависимости $\mathcal{E}(\tau)$ в (4.10), в остальном же она строится на базе консервативной системы (2.1, 2.2). В консервативном случае, как показывает численный эксперимент, эта автомодельность не реализуется — лишний аргумент в пользу того, что разделение переменных — еще не доказательство существования коллапса.

Отметим еще одно обстоятельство. Характерное время коллапса в (4.9) $|\tau| \simeq \delta/c_s \sim (k_0 c_s)^{-1}$ совпадает с обратным инкрементом модуляционной неустойчивости в сверхзвуковом пределе (4.7), так что, с другой стороны, звуковая модель есть экстраполяция законов начальной стадии коллапса на весь процесс. Отсюда, в частности, следует, что даже сверхзвуковая модуляционная неустойчивость не может за время коллапса разрушить кавитон, коллапсирующий по закону (4.9).

4.2. Нагрев плазмы в звуковом режиме коллапса

Согласованная задача о нагреве должна решаться следующим образом. Нагрев частиц описывается диффузионным уравнением:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} D(v) v^2 \frac{\partial f}{\partial v}. \quad (4.11)$$

При условии достаточно большого числа частиц характерное время диффузии будет много больше времени коллапса. Это позволяет в выражении для коэффициента диффузии

$$D_{\alpha\beta} = \pi \left(\frac{e}{m} \right)^2 \int d\mathbf{k} |\Phi_{\mathbf{k}}|^2 \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) k_{\alpha} k_{\beta}$$

использовать плотность энергии шумов $|\Phi_{\mathbf{k}}|^2$, усредненную по «быстрому» времени τ , а также считать задачу однородной и изотропной. Не имея точного решения для поля солитона, мы не можем получить и его спектрального разложения, но можно воспользоваться приближенным методом вычисления. Прежде всего, заметим, что при $\delta\omega \gg \tau^{-1}$; $\delta/c_s \sim \tau$ поле кавитона в направлении модуляционного масштаба должно совпадать с полем одномерного солитона (2.5, 2.6). Если даже это совпадение и не является точным, во всяком случае, справедливо соотношение (3.4) для приращения скорости резонансной частицы при прохождении солитона. Это позволяет с точностью до коэффициента порядка единицы получить коэффициент диффузии

$$D \simeq \overline{\Delta v^2} \cdot v_{\text{eff}}, \quad (4.12)$$

$$\overline{\Delta v^2} = \frac{3\pi^2}{m^2 v^2} T^2, \quad (4.13)$$

$$v_{\text{eff}} = \pi v \int_{E(v)}^{\sqrt{24\pi n l}} dE R^2(E) F(E) = \pi v \int_{\tau(v)}^{\tau(v_{Te})} d\tau R^2(\tau) F(\tau), \quad (4.14)$$

где R — радиус кавитона, $F(E)$ и $F(\tau)$ — соответственно, функции распределения кавитонов по амплитудам или по «возрасту». Интегралы в (4.14) быстро сходятся на верхнем пределе (даже без учета затухания), что позволяет положить его бесконечным в интеграле по dE и нулем в интеграле по $d\tau$. Тем самым мы пренебрегаем как точным моментом полного затухания кавитона, так и влиянием частиц со скоростями $v \gg \gg \omega_{pe} R(\tau)$, для которых потенциал поля данного кавитона является стационарным, а значит, не дает и приращения энергии. При нашей степени точности эти эффекты несущественны. Из двух выражений (4.14) второе позволяет прийти к более компактному результату:

$$F(\tau) \equiv N = Q/\mathcal{E}_0 = \text{const}, \quad (4.15)$$

$$v_{\text{eff}} = \pi N v \int_{\tau(v)}^0 d\tau R^2(\tau), \quad (4.16)$$

$$\tau(v) = -v/\omega_{pe} c_s. \quad (4.17)$$

Соотношение (4.15) отражает то важное свойство нашей модели, что кавитоны не исчезают и не появляются в инерционном интервале, поэтому и поток их числа через любой масштаб должен быть интегралом движения.

Используя (4.10), окончательно получим:

$$D = \pi^3 \sqrt{2} \frac{Q v_{Te} v}{4\pi n T} \sqrt{\frac{M}{m}} \int_0^1 \frac{\mathcal{E}(\chi)}{\mathcal{E}_0} \chi d\chi \quad (4.18)$$

$$\chi = -\omega_{pe} c_s \tau / v.$$

Уравнение, описывающее затухание кавитона, имеет вид:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\tau} = - \int 2\gamma_k W_k dk dS = \frac{3}{2} \left(\frac{T}{e}\right)^2 \pi R^2(\tau) \int_0^\infty \frac{2\gamma_k dk}{\text{ch}^2 \frac{\pi k}{2k_0}}$$

Используя декремент Ландау (3.1), получим:

$$d\mathcal{E}/d\tau = \Gamma \tau \mathcal{E}, \quad (4.19)$$

$$\Gamma = \frac{\pi^2}{2} c_s \omega_{pe}^2 \int_0^\infty \frac{f(v) v dv}{\text{ch}^2 \frac{\pi v(\tau)}{2v_0}}, \quad (4.20)$$

$$v(\tau) = -\omega_{pe} c_s \tau.$$

Итак, мы получили замкнутую систему уравнений (4.11, 4.18) и (4.19, 4.20). В отличие от обычных квазилинейных уравнений или от системы (3.7), они описывают процессы с существенно разными характерными временами. В задаче о нагреве с постоянной накачкой естественно искать автомодельное решение для функции распределения частиц:

$$f(v, t) = t^\alpha \Phi(v/t^\beta); \quad v \geq v_0(t). \quad (4.21)$$

Очевидно, физический смысл имеют только решения с $\beta > 0$. Из условия

$$Q = \frac{\partial}{\partial t} \int f v^2 d\mathbf{v} = \text{const}, \quad (4.22)$$

получаем $\alpha = 1 - 5\beta$. Далее возможны две различных ситуации. Если $\beta < 1/2$, полное число частиц в распределении (4.21) растет, тогда минимальная скорость v_0 должна быть равна нулю (в автомодельном смысле), и до этой нулевой скорости, т. е. до сколь угодно малого масштаба кавитоны должны доходить с конечной энергией. Если же $\beta > 1/2$, то $v_0 \sim t^\beta$, а полное число

резонансных частиц во времени падает $n_R \sim t^{1-2\beta}$ и, по мере возрастания v_0 , при $v < v_0$ формируется стационарная, но автомодельная функция $f_\infty(v)$. Именно так и будет обстоять дело в нашем случае. В самом деле, перейдем в (4.11, 4.18) к пределу $v \gg v_0(t)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} D_1 v^3 \frac{\partial f}{\partial v}, \quad (4.23)$$

$$D_1 = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{M}{m}} \frac{QV_{Te}}{4\pi nT}.$$

Отсюда сразу следует $\beta=1$; тогда из (4.22) $\alpha = -4$. В области скоростей $v \ll v_0(t)$ получаем стационарное решение

$$f_\infty(v) = ct^{-4} \left(\frac{v}{t}\right)^{-4} = Cv^{-4}. \quad (4.24)$$

Введением автомодельной переменной $\xi = v/D_1 t$ ур-ние (4.23) сводится к уравнению

$$-4\Phi - \xi \Phi'_\xi = \frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^3 \frac{d\Phi}{d\xi} \right),$$

которое имеет точное решение:

$$\Phi = (\xi - 3) \cdot e^{4-\xi}. \quad (4.25)$$

Функции (4.24) и (4.25) удобно сшить в точке $\xi=4$, чтобы обеспечить нулевой поток частиц из нерезонансной области в резонансную. Но мы еще должны убедиться в том, что данная автомодельная замена справедлива не только при $v \rightarrow \infty$ но и при $v \sim v_0$, и притом не только для уравнения диффузии, но и для (4.19). Прежде всего, сделаем в (4.19) замену: $x = \omega_{pe} c_s \tau / D_1 t$. Начальное условие \mathcal{E}_0 ($\tau \rightarrow -\infty$) переходит в совершенно аналогичное, а само уравнение принимает вид

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \text{const} \cdot \mathcal{E} x \int_x^\infty \frac{d\xi \xi \Phi(\xi)}{\text{ch}^2 x / \xi}, \quad (4.26)$$

в котором все функции «медленного» времени t оказались выражены через автомодельную переменную. Точно так же поступим с коэффициентом диффузии (4.18):

$$D(v) = D_1 v \frac{2}{\xi^2} \int_0^\xi dx x \frac{\mathcal{E}(x)}{\mathcal{E}_0}. \quad (4.27)$$

Тем самым автомодельность исходной системы уравнений доказана. Точное решение может быть в принципе получено численными методами, но особой необходимости в этом нет, так как наиболее существенные параметры мы можем получить из асимптотик (4.24, 4.25). Нужно лишь определить константу C . Это можно сделать из уравнения (4.19), предполагая полное

затухание кавитона в интервале $v_0/2 < v < v_0$. Отсюда получаем оценку $C = \mu c_s$; $\mu \sim 1$.

Окончательный результат имеет вид:

$$f^e(v) = \begin{cases} \mu c_s v^{-4}; & v < v_0(t), \\ \mu c_s v_0^{-4} \left(\frac{4v}{v_0} - 3 \right) \exp 4 \left(1 - \frac{v}{v_0} \right); & v > v_0(t), \end{cases} \quad (4.28)$$

$$v_0(t) = \frac{\lambda Q t}{n M c_s}; \quad \frac{n_R(v_0)}{n_0} \simeq \mu \sqrt{\frac{m}{M}} \frac{v_{Te}}{v_0(t)}; \quad \mu, \lambda \sim 1.$$

Основные физические характеристики полученного решения: полное число частиц, вовлеченных в процессе нагрева, постоянно; доля их составляет величину порядка $\sqrt{m/M}$; число резонансных частиц убывает во времени, $n_R \sim t^{-1}$, но они, тем не менее, несут в себе примерно половину энергии «хвоста» и целиком определяют диссипацию в данный момент времени. Характерная скорость резонансных частиц $v_0(t)$ — единственная величина, зависящая от мощности накачки Q — неограниченно нарастает во времени; затухание кавитонов происходит при масштабе $\delta \sim v_0(t)/\omega_{pe}$ в интервале фазовых скоростей порядка v_0 .

Температура основной массы частиц остается постоянной, соответственно, остается постоянной и скорость звука c_s . Это легко понять хотя бы из грубого дисперсионного соотношения:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_{Te}^2} + \frac{\omega_{pe}^2 n' / n}{k^2 v_T^2} = 0,$$

где штрихованные величины соответствуют горячим частицам. В силу этого обстоятельства, как показано в работе [82]; решение (4.28) оказывается справедливым как при $Qt < nT$, так и в обратном случае, когда сама система уравнений (2.1, 2.2) должна быть модифицирована, поскольку дисперсия шумов определяется самим резонансным «хвостом».

В работе [50] было предложено другое формальное рассмотрение данной задачи, в котором использовалось традиционное для теории слабой турбулентности k -представление. При выводе основных уравнений делалось упрощающее предположение — каждому кавитону ставилась в соответствие одна гармоника с $k \sim \delta n^{1/2} r_D^{-1}$. Вводилась величина $dk/d\tau$, определяемая модой коллапса, т. е. уравнениями (4.4) — или (4.5), (4.9) и т. п. Использовалось уравнение квазилинейной диффузии и уравнение для потока энергии в k -пространстве:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} D v^2 \frac{\partial f}{\partial v}, \quad (4.29)$$

$$D = 16\pi^3 \left(\frac{e}{m} \right)^2 \frac{\omega_{pe}^2}{v^2} \int_{\omega/v}^{\infty} \frac{W_k}{k} dk,$$

$$\frac{\partial W_{\mathbf{k}}}{\partial t} = -\frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial k} \left(k^2 W_{\mathbf{k}} \frac{dk}{d\tau} \right) + 2\gamma W_{\mathbf{k}k}, \quad (4.30)$$

$$\gamma_{\mathbf{k}} = -\pi^2 \omega_{pe} v^3 f(v)|_{v=\omega/k}.$$

В работе [81] показано, что из системы (4.29, 4.30) могут быть получены те же результаты, что и в нашем представлении как для звуковой, так и для сверхзвуковой модели коллапса. Сами же авторы в работе [50] искали стационарное решение уравнений (4.29, 4.30), которое соответствует постоянному потоку энергии в k -пространстве и частиц в пространстве скоростей. Это решение вызывало серьезные возражения (см. [81]); в дальнейшем те же авторы в работе [79] также обратились к автомодельной задаче, но при этом искали решение не с постоянным полным числом частиц, а с постоянным потоком частиц по скоростям, убывающим во времени. Любопытно отметить, что при столь разных предпосылках решения, по существу, тождественны. Решение с потоком, вместо $n_R/n \sim (m/M)^{1/2}$ дает для звуковой моды

$$\left. \begin{array}{l} \frac{n_R}{n_0} \rightarrow \sqrt{\frac{m}{M}} \\ f(v) \rightarrow f_{\infty}(v) \end{array} \right\} t \rightarrow \infty.$$

Это решение, однако, не может быть продолжено на случай $Qt \rightarrow nT$, так как для него существенно сохранение дисперсионных соотношений при $\omega/k \ll v_0(t)$.

В заключение заметим, что тождественность результатов для двух простейших моделей не является доказательством эквивалентности двух методов — в общем случае система (4.29, 4.30), на наш взгляд, неполна. Ее следует каким-то образом дополнить условием типа $F(\tau) = \text{const}$, поскольку не любые спектры могут быть ее решением, но лишь такие, которые следуют из динамики коллапса и не связаны с исчезновением либо рождением кавитонов в инерционном интервале.

4.3. Нагрев в режиме нелинейной диссипации

До сих пор мы рассматривали лишь черенковский механизм затухания кавитонов. Поскольку ленгмюровский коллапс связан с возбуждением интенсивных вынужденных звуковых колебаний, определенную роль может играть процесс индуцированного рассеяния ленгмюровских волн в звуковые. Условие резонанса:

$$\frac{\omega_{pe} - \omega_s}{|k_l - k_s|} \simeq \frac{\omega_{pe}}{k_s} \sim v_{Te} \text{ при } k_s \sim k_D. \quad (4.31)$$

Из него видно, что переизлучение происходит при взаимодействии с электронами, причем последние поглощают почти всю энергию ленгмюровских шумов, так как $\omega_s/\omega_{pe} \ll (m/M)^{1/2}$.

Декремент затухания ленгмюровских волн может быть достаточно велик, так как дается выражением $\gamma \sim \omega W^s/nT$ и не содержит никакой дополнительной малости (см., напр., [6]). Различные аспекты этого режима диссипации рассматривались в работах [83, 79, 64]; здесь мы будем следовать работе [64].

Для данного нелинейного процесса характерно то обстоятельство, что характерные величины инкрементов для ленгмюровских и звуковых волн весьма различны, что на первый взгляд противоречит закону сохранения числа квантов при рассеянии. Но дело в том, что при условиях $\omega_l \gg \omega_s$; $k_s \gg k_l$ могут идти сразу два процесса: собственно переизлучение $l-s$ и парное затухание на электронах l - и s -волн. Для ленгмюровских волн оба канала дают одинаковый декремент затухания, а для звука они почти полностью друг друга компенсируют, так что инкремент оказывается малым $\gamma_s \sim \omega_s \frac{W^l k_l}{nT k_s}$, а знак его не определен — он зависит от конкретных деталей спектра. Поэтому эффективно работает такой процесс лишь при наличии стороннего источника ионно-звуковых шумов [84, 85].

Таким источником и является в данной задаче ленгмюровский коллапс. Еще в работе [68] было обращено внимание на образование звука при затухании коллапсирующих каверн в численном эксперименте. Более детально — также численными методами — вопрос был исследован в работах [66, 67]. Показано, что диссипация ленгмюровских волн, запертых в каверне, при больших амплитудах не сопровождается диссипацией звуковой огибающей — яма плотности, в которой были заперты плазмоны, сохраняется и далее эволюционирует как свободное звуковое возмущение. В нашей задаче характерный масштаб диссипации $\delta \sim v_0(t)/\omega_{pe}$. Характерное волновое число звука соответствует конечному масштабу каверны $k_s(t) \sim \omega_{pe}/v_0(t)$. Следовательно, биения ленгмюровских и звуковых волн имеют фазовую скорость, близкую к $v_0(t)$, т. е. возможно индуцированное $l-s$ рассеяние на электронах резонансного «хвоста», а не на тепловых, как в условии (4.31).

Поскольку звуковые волны представляют собой ямы плотности, можно исключить захваченные частицы и учитывать в балансе только рождение звука при затухании кавитонов и линейное затухание Ландау звуковых волн:

$$N \mathcal{E}_f (k_s r_D)^2 = k_s c_s \sqrt{\frac{m}{M}} W^s. \quad (4.32)$$

Здесь \mathcal{E}_f — энергия, с которой кавитон выходит на масштаб затухания (за счет того же процесса, действующего в инерционном интервале, $\mathcal{E}_f < \mathcal{E}_0$). Здесь и далее мы используем полную плотность энергии W^s , а не спектральную W_k^s , так как звуковые волны в k -пространстве сосредоточены на перепаде масштабов порядка единицы. Учет деталей спектра был бы превышением точности.

Из (4.32) и (4.8) получаем:

$$W^s = \frac{Q_c}{\omega_{pi}} \varepsilon (k_s r_D) \sqrt{\frac{\bar{M}}{m}}, \quad (4.33)$$

$$\varepsilon = \mathcal{E}_f / \mathcal{E}_0 \leq 1,$$

Q_c — часть мощности накачки, диссипируемая через коллапс (вообще говоря, $Q_c < Q$). Определим условия, при которых l — s рассеяние существенно как канал диссипации. Выпишем декремент нелинейного затухания ленгмюровских волн (см. [6, 83]).

$$\gamma_{ls} \approx \frac{1}{9} \frac{W^s}{nT} \frac{\gamma(k_s)}{(k_s r_D)^4}, \quad (4.34)$$

где $\gamma(k_s) = -k_s c_s$ — линейный декремент затухания ленгмюровских волн на конечном масштабе. Используя (4.33), имеем:

$$\gamma_{ls} \approx -\frac{1}{9} \frac{Q_c}{nT} \varepsilon \sqrt{\frac{\bar{M}}{m}} (k_s r_D)^{-2}. \quad (4.35)$$

Пусть k_0 — обратный начальный масштаб коллапса. Полное время коллапса при сверхзвуковой начальной амплитуде $\tau(k_0) \approx (k_0 c_s)^{-1}$. Тогда, очевидно, $\varepsilon \approx \exp(\gamma_{ls}/k_0 c_s)$, и с учетом (4.35) получим:

$$\frac{\ln \varepsilon}{\varepsilon} = -\frac{1}{9} \frac{Q_c}{nT \omega_{pi}} \sqrt{\frac{\bar{M}}{m}} (k_0 k_s^2 r_D^3)^{-1}, \quad (4.36)$$

Рассмотрим баланс энергии на уровне конденсата плазмон:

$$W^l \approx (k_0 r_D)^2 nT,$$

$$Q = Q_c - \gamma_{ls} W^l = Q_c \left(1 + \frac{\varepsilon}{9} \sqrt{\frac{\bar{M}}{m}} \left(\frac{k_0}{k_s} \right)^2 \right). \quad (4.37)$$

Пусть вначале вся энергия из конденсата уносится кавитонами, $Q = Q_c$, т. е.

$$\frac{1}{9} \sqrt{\frac{\bar{M}}{m}} \left(\frac{k_0}{k_s} \right)^2 \varepsilon < 1. \quad (4.38)$$

Нелинейная конверсия существенна, если $\varepsilon \ll 1$. С учетом (4.36) и (4.38) это условие сводится к виду

$$|\ln \varepsilon| = \frac{1}{9} \sqrt{\frac{\bar{M}}{m}} \left(\frac{k_0}{k_s} \right)^2 \varepsilon \frac{Q}{nT \omega_{pi} (k_0 r_D)^3} > 1. \quad (4.39)$$

Покажем, что это условие выполнено быть не может. Перепишем (4.8) в виде:

$$Q = N \mathcal{E}_0 \sim N n T r_D^2 k_0^{-1}.$$

Имея в виду, что время жизни звукового (и сверхзвукового) кавитона порядка $(k_0 c_s)^{-1}$, выпишем условие «плотной упаковки» кавитонов:

$$N_{\max} / k_0 c_s \sim k_0^3.$$

Откуда следует

$$Q \leq nT\omega_{pi}(k_0 r_D)^3. \quad (4.40)$$

Из (4.38) и (4.40) следует, что (4.39) не выполняется. Таким образом, (4.38) сводится к неравенству

$$\left(\frac{k_0}{k_s}\right) < 3 \left(\frac{m}{M}\right)^{1/4}. \quad (4.41)$$

Если оно выполнено, главный механизм диссипации — затухание Ландау.

Пусть теперь коллапс — лишь источник звука, а главный канал диссипации — нелинейная конверсия непосредственно из конденсата плазмонов. Очевидно, условие реализации такого режима обратно (4.38) и может быть приведено к виду:

$$\left(\frac{k_0}{k_s}\right) > 3 \left(\frac{m}{M}\right)^{1/4} \exp \frac{Q}{2nT\omega_{pi}(k_0 r_D)^3}.$$

Инерционный интервал, соответствующий режиму нелинейной конверсии, оказывается довольно узким. Он соответствует конечной стадии нагрева. Представляет интерес вопрос о том, как при переходе в эту стадию изменятся параметры функции распределения электронов. В частности, будет ли достаточным число частиц, «доставленных» в эту область скоростей в режиме (4.28)?

Нелинейный тензор диффузии в пространстве скоростей и нелинейный инкремент, с точностью до малого параметра k_i/k_s , имеют вид:

$$D_{\alpha\beta}^{(v)} = \frac{W^l}{\omega_{pe}} \int d\mathbf{k} \frac{W k^s}{k c_s} \hat{T}(\mathbf{k}, \mathbf{v}) \delta(\omega_{pe} - \mathbf{k}\mathbf{v}) k_\alpha k_\beta,$$

$$\gamma_{is} = mn \int d\mathbf{k} \frac{W k^s}{k c_s} \int d\mathbf{v} \hat{T}(\mathbf{k}, \mathbf{v}) \mathbf{k} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \delta(\omega_{pe} - \mathbf{k}\mathbf{v}).$$

Общее для обоих выражений ядро $\hat{T}(\mathbf{k}, \mathbf{v})$ из окончательного ответа выпадает. Воспользуемся оценкой $W^l = Q/\gamma_{is}$. Учтем также, что в согласованной задаче линейный декремент $\gamma = -k_s c_s$ (и последующее автомодельное решение должно это соотношение сохранять). Для коэффициента диффузии получается в результате простая оценка

$$D(v) = \mu \frac{Q}{nT} \sqrt{\frac{M}{m}} \frac{v_{Te} v_0^4(t)}{v^3}, \quad (4.42)$$

$$\mu \sim 1.$$

Хотя коэффициент диффузии (4.42) не совпадает с (4.18), автомодельное разделение переменных при условии (4.22) оказывается точно тем же (а значит, автомодельно и условие $\gamma = -k_s c_s$). Значит и решение (4.28) остается в силе (с точностью до деталей асимптотики: для коэффициента диффузии (4.42) $\Phi(\xi) \sim \exp(-\xi^5)$ при $\xi > 1$). Действительно, константа в

$f_{\infty}(v)$ определяется условием затухания кавитона, а затем $v_0(t)$ однозначно определяется из энергетических соображений.

Таким образом, переход из резонансного режима нагрева в режим нелинейной конверсии является мягким, без изменения закона автомодельности и при сохранении основных параметров электронного «хвоста».

И в заключение заметим, что как этот вывод, так и вывод об узости инерционного интервала, определяющего режим нелинейной диссипации оказываются справедливыми и при использовании модели сверхзвукового коллапса [64].

4.4. Другие модели. Сводка результатов

Как уже говорилось выше, в работе [79] была построена схема решения, несколько отличающаяся от приведенной выше. Именно, если в модели [80] предполагалось, что коллапсирующий кавитон, достигнув скорости $v_0(t)$, затухает на перепаде масштабов порядка единицы, то в модели [79] предполагалось, что кавитон, теряя энергию, доходит до сколь угодно малых скоростей—в рамках системы уравнений (4.29, 4.30) это выражается спадающей по степенному закону спектральной плотности шумов: $W_{\kappa} \sim k^{-11/2}$ для сверхзвуковой моды. Функция распределения при $v \ll v_0(t)$ стационарна, причем находится из условия $D(v)v^2 \frac{\partial f}{\partial v} = \text{const}$, означающего постоянный поток частиц по скоростям, который убывает во времени вместе с W_{κ} так, что справедливо то же самое автомодельное разделение переменных. Отсюда легко видеть, что в результате в пространстве скоростей устанавливается то же распределение $f_{\infty}(v)$. Тожественность функций распределения означает, что принципиально нет возможности высказать соображения в пользу той или иной модели при $Qt < nT$. В принципе и в нашей модели какая-то часть электронов, составляющих резонансный «хвост», может не содержаться заранее в распределении (4.28), а поступать, по мере нагрева, из области малых скоростей. Просто нам для построения решения поток частиц и шумов при $v \ll v_0(t)$, в принципе, не нужен. Обратное неверно: функция распределения вида

$$f(v, t) = \begin{cases} f_{\infty}(v); & v \leq v_0(t), \\ 0; & v > v_0(t). \end{cases}$$

не может быть решением системы (4.29, 4.30) при $v \sim v_0(t)$, так что, строго говоря, и в модели [79] резонансный «хвост» не может строиться только за счет потока; ускоренная группа частиц дает вклад, по крайней мере, порядка единицы. При $Qt > nT$ мы с большей определенностью можем высказаться в пользу нашей модели, потому что теперь в области $v < v_0(t)$ меняется дисперсия шумов, а вместе с ней и характер турбулентности

[86] — коллапса больше нет, и хотя поток по масштабам остается, но у него меняются законы подобия, так что заметная часть энергии кавитона должна быть потеряна при $v \sim v_0$.

Как уже говорилось выше, в работах [50, 79] конкретная схема решения строилась на основе сверхзвуковой модели. В автомодельной постановке первые результаты были получены независимо в [66, 81]:

$$f(v) = \text{const} \cdot v^{-9/2} \cdot \begin{cases} 1; & v \ll v_0(t) \sim t^2; \\ \exp - \left(\frac{v}{v_0(t)}\right)^{1/2}; & v \gg v_0(t). \end{cases}$$

Уточнить константу, а с ней и $v_0(t)$ можно с помощью условия (4.40). Из него следует, что при слабой накачке k_0 может быть независимо, и если $k_0 r_D < (m/M)^{1/2}$, коллапс проходит дозвуковую стадию, а затем образуются сверхзвуковые кавитоны универсального одномасштабного вида. При возрастании мощности накачки волновое число начинает меняться согласованно, а коллапс с самого начала будет одномасштабным, а значит, сверхзвуковым.

Вычисления в случае слабой накачки дают [64, 81]

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{m}{M}\right)^{3/2} &\geq (k_0 r_D)^3 \geq \frac{Q}{nT\omega_{pi}}, \\ \frac{n_R}{n} &\simeq \left(\frac{m}{M}\right)^{1/4} \left(\frac{v_{Te}}{v_0}\right)^{3/2}; \quad v_0 = \sqrt{\frac{M}{m}} v_{Te} \left(\frac{Qt}{nT}\right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

В обратном случае сильной накачки [79; 64]

$$\left. \begin{aligned} (k_0 r_D)^3 &\sim \frac{Q}{nT\omega_{pi}} > \left(\frac{m}{M}\right)^{3/2}, \\ \frac{n_R}{n} &\simeq \sqrt{\frac{m}{M}} \left(\frac{nT\omega_{pi}}{Q}\right)^{1/6} \left(\frac{v_{Te}}{v_0}\right); \quad v_0 = \frac{M}{m} v_{Te} \left(\frac{Q}{nT\omega_{pi}}\right)^{1/6} \left(\frac{Qt}{nT}\right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

Далее, поскольку число частиц в «хвосте» в обеих моделях мало, то вполне реально ситуация, когда еще при $Qt < nT$ величина v_0 приближается к скорости света. Этот случай был рассмотрен в работе [82]; в рамках звуковой модели решение имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} Qt &> nT \left(\frac{m}{M} \frac{mc^2}{T}\right)^{1/2}, \\ f(p) &= \frac{\mu}{m^2 c^3} \frac{4\pi nT}{Qt} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon(p)} \frac{m}{M} \exp\left[-\left(\frac{\varepsilon(p)}{2\varepsilon_0}\right)^2\right], \\ \mu &\sim 1; \quad \varepsilon(p) = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}, \\ \varepsilon_0 &= mc^2 \left(\frac{M}{m}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{Qt}{4\pi nT} \frac{v_{Te}}{c}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

Оказывается, что в этом предельном случае разница между звуковой и сверхзвуковой моделями исчезает — точнее, сводит-

ся к коэффициентам порядка единицы. Более важная особенность решения (4.45) — то, что число резонансных электронов во времени растет:

$$\frac{n_R}{n} \simeq \frac{Qt}{nc p_0(t)} \sim \left(\frac{Qt}{mnc^2} \frac{c_s}{c} \right)^{1/2}. \quad (4.46)$$

Отсюда следует, что в согласованном режиме при $v \ll c$ должен существовать поток частиц в резонансную область:

$$\left. \begin{aligned} f(v) &= c_s / \pi^2 v^4; \quad v \ll c; \\ W_{\kappa} &= \frac{3}{32\pi} \omega_{pe}^2 \left(\frac{mnQ}{c^2 c_s t} \right)^{1/2} k^{-6}. \end{aligned} \right\} \quad (4.47)$$

Одна из основных областей приложения теории сильной ленгмюровской турбулентности — пучковый нагрев в открытых ловушках, где, однако, следует включить в рассмотрение магнитное поле, да и при лазерном нагреве мишени магнитные поля вследствие спонтанной генерации могут быть весьма значительны. Особенности нагрева плазмы при ленгмюровском коллапсе в магнитном поле рассмотрены в работе [87]. Здесь, строго говоря, нет настоящего коллапса. Как было показано в работе [88], система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(2i \frac{\partial E}{\partial t} + 3\omega_{pe} r_D^2 E_z^2 - \omega_{pe} \frac{\delta n}{n} E \right) &= \frac{\omega_{He}^2}{\omega_{pe}} \Lambda_{\perp} E; \\ \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \delta n &= \frac{1}{16\pi M} \frac{\partial^2}{\partial z^2} |E|^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

не допускает решения с $\delta\omega \gg \tau^{-1}$, а значит, не сохраняется число квантов в каверне. В той же работе была предложена мода схлопывания типа самофокусировки, при которой коллапсирующая каверна представляет собой плоский диск радиуса R и толщины $z \ll R$, причем все члены (4.48) имеют один порядок величины:

$$z \simeq \sqrt{\omega_{pe} \tau r_D}; \quad R \simeq \omega_{He} \tau r_D; \quad |E|^2 \simeq \frac{nr_D^2 M}{\tau^2}; \quad (4.49)$$

$$\omega_{pe} \gg \omega_{He}.$$

В пользу такой моды свидетельствует и численный эксперимент [89]. По мере схлопывания число квантов падает. Энергия кавитона однозначно определяется масштабом:

$$E_0 = n T r_D^3 \frac{M}{m} \left(\frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^2 \frac{z}{r_D}. \quad (4.50)$$

Нагрев электронов плазмы в этих условиях имеет три важных особенности:

1) До конечного масштаба доходит лишь малая часть энергии, первоначально захваченной в каверну, а, с другой стороны, сброшенные при схлопывании плазмы накапливаются.

Поэтому именно они дают главный вклад в резонансную диффузию.

2) Параметры каверны жестко связаны с масштабом, поэтому затухание меняет число теряемых квантов, но не моду коллапса.

3) По мере накопления шумов в инерционном интервале, они сами становятся вторичным источником кавитонов. В результате устанавливается следующая усредненная по времени картина: в интервале фазовых скоростей

$$v_{Te} \sqrt{\frac{nT}{Qt}} \equiv v_1 < \frac{\omega}{k} < v_{\text{mod}} = \frac{\omega_{pe}}{k_0} < v_{Te} \sqrt{\frac{M}{m}} \quad (4.51)$$

шумы все время находятся на пороге неустойчивости, имея спектр $W_k = nT r_D v_{Te} / v$, что соответствует $W/nT \sim v_{Te}^2 / v^2$. Граница этого спектра $v_1(t)$, определяемая формулой (4.51), движется в направлении малых скоростей и является эффективным источником кавитонов, энергия которых (4.50) и темп генерации N связаны условием (4.8). Навстречу $v_1(t)$ движется граница «хвоста» $v_0(t)$, затем они перекрываются, происходит дальнейшее возрастание v_0 : $v_0(t) \rightarrow v_{\text{mod}}$, а при достаточно малых скоростях генерация вторичных кавитонов подавляется.

Столь сложная динамика требует весьма громоздкого количественного описания. Поэтому здесь мы ограничимся формулировкой качественного результата работы [87].

Основным следствием диссипации ленгмюровских шумов является образование электронного «хвоста», как и в изотропной плазме. Но в данном случае электроны в пространстве скоростей достигают области генерации кавитонов очень быстро — при условии $Qt \sim nT$ — и тут же подавляют коллапс. Дальнейшая динамика нагрева должна определяться взаимодействием шумов в области масштаб генерации — модуляционный масштаб с малым числом частиц $n_n/n \ll (\omega_{He}/\omega_{pe})^2$.

Гораздо более сложен вопрос о нагреве в неоднородной плазме, что характерно для лазерной мишени, особенно в случае сильной накачки. Здесь имеются лишь предварительные результаты Янькова [90, 91]. Главным эффектом, лимитирующим образование «хвоста», является в этих условиях уход электронов на плотное ядро мишени. Поэтому распределение вида (4.28) доходит лишь до некоторой скорости v_{max} . При $v < v_{\text{max}}$ электроны эффективно рассеиваются на звуке, сопутствующем сильной турбулентности, и до ухода на ядро успевают нагреться. Но частота рассеяния $v_{\text{eff}} \sim v^{-3}$, так что в конце концов уход становится более существенным. В результате получается достаточно крутое обрезание «хвоста», что дает основание пользоваться в данном случае сверхзвуковой моделью коллапса. Как и во многих предыдущих случаях, конкретный вид коэффициента диффузии (а в данном случае — и толщина прогретого слоя плазмы) из окончательного ответа

выпадает. Оценки могут быть сделаны из простых энергетических соображений. Пусть q — поток мощности накачки. В турбулентном слое будем считать картину квазистационарной. Тогда поток энергии на ядро

$$q' \simeq \beta \frac{m}{2} v_{\max}^2 \cdot f(v_{\max}) \cdot v_{\max}^4 \simeq q; \quad \beta \simeq 1.$$

Подставляя $f(v_{\max}) = f_{\infty}(v_{\max})$, получим:

$$\frac{m v_{\max}^2}{2T_e} \simeq \left(\frac{q}{q_{\text{кр}}}\right)^{4/3}; \quad q_{\text{кр}} = n T_e^{3/2} \left(\frac{m}{M}\right)^{1/4}. \quad (4.52)$$

Использование конкретных моделей сильной турбулентности вместо феноменологических оценок и сугубо одномерных эффектов в численном моделировании позволило бы повысить точность теоретических предсказаний в программах лазерного и пучкового УТС. Но для этого необходимо провести большую работу по отбору моделей, адекватных эксперименту.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Лучше всего обстоит дело на сегодняшний день с экспериментальной идентификацией фундаментального объекта в теории сильной турбулентности — ленгмюровского солитона. Здесь прежде всего следует отметить работы группы Незлина в ИАЭ им. И. В. Курчатова [92, 93]. Этим работам предшествовал ряд других, в которых также наблюдались солитоны, более или менее близкие к ленгмюровским (см., напр., [94—96]).

Общим для этих экспериментов является то, что они выполняются в редкой плазме и в достаточно специальных условиях.

Сложнее обстоит дело с анализом режима развитой турбулентности. Как уже не раз отмечалось выше, главная особенность сильной ленгмюровской турбулентности — локализация шумов, средний же уровень пульсаций при этом может быть невелик, так что измерения этой величины и (даже спектра $|E_k|^2$), вообще говоря, не позволяют сделать однозначный вывод о характере турбулентности. Вместе с тем существует большое число экспериментов по лазерному нагреву мишеней, пучковому нагреву в открытых ловушках, зондированию ионосферы мощными электромагнитными волнами, допускающих интерпретацию в духе теории сильной турбулентности. Но здесь нужно соблюдать крайнюю осторожность. Например, в случае лазерного нагрева большинство фактов, свидетельствующих в пользу этой модели, можно трактовать, хотя бы в принципе, как следствие неоднородной плотности плазмы в короне. Действительно, на свободный плазмон действует сила

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\nabla \omega \simeq -\omega_{pe} \frac{\nabla n}{2n},$$

выталкивающая его в область малых плотностей. Поскольку частота при этом является интегралом движения, то из (1.2)

сразу видно, что таким образом осуществляется поток по масштабам в том же направлении и, в общем, с теми же качественными следствиями. В экспериментах по лазерному УТС постоянно регистрируются ускоренные частицы, но на этот счет в теории ЛТС есть несколько моделей, составляющих альтернативу предсказаниям нашей теории. С большей определенностью можно применять идеологию сильной турбулентности к экспериментам по пучковому нагреву в длинном соленоиде, выполненному в ИЯФ СО АН СССР группой Круглякова [97]; здесь имеется даже неплохое количественное соответствие по числу частиц и характеру энерговклада.

Попытка исследовать развитую сильную турбулентность была предпринята в популярных экспериментах группы Вонга в Калифорнийском университете [98]. Эксперименты ставились в редкой плазме, которая удерживалась в ловушке полем высокой мультипольности — внутри ловушки плазму с хорошей точностью можно было считать немагнитичной, но она была сильно столкновительной, так что наблюдавшиеся корреляционные эффекты и проявления сильной турбулентности были объяснены своим существованием интенсивной накачке.

До сих пор не удалось напрямую идентифицировать кавитон — для этого пришлось бы в измерениях одновременно разрешить масштаб порядка r_D и, соответственно, время порядка ω_{pi}^{-1} . Правда, в работе [91] сделана попытка поставить в соответствие форму линии $2\omega_{pe}$, следующую из модели коллапса, и результаты [99, 100] — в этих работах отмечено появление при больших мощностях красного уширения до 400 Å.

Поскольку этот вопрос представляется весьма важным с физической точки зрения и не лишен прикладного интереса, желательна постановка специальных экспериментов, доказывающих существование ленгмюровского коллапса. Тем самым мы получили бы дополнительные основания и для изложенной выше теории турбулентного нагрева плазмы в режиме сильной ленгмюровской турбулентности.

Что касается других мод турбулентности — помимо ленгмюровской — то интересно отметить, что сильнотурбулентный режим наблюдался при турбулентном нагреве плазмы током на стеллараторе «Ураган» в ХФТИ [101]. В этой связи отметим, что в таких квазистационарных системах, как стелларатор, турбулентный нагрев током представляется достаточно перспективным. (Этого нельзя сказать о токамаке, где очень трудно согласовать сложную электродинамику системы с аномальным сопротивлением; примером тому может служить техасский токамак ТТТ [102]). Но, во всяком случае, в квазистационарных системах — вне зависимости от типа ловушки и характера источника нагрева — режима сильной турбулентности следует избегать, поскольку он отличается неблагоприятной специфической нагрева. Действительно, как видно из вышеизложенного,

наиболее характерно для этого случая вложение энергии в малую группу энергичных частиц, что открывает новые каналы потерь и паразитных эффектов. Но не всегда можно исключить режим сильной турбулентности; в случае лазерного УТС при больших энергозкладах это, по-видимому, вообще невозможно. Применительно к данной ситуации перед теорией стоит задача отбора решаемых моделей, адекватных реальной экспериментальной физике. Большую, а может быть, главную роль в этом должны сыграть численное моделирование и модельные физические эксперименты. Это позволит получить оценки коэффициентов переноса, законы подобия, а также ряд более тонких параметров, которые могут быть использованы в численном расчете процесса нагрева и динамики термоядерной плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ведынов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З. «Ядерный синтез», 1961, 1, 82
2. *Drummond W., Pines D.* «Nucl. Fusion Suppl.», 1962, p. 3, 1049
3. Кадомцев Б. Б., Петвиашвили В. И. «ЖЭТФ», 1962, 43, 2234
4. Ведынов А. А., Рютов Д. Д. «Вопросы теории плазмы», 1972, вып 6, с. 3
5. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. «Вопросы теории плазмы», 1973, вып. 7, т. 3
6. Цытович В. Н. Теория турбулентной плазмы. М.: Атомиздат, 1971
7. Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М.: Наука, 1973
8. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976
9. Завойский Е. К., Рудаков Л. И. «Атомная энергия», 1967, 23, 417
10. Алиханов С. Г., Алиновский Н. И. и др. Труды 3-й Межд. конф. по физике плазмы и УТС. Новосибирск, 1968, доклад CN-24A-1
11. Файнберг Я. Б. «Атомная энергия», 1961, 11, 313
12. Ковальский Н. Г. ИНТ ВИНТИ, «Физика плазмы», 1980, т. 1, ч. 1, с. 166
13. Прохоров А. М., Анисимов С. И., Пашинин П. П. «УФН», 1976, 119, 401
14. Рютов Д. Д. «УФН», 1975, 116, 341
15. Рудаков Л. И. «ЖЭТФ», 1970, 59, 2091
16. Горев В. В., Кингсен А. С., Рудаков Л. И. «Изв. вузов. Радиофизика», 1976, 19, 691
17. Петвиашвили В. И. «Вопросы теории плазмы», 1979, вып. 9, с. 59
18. Литвак А. Г. «Вопросы теории плазмы», 1980, вып. 10, с. 164
19. *Rudakov L. I., Tsytoich V. N.* «Physics Reports», 1978, 40, № 1
20. *Trornhill S. G., ter Haar D.* «Physics Reports», 1978, 40, № 2
21. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973
22. Ведынов А. А., Рудаков Л. И. «Д. АН СССР», 1964, 159, 767
23. *Vedenov A. A., Gordeev A. V., Rudakov L. I.* «Plasma Physics», 1967, 9, 719
24. Брейzman Б. Н., Малкин В. М. «ЖЭТФ», 1980, 79, 857. Препринт № 66 ИЯФ СО АН СССР, 1981
25. Захаров В. Е. «ЖЭТФ», 1972, 62, 1745
26. *Dupree T. H.* «Phys. Fluids», 1966, 9, 1773
27. *Nishikawa K.* «J. Phys. Soc. Japan», 1968, 24, 1152
28. Хакимов Ф. Х., Цытович В. Н. «ЖЭТФ», 1973, 64, 1261
29. Цытович В. Н. В сб. «Проблемы теории плазмы», Киев, «Наукова думка», 1976, с. 211
30. Хакимов Ф. Х., Цытович В. Н. «ЖЭТФ», 1976, 70, 1785

31. Рудаков Л. И. «ДАН СССР», 1972, 207, 821
32. Захаров В. Е., Шабат А. Б. «ЖЭТФ», 1971, 61, 118
33. Kingsep A. S., Rudakov L. I., Sudan R. N. «Phys. Rev. Lett.», 1973, 31, 1482
34. Яньков В. В. «Письма в ЖЭТФ», 1979, 29, 179
35. Дегтярев Л. М., Маханьков В. Г., Рудаков Л. И. «ЖЭТФ», 1974, 67, 533
36. Чукбар К. В., Яньков В. В. «Физика плазмы», 1977, 3, 1398
37. Kingsep A. S., Rudakov L. I. ICTP report IC/73/121. Miramare — Trieste, 1973
38. Горев В. В., Захаров С. В. «Физика плазмы», 1979, 5, 796
39. De Groot J. S., Katz J. I. «Phys. Fluids», 1973, 16, 401
40. Krueer W., Estabrook, Thompson J. LLL report, 1973, UCRL — 74947
41. Sudan R. N. Proc. of VI Europ. Plasma Phys. Conf., 1973, v. 2, 184
42. Литвак А. Г., Трахтенгерц В. Ю., Федосеева Т. М., Фрайман Г. М. «Письма в ЖЭТФ», 1974, 20, 544
43. Кузнецов Е. А. «ДАН СССР», 1977, 236, 575
44. Pereira N. R., Sudan R. N., Denavit J. «Phys. Fluids», 1977, 20, 271
45. Курин В. В., Фрайман Г. М. «Физика плазмы», 1981, 7, 716
46. Курин В. В., Фрайман Г. М. «Физика плазмы», 1981, 7, 1121
47. Панченко И. П., Любарский М. Г., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. «Письма в ЖТФ», 1976», 2, 390
48. Сизов Ю. С., Ходырев Ю. В. «ДАН СССР», 1976, 229, 833
49. Moraes G. J., Lee Y. C. «Phys. Fluids», 1976, v 19, 690
50. Галеев А. А., Сагдеев Р. З., Сизов Ю. С., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. «Физика плазмы», 1975, 1, 10
51. Чукбар К. В., Яньков В. В. «Физика плазмы», 1981, 7, 653
52. Дегтярев Л. М., Соловьев Г. И., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. «Письма в ЖЭТФ», 1979, 29, 543
53. Яньков В. В. Всесоюзная конференция по взаимодействию электромагнитных волн с плазмой. Тезисы докладов. Душанбе, 1979, с. 53
54. Крылов С. Ф., Яньков В. В. «ЖЭТФ», 1980, 79, 82
55. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979, § 99
56. Галеев А. А., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. «ЖЭТФ», 1977, 72, 507
57. Иванов А. А., Сизов Ю. С., Ходырев Ю. В. «ДАН СССР», 1973, 214, 1291
58. Горев В. В., Кингсен А. С. «ЖЭТФ», 1974, 66, 2048
59. Рудаков Л. И. «Письма в ЖЭТФ», 1973, 3, 270
60. Яньков В. В. «Физика плазмы», 1977, 3, 710
61. Стикс Т. Теория плазменных волн. М., Атомиздат, 1965
62. Горев В. В., Кингсен А. С. «Физика плазмы», 1975, 1, 601
63. Веряев А. А., Цытович В. Н. «Изв. вузов. Радиофизика», 1977, 20, 1639
64. Кингсен А. С. «ЖЭТФ», 1978, 74, 99
65. Дегтярев Л. М., Захаров В. Е., Рудаков Л. И. «ЖЭТФ», 1975, 68, 115
66. Горбушина Т. А., Дегтярев Л. М., Захаров В. Е., Равинская В. Н. Препринт ИПМ АН СССР, 1975, № 128
67. Дегтярев Л. М., Захаров В. Е., Рудаков Л. И. «Физика плазмы», 1976, 2, 438
68. Полудов А. Н., Сагдеев Р. З., Сизов Ю. С. Препринт ИПМ АН СССР, 1974, № 128
69. Ivanisimov S. I., Berezouskii M. A., Ivanov M. F., Petrov I. V., Rubenchick A. M., Zakharov V. E. Preprint of the Inst. of Automatization and Electrometry, Novosibirsk, 1981, № 167
70. Захаров В. Е., Рубенчик А. М. «ЖЭТФ», 1973, 65, 997
71. Литвак А. Г., Фрайман Г. М., Юнаковский А. Д. «Письма в ЖЭТФ», 1974, 19, 23
72. Кузнецов Е. А. «ЖЭТФ», 1974, 66, 2037
73. Захаров В. Е. «Письма в ЖЭТФ», 1975, 21, 479

74. Сотников В. И., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. «Физика плазмы», 1977, 3, 872
75. Горев В. В., Рудаков Л. И. «Письма в ЖЭТФ», 1975, 21, 632
76. Рютов Д. Д. В сб. «Проблемы теории плазмы», Киев, «Наукова думка», 1976, с. 168
77. Nishikawa K., Ryutov D. D. «J. Phys. Soc. Japan», 1976, 41, 1757
78. Захаров В. Е. Тезисы докладов на I Всесоюзном семинаре по параметрической турбулентности. Москва, 1977
79. Галеев А. А., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. «ЖЭТФ», 1977, 73, 1352
80. Кингсеп А. С., Яньков В. В. «Физика плазмы», 1975, 1, 722
81. Горев В. В., Кингсеп А. С., Яньков В. В. «ЖЭТФ», 1976, 70, 921
82. Кингсеп А. С., Чукбар К. В., Яньков В. В. «Физика плазмы», 1978, 4, 1312
83. Галеев А. А., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. «Письма в ЖЭТФ», 1976, 24, 25
84. Завойский Е. К., Кингсеп А. С., Рютов В. Д., Скорюпин В. А. «ЖЭТФ», 1971, 60, 1320
85. Голованов Ю. П., Елагин Н. И., Закатов Л. П., Кингсеп А. С., Плахов А. Г. «Физика плазмы», 1978, 4, 1274
86. Рудаков Л. И., Цытович В. Н. «ЖЭТФ», 1978, 75, 1618
87. Кингсеп А. С., Чукбар К. В. «Физика плазмы», 1981, 7, 408
88. Красносельских В. В., Сотников В. И. «Физика плазмы», 1977, 3, 872
89. Липатов А. С. «Письма в ЖЭТФ», 1977, 26, 516
90. Яньков В. В. Кандидатская диссертация. МФТИ, 1976
91. Яньков В. В. «Физика плазмы», 1982, 8, 68
92. Антипов С. В., Незлин М. В., Снежкин Е. Н., Трубников А. С. «ЖЭТФ», 1978, 74, 965
93. Антипов С. В., Незлин М. В., Снежкин Е. Н., Трубников А. С. «ЖЭТФ», 1979, 76, 1571
94. Ikezi H., Nishikawa K., Mima K. «J. Phys. Soc. Japan», 1974, 37, 766
95. Громов С. Н., Пасечник Л. Л., Семенов В. Ф. «Письма в ЖЭТФ», 1976, 23, 509
96. Антипов С. В., Незлин М. В., Снежкин Е. Н., Трубников А. С. «Письма в ЖЭТФ», 1976, 23, 613
97. Burtasov V. S., Khilchenko A. D. et al. Proc. of 10th Europ. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Phys. Moscow, 1981, с-2
98. Wong A. Y., Quon V. H. «Phys. Rev. Lett.», 1975, 34, 1499
99. Сб. «Взаимодействие мощного лазерного излучения с плазмой», «Радиотехника», ВИНТИ, 1978, т. 17. Под ред. Н. Г. Басова, стр. 286
100. Горохов А. А., Дятлов В. Д., Медведев Р. Н., Стариков А. Д., Тузов В. Г. «Письма ЖЭТФ», 1975, 21, III
101. Петвиашвили В. И., Перепелкин Н. Ф., Супруненко В. А., Васильев М. П., Кулага А. Е. «ЖЭТФ», 1980, 79, 828
102. Beugston R. D. et al. «Phys. Fluids», 1975, 18, 710.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	113
2. Глобальные черты магнитосферы	115
2.1. Авроральный овал	115
2.2. Общее строение магнитосферы	121
2.3. Детальная структура магнитосферы — границы между областями	126
2.4. Основной тип конвекции	131
3. Стационарная магнитосфера и параметры солнечного ветра	134
3.1. Солнечный ветер и классические модели конвекции	134
3.2. Мнемонический ключ к динамике магнитосферы	136
3.3. Другие подходы к проблеме	141
3.4. Физика обтекания магнитосферы	142
4. Возмущенность магнитосферы. Бури и суббури	145
4.1. Уровни магнитной возмущенности	145
4.2. Макроскопические характеристики суббурь и бурь	148
4.2.1. Суббуря	148
4.2.2. Буря	151
4.3. Магнитосферные частицы разных энергий и их инжекция	154
4.4. Конвекция в заданных электрическом и магнитном полях. Трассирование частиц	160
5. Эффекты ионосферной проводимости. Параллельные токи и дуги полярных сияний	163
5.1. Устойчивость магнитосферных процессов	164
5.2. Глобальная система параллельных токов	165
5.3. Дуги полярных сияний	168
6. Тенденции в теоретическом изучении глобальной динамики магнитосферы	170
7. Колебания в магнитосфере	182
8. Заключение	186
Приложение 1	188
Приложение 2	189
Литература	189

1. ВВЕДЕНИЕ

Вокруг Земли имеется область, физические процессы в которой протекают под влиянием геомагнитного поля. В 1959 г. космофизик Т. Голд назвал ее *магнитосферой* [1]. Тогда магнитосферу представляли себе в виде дипольной магнитной ловушки, которая удерживает заряженные частицы радиационных поясов Земли.

Позже представления изменились. Частицы радиационных поясов оказались малой горячей примесью к более плотной и холодной плазме, заполняющей околоземное пространство. Эта

плазма ведет себя более активно и сложно, чем частицы радиационных поясов, и, кроме того, состояние радиационных поясов определяется ее поведением. На нее постепенно сместилось основное внимание исследователей. В начале 60-х годов стало ясно, что Земля постоянно находится в плазменном потоке, идущем от Солнца — *солнечном ветре*. Магнитное поле Земли представляет собой препятствие на пути этой плазмы, и она обтекает его. Земную магнитосферу стали рассматривать как полость в потоке солнечного ветра. Оказалось, что магнитные силовые линии, которые пересекают поверхность Земли вблизи ее полюсов, далеко вытянуты вниз по потоку и образуют так называемый *хвост магнитосферы* (рис. 1). Центральным стал вопрос о взаимодействии солнечного ветра и магнитосферной плазмы.

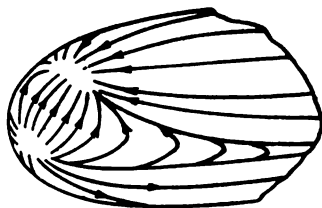


Рис. 1. Общий вид магнитосферы (схема)

Литература, отражающая развитие космофизики за четверть века ее существования, огромна и разнородна: от отрывочных сообщений первооткрывателей и анализа по косвенным данным до материалов систематических комплексных исследований.

Цель настоящей работы — описать сжато, но по возможности полно, магнитосферу как физическую систему. Поэтому автор не претендует на то, чтобы осветить все существующие точки зрения, и почти не затрагивает историю вопроса, рассматривая главным образом те работы, где яснее выступает физическая суть явлений. Соответственно не полон список литературы. В ряде случаев ссылки даются не на первоисточники, а на подходящие монографии или обзоры. Как правило, используются более поздние экспериментальные результаты, а из теоретических циклов упоминаются лишь первые (содержащие исходные посылки) и последние их статьи. Тем не менее, пользуясь приведенной библиографией, читатель сможет сам поднять литературу по интересующему его вопросу.

Часы, проставленные в качестве значений азимутальной координаты на многих рисунках, означают магнитное местное

время MLT. Записи 12.30 и 12,5 соответствуют 12 ч. 30 м. Используется также мировое время UT и местное (солнечное) время LT.

2. ГЛОБАЛЬНЫЕ ЧЕРТЫ МАГНИТОСФЕРЫ

Космический аппарат, летящий в околоземном пространстве, по существу представляет собой «микроприбор», дающий информацию о состоянии космоса в той точке, где он находится, в то время, когда он там находится. Космос же очень переменчив, и вопрос о том, какие характеристики явления — временные или пространственные — измеряются с борта корабля, является постоянной темой научных дискуссий. Поэтому есть необходимость в информации о «макроскопическом» состоянии космоса. Такого рода информации дают наземные наблюдения.

Изменения состояния космоса во времени характеризуют различными *индексами активности*, отражающими возмущенность измеряемых на Земле величин (о них речь пойдет дальше). Важнейшей характеристикой пространственной структуры магнитосферы являются размеры *аврорального овала* [2, 3] — овала полярных сияний*.

2.1. Авроральный овал

Известно, что вторжение в атмосферу энергичных частиц из космоса вызывает полярные сияния. Из легко наблюдаемых глазом *дискретных форм* сияний особенно заметны четко очерченные *дуги*, которые при ширине до нескольких десятков км тянутся иногда на тысячи км и могут часами неподвижно висеть в воздухе (на высоте 100—150 км). В начале 60-х годов после работ О. В. Хорошевой [4] стало ясно, что в один и тот же момент времени наблюдаемые сияния (т. е. в первую очередь — дуги) располагаются единой полосой, которая в виде кольца опоясывает геомагнитный полюс. Я. И. Фельдштейн [5] на основе статистических исследований показал, что сияния чаще всего случаются в области, изображенной на рис. 2, которая получила название *аврорального овала*. Позже этот термин стали относить как к мгновенной, так и к усредненной картине, включая в рассмотрение всё разнообразие форм — как дуги, так и более размытые *диффузные формы* вплоть до общего фонового свечения неба (впрочем, о последнем говорят и как о свечении в субавроральной области, поскольку оно в основ-

* Древние римляне называли полярные сияния именем Авроры — богини утренней зари. Сияния на средних и низких широтах обыкновенно имеют красноватый или розовый цвет, видимо, с ним и связано их древнее название. Оно вошло в некоторые европейские языки и в качестве термина «авроральный» (вместо громоздкого «полярносиянный») появилось и в русском языке.

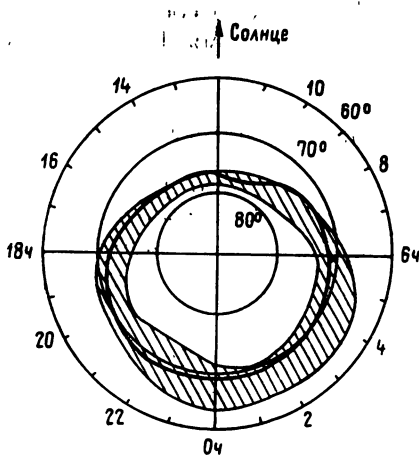
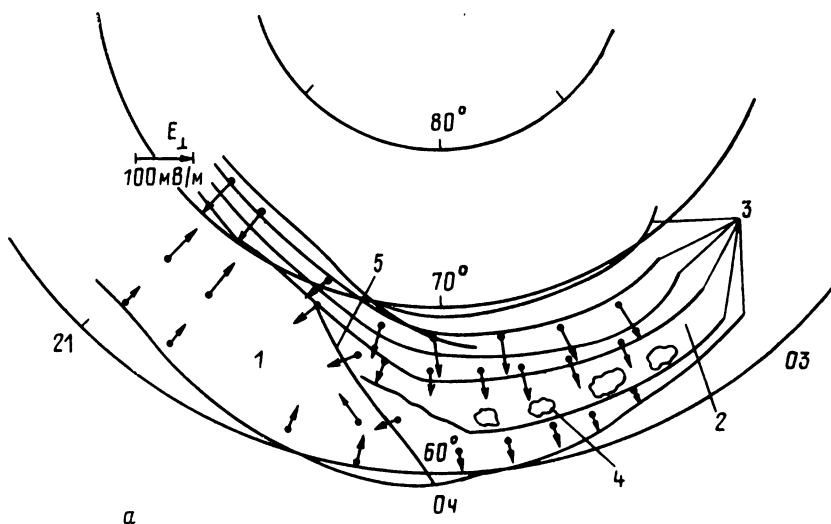


Рис. 2. Типичная конфигурация аврорального овала по [5] (заштрихованная область); жирная линия — внешняя граница области захвата энергичных частиц

ном смещено к экватору по отношению к далеко вытянутым дугам). Здесь, если не оговорено противное, мы будем использовать понятие аврорального овала в его широком значении.

Заметим, что световой поток от дискретных форм полярных сияний составляет лишь небольшую часть от полного потока со всего неба, который создается сияниями. Однако современный «оптический портрет» явлений в околоземном пространстве создан в терминах дискретных сияний, поскольку они более четко выражены и легче регистрируются, чем диффузные фоновые, которые в настоящее время лишь начинают изучаться систематически. Взаимное расположение видимых форм дискретных и диффузных сияний показано на рис. 3 (деталь — изгиб дуг на рис. 3б — характерна для начала магнитного возмущения и обсуждается в п. 4.2.1, при обычных условиях ее нет). Типичными дискретными формами сияний в вечернем секторе являются *спокойные дуги*, в утреннем — пятна, около полуночи — *активные* (изменяемые) лучистые полосы (полоса — обобщение понятия дуги; она обычно не имеет правильной дугообразной формы и изгибается в виде буквы S или спиралей [3]). Утренняя сторона овала заметно турбулентнее вечерней [2]. Дуги часто бывают «вделаны» в диффузные сияния [6—8].

Дискретные формы хорошо прослеживаются на изображениях сияний, полученных путем фотографирования или сканирования радиолучом со спутников. Ясно видно кольцо спокойных дуг на рис. 4. Иногда выявляется интересная деталь — сияния внутри области, которую оно охватывает, — в так называемой *полярной шапке*. Они значительно слабее сияний в авроральном овале. Из наземных данных о них сложилось впечат-



a

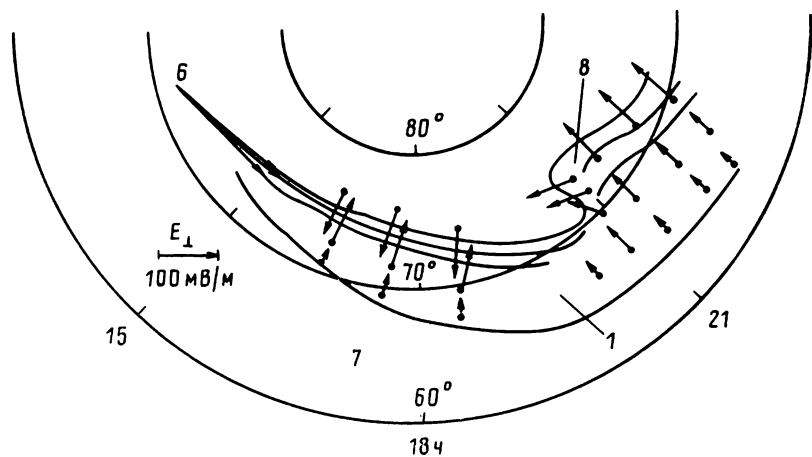


Рис. 3. Схема глобального электрического поля E_{\perp} (стрелки), расположения видимых форм полярных сияний и распределения интегральных (проинтегрированных по вертикали в пределах ионосферы) проводимостей (в См) Холла Σ_H и Педерссена Σ_P [7]:

a — полярный сектор, *б* — послеполуденно-вечерний сектор. 1 — диффузные сияния, $\Sigma_P \sim 8-12$, $\Sigma_H \sim 16-24$; 2 — диффузные либо активные сияния, $\Sigma_P \sim 8-15$, $\Sigma_H \sim 16-30$; 3 — дискретные дуги, $\Sigma_P \sim 15-20$, $\Sigma_H \sim 40-60$; 4 — дрейфующие к востоку пятна; 5 — разрыв Харанга; 6 — дискретные дуги и обращение E_{\perp} , $\Sigma_P \sim 15-20$, $\Sigma_H \sim 40-66$; 7 — область вне овала — в зимнее время $\Sigma_P \sim 1-2$, $\Sigma_H \sim 3-5$; 8 — перемещающийся к западу изгиб

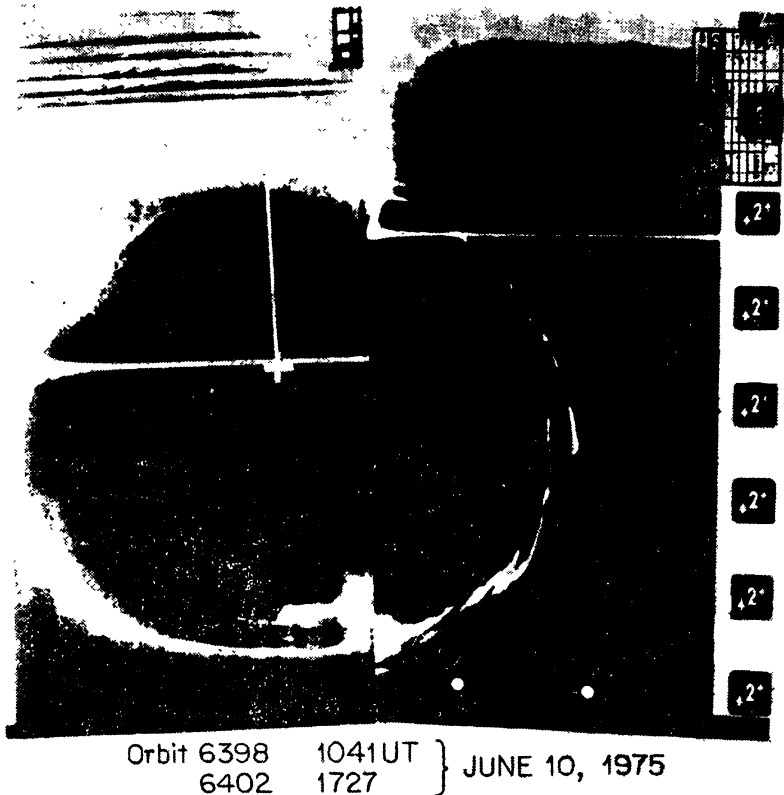


Рис. 4. Авроральный овал при спокойных условиях [9]. Монтаж двух фотографий, снятых при двух последовательных прохождениях спутника. Крестом отмечен южный магнитный полюс, вертикальной линией — магнитный полуденный меридиан

ление как о пятнах или дугах, вытянутых обычно в направлении полдень — полночь [10]. Рис. 5 представляет мгновенный вид аврорального овала в условиях магнитной возмущенности.

Свечение как в дискретных, так и в диффузных формах сияний вызывается в основном электронами, которые, «высыпаясь» из магнитосферы, бомбардируют атмосферу. (По некоторым данным [11, 12], в диффузных сияниях вечернего сектора большая часть свечения обусловлена высыпанием протонов, тогда как ближе к утру — электронов). Высыпания, ответственные за диффузные сияния, довольно однородно распределены в пространстве. В эти высыпания вкраплены узкие полоски увеличенного потока частиц, соответствующие дугам [8].

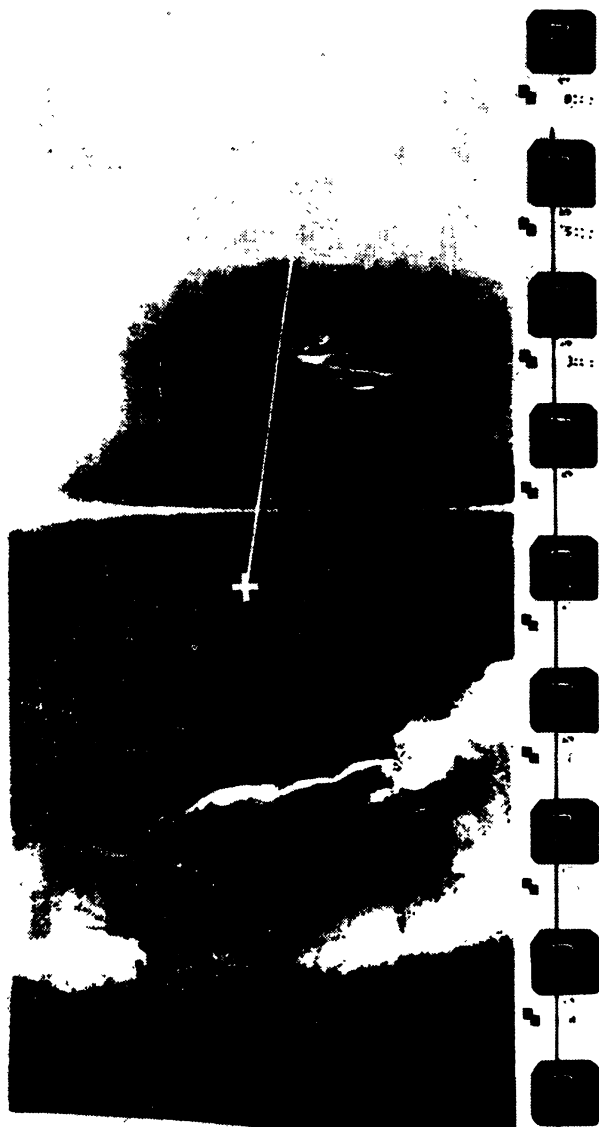


Рис. 5. Авроральный овал — снимок со спутника [9]. Видно схождение дневных авроральных дуг к полярной границе овала. В ночном секторе идет развитие сильной суббури. Метки — как на рис. 4

Авроральный овал хорошо выделяется по данным радарного зондирования *ионосферы* — верхней части атмосферы, где концентрация заряженных частиц достаточно велика, чтобы заметно влиять на распространение радиоволн. Вертикальные профили электронной концентрации в овале, где высыпания усилены, имеют характерный вид, показанный на рис. 6а. Для сравнения заметим, что в прилегающей к авроральному овалу области *главного ионосферного провала* (которая находится в вечернем секторе несколько экваториальнее овала), где ионизация в темное время суток минимальна и где электронная концентрация создается почти исключительно фотоионизацией ультрафиолетовым излучением Солнца, эти профили имеют качественно иной вид (см. рис. 6б; зимой и в межсезонье указанная область не освещена Солнцем). Фотоионизация обеспечивает максимальное значение электронной концентрации на высотах ≈ 300 км (в так называемом *слое F*). Пик, обусловленный авроральными высыпаниями, приходится на высоты ≈ 100 км (*слой E*). Третий профиль, изображенный на рис. 6а, соответствует случаю, когда фотоионизация и высыпание авроральных

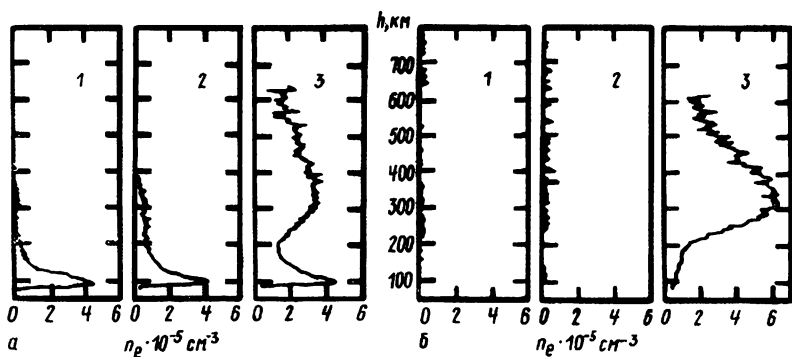


Рис. 6. Типичные профили распределения электронной концентрации n_e по высоте h [13] (1 — для зимы, 2 — для межсезонья, 3 — для лета):
а — в авроральном овале, б — в области главного ионосферного провала

частиц действуют одновременно. Заметим, что если оба этих ионизирующих фактора отсутствуют, концентрация электронов достигает заметных значений лишь на очень больших высотах. Вообще концентрации электронов и нейтралов уравниваются на высотах >1000 км [14, 15].

Авроральный овал «привязан» к геомагнитному полюсу и сориентирован по Солнцу. Из-за суточного вращения Земли он смещается относительно точек земной поверхности [2].

В зависимости от космической обстановки авроральный овал то стягивается к геомагнитному полюсу, то растягивается, сползая в более низкие широты. Низкоширотная граница овала на

дневной стороне при этом смещается к экватору сильнее, и овал симметризуется относительно геомагнитного полюса. В среднем его центральная линия находится на геомагнитной широте 77° на полуденном меридиане, где он имеет толщину 5° , и на широте 68° на полуночном, где толщина его 15° . Эти цифры, впрочем, приблизительны: как мы видели, размеры овала зависят от того, по каким формам сияний он определяется и какой чувствительности приборы при этом используются.

Установлено, что авроральный овал соответствует области перехода между магнитными силовыми линиями, сильно вытянутыми в хвост, и более внутренними квазидипольными линиями. Чем больше размер полярной шапки (т. е. чем больше растянут овал), тем сильнее искажено солнечным ветром магнитное поле внутренних токов нашей планеты. Поэтому размер овала (и полярной шапки) представляет собой важнейшую макроскопическую характеристику магнитосферы.

2.2. Общее строение магнитосферы

По плотности* плазмы n и характерной энергии ее частиц \mathcal{E} всю магнитосферу можно разделить на три большие области (рис. 7).

1. *Плазмаосфера* — область квазидипольного магнитного поля с силовыми линиями, пересекающими поверхность Земли в низких и средних широтах. Это область самой плотной и холодной ($\mathcal{E} \leq 1$ эВ) плазмы во всей магнитосфере. Считают, что плазмаосфера заполняется диффундирующими вверх частицами ионосферы и поэтому ее рассматривают как непосредственное продолжение ионосферы [16, 17].

Если характеризовать силовую линию квазидипольного магнитного поля параметром L — максимальным расстоянием (в единицах земного радиуса r_E), на которое эта линия удалена от центра Земли — то плотность плазмы как функция параметра L сначала медленно убывает от ионосферных значений, а затем, достигнув величины $n \sim 100$ см $^{-3}$, резко спадает, фиксируя поверхность плазмаосферы — *плазмапаузу*.

2. Снаружи к плазмапаузе примыкает *авроральная магнитосфера* (характерный вид ее силовых линий показан на рис. 7б). В ней обычно $n \sim 1$ см $^{-3}$, энергия электронов $\mathcal{E}_e \sim 1$ кэВ, протоны несколько горячее (например, $\mathcal{E}_p \sim 6$ кэВ) [18, 19]. Авроральная магнитосфера проектируется по силовым линиям в область аврорального овала.

3. Полярная магнитосфера, заполненная силовыми линия-

* Под плотностью здесь везде понимается концентрация ионов (которая собственно и измеряется космическими аппаратами). Плазма магнитосферы в основном водородная, но бывают ситуации, когда примесь других веществ становится заметной [20].

ми полярной шапки. В деталях эта область еще не исследована, при обычных условиях в ней $n \leq 10^{-2} \text{ см}^{-3}$ [16].

Как видно из сказанного, хвост магнитосферы состоит из периферийных частей — двух «прядей» (lobes) силовых линий полярной магнитосферы — и прослойки между ними — внутрен-

ней части, заполненной силовыми линиями авроральной магнитосферы (см. рис. 7а и 8). Поскольку плотность плазмы в прослойке намного больше, чем в соседних полярных прядях, эта часть авроральной магнитосферы получила название *плазменного слоя* или *плазмослоя*. Типичные значения параметров в плазмослое на расстоянии Луны ($60 r_E$): $n \sim 0,1 \text{ см}^{-3}$, $\mathcal{E}_e \sim 0,2 \text{ кэВ}$, $\mathcal{E}_p \sim 2,5 \text{ кэВ}$, давление плазмы $\sim 4,3 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ (см. [19]).

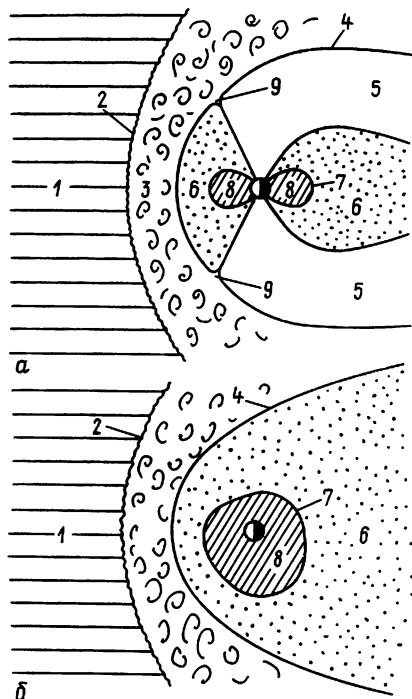


Рис. 7. Основные области околоземного пространства (схема):

а — сечение плоскостью полуденно-полуночного меридиана, б — сечение экваториальной плоскостью; 1 — солнечный ветер, 2 — фронт ударной волны, 3 — переходный слой, 4 — магнитопауза, 5 — полярные пряди, 6 — авроральная магнитосфера, 7 — плазмослой, 8 — плазмосфера, 9 — (дневные) капсы

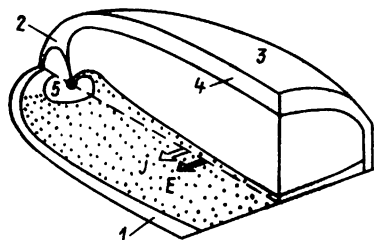


Рис. 8. Разрез магнитосферы (схема) [21]:

1 — пограничный слой, 2 — входной слой, 3 — магнитопауза, 4 — плазменная мантия, 5 — внутренний слой Альфвена, j — ток в нейтральном слое, E — крупномасштабное электрическое поле, направленное с утра на вечер

За пределами наружной границы магнитосферы (*магнитопаузы*) находится более плотная плазма солнечного ветра. Приведем ее параметры [22—25]. В набегающем потоке концентрация электронно-протонных пар $n \sim 8 \text{ см}^{-3}$. Тепловое давление более чем на порядок меньше динамического. Скорость солнечного ветра на орбите Земли составляет обычно 400—500 км/с, что превышает местную скорость звука (см. также п. 3.4). При обтекании препятствия — Земли с ее магнитным полем — формируется стоячая ударная волна, за фронтом ко-

торой плазма солнечного ветра уплотнена, нагрета и турбулизована. Между фронтом и магнитопаузой — в так называемом *переходном слое* (magnetosheath) $n \approx 10 \div 30 \text{ см}^{-3}$, $\mathcal{E}_p \approx 0,1 - 0,2 \text{ кэВ}$, $\mathcal{E}_e \approx 30 - 60 \text{ эВ}$.

Геометрические параметры магнитосферы [3, 16, 26, 27] приведены ниже (все расстояния даны в радиусах Земли):

Расстояние от центра Земли:	
до подсолнечной точки магнитопаузы	10 (бывает от 6 до 15)
до подсолнечной точки ударного фронта	14 (бывает от 10 до 20)
до магнитопаузы на утреннем и вечернем меридианах	16
Длина хвоста	по меньшей мере несколько тысяч
Толщина хвоста:	
в северо-южном направлении	40
в западно-восточном направлении	50
Толщина плазмослоя:	
на полуночном меридиане	≤ 6
на боках магнитосферы	≤ 12

Форма плазмопаузы для спокойных условий дана согласно [28] на рис. 9, при магнитных возмущениях плазмосфера сокращается в размерах и становится симметричнее (сходит на нет вечерняя *выпуклость*). Изолинии магнитного поля представлены на рис. 10.

Посмотрим, какие черты строения магнитосферы можно вывести из простых физических соображений, а какие — нет. Понятно, что набегающий поток солнечной плазмы должен деформировать магнитосферу. Существование же длинного хвоста (он прослеживается даже на расстояниях в несколько тысяч r_E от Земли [26]) — наблюдательный факт. Поскольку в хвосте имеются пряди силовых линий противоположных направлений, между ними должна быть граница раздела (*нейтральный слой* с током — обычная идеализация в теоретических работах). Вблизи этой границы, там, где напряженность магнитного поля понижена, давление плазмы должно быть повышенным. Иными словами, должен существовать плазмослой.

Как мы видели, если исключить приземную область — плазмосферу, плотность плазмы в магнитосфере заметно меньше, чем в солнечном ветре. Магнитосфера оказывается таким об-

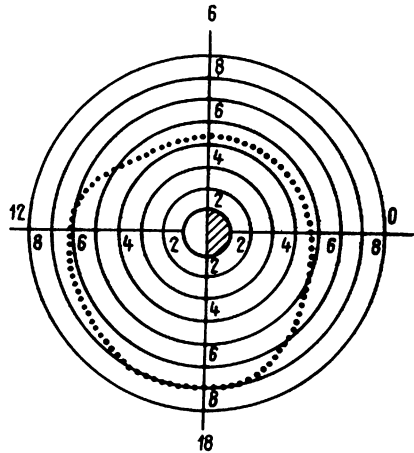


Рис. 9. Плазмопауза в магнитоспокойное время (пунктир) [28]

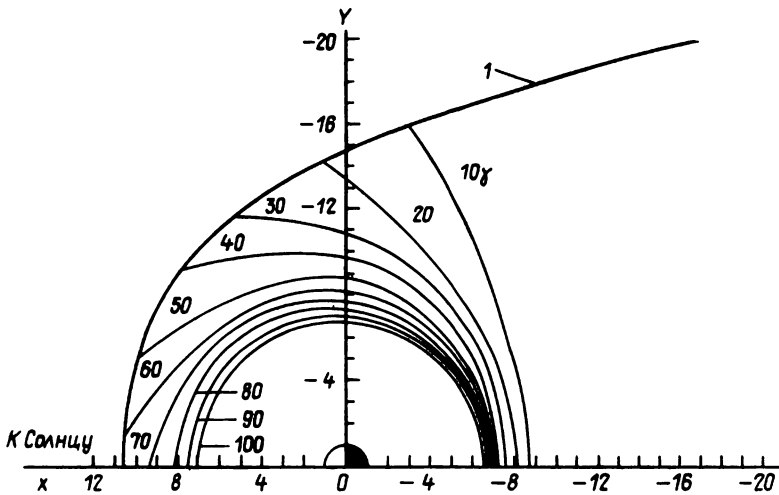


Рис. 10. Изолинии напряженности магнитного поля в плоскости геомагнитного экватора [29]

разом «полостью» в потоке солнечного ветра, «заполненной» магнитным полем. Поэтому в теоретических работах часто используется идеализированная модель: бесконечно проводящая [24] плазма обтекает область сильного магнитного поля, где плазмы нет [25].

Состояние плазмослоя зависит от режима обтекания: так, наблюдения на $18 r_E$ показали, что давление плазмы в плазмослое составляет 15—20% от динамического давления солнечного ветра, причем даже вблизи центра плазмослоя давление с точностью до минут следует за изменениями динамического давления солнечного ветра и примерно пропорционально величине этих изменений [30].

Сделаем в заключение параграфа терминологическое замечание. При анализе спутниковых данных частицы обычно идентифицируются по энергиям. Соответственно говорят о пространственных границах той или другой популяции частиц. Так, используют понятие *внутренней кромки (края)* плазмослоя. С ночной стороны магнитосферы снаружи от плазмопаузы — во внутренней пограничной области авроральной магнитосферы — средняя энергия электронов уменьшается по мере приближения к Земле. Кромку плазмослоя определяют либо по спаду средней энергии [31] электронов, либо по уменьшению потоков электронов с $\mathcal{E}_e > \mathcal{E}_0$ или $\mathcal{E}_e = \mathcal{E}_0$ (где \mathcal{E}_0 — некоторое фиксированное значение энергии) [32]. С уменьшением \mathcal{E}_0 эта граница для электронов плазмослоя приближается к Земле (это видно, например, из рис. 11) и при $\mathcal{E}_0 \geq 10$ эВ, можно считать, совпадает с плазмопаузой [33]. Взаимное расположение плазмо-

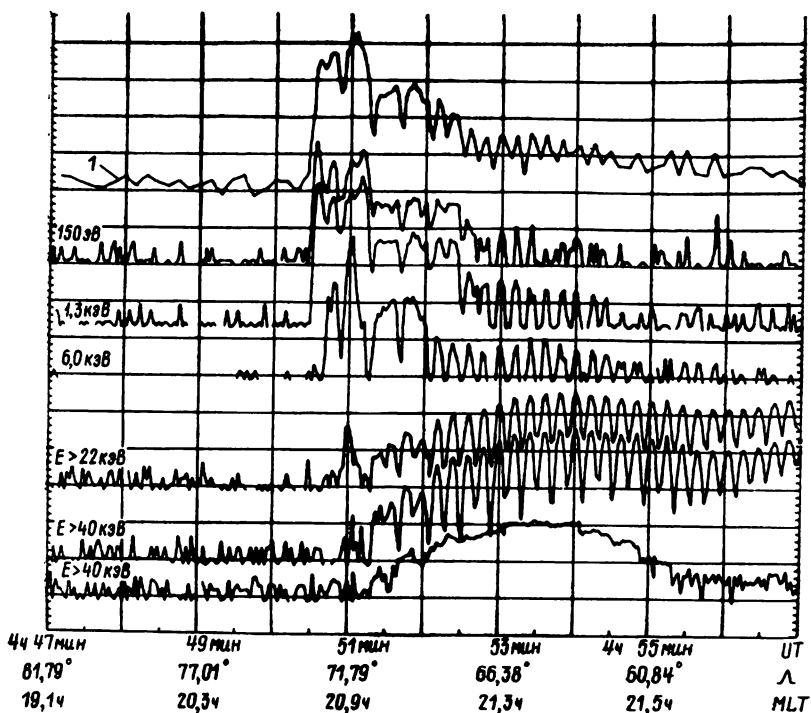


Рис. 11. Данные пролета маловысотного спутника над полярным районом от полюса к экватору. Представлены (в соответствующих единицах) профили полного потока энергии (1) и интенсивности потоков частиц разных энергий. Нижняя кривая — интенсивность в направлении оси вращения спутника, остальные — в перпендикулярном направлении (поэтому на них в области захвата видна модуляция интенсивности, связанная с вращением спутника)

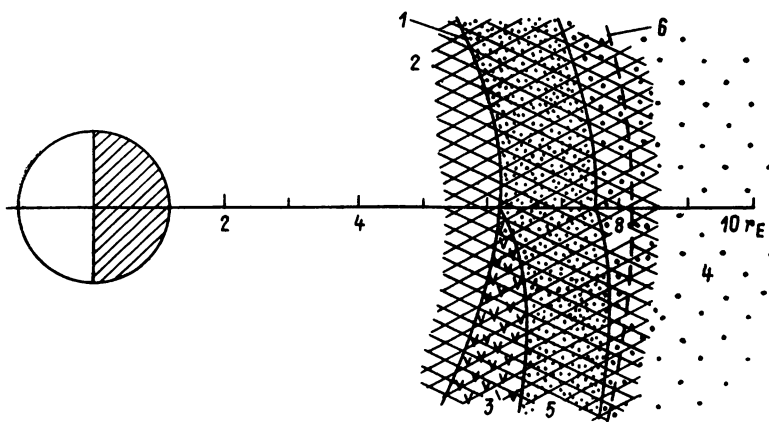


Рис. 12. Структура приземной части плазматосля в ночном секторе магнитосферы в плоскости магнитного экватора в магнитоспокойные периоды [34]: 1 — плазмапауза, 2 — плазматосфера, 3 — главный ионосферный провал, 4 — плазматосля, 5 — внутренняя кромка плазматосля, 6 — граница захвата; сетчатой штриховкой показана область кольцевого тока

паузы и внутренней кромки плазмослоя, определенной по ионам, в экваториальной плоскости видно на рис. 12: кромка плазмослоя прилегает к плазмопаузе в ночном секторе и отходит от нее в вечернем. Область между плазмопаузой и кромкой, согласно [34], проектируется по силовым линиям в главный ионосферный провал.

Таким образом, в современной космофизической литературе фактически используются два понятия плазмослоя: геометрическое (принятое, в частности, в настоящей статье) — как области раздела между полярными прядями в хвосте — и энергетическое — как области, занятой популяцией частиц с одним и тем же диапазоном характерных энергий. В последнем случае оно очень близко или совпадает (в зависимости от выбора \mathcal{E}_0) с употребляемым здесь определением авроральной магнитосферы. При необходимости будут делаться оговорки на этот счет.

2.3. Детальная структура магнитосферы — границы между областями

Пространственные границы между описанными областями магнитосферы, вообще говоря, не являются резкими. Рассмотрим это подробнее.

Для выяснения механизма воздействия солнечного ветра на плазму магнитосферы особенно важны исследования вблизи наружной границы магнитосферы — магнитопаузы. Эту границу можно приближенно считать магнитной поверхностью (см. рис. 8), поскольку на ней тангенциальная составляющая магнитного поля \mathbf{B} намного больше нормальной. Все же считают, что нормальная составляющая отлична от нуля, т. е. силовые линии уходят в солнечный ветер, обеспечивая «прямую связь» между плазмами магнитосферы и солнечного ветра. Подчеркивая это обстоятельство, магнитосферу схематически изображают, как на рис. 13. Впрочем, некоторые исследователи отрицают существование нормальной компоненты либо связывают ее с волнообразными возмущениями на поверхности магнито-

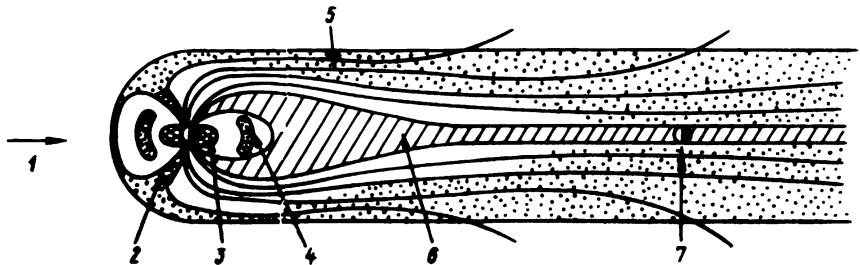


Рис. 13. Полуденно-полуночное сечение магнитосферы по [26]:

1 — солнечный ветер, 2 — касп, 3 — плазмосфера, 4 — радиационные пояса, 5 — плазменная мантия, 6 — плазмослой, 7 — Луна

паузы [35]. Заметим, что независимо от того, уходят силовые линии в солнечный ветер (*открыты*) или нет (*закрты*), вблизи Земли по форме их эти два случая неразличимы.

Магнитопауза довольно четко выделяется по спутниковым измерениям магнитного поля: она соответствует переходу от беспорядочного поля переходной области к полю с «магнитосферной» структурой. Плотность же и направленная от Солнца скорость плазмы спадают не так быстро. В результате с внутренней стороны магнитопаузы имеется промежуточная область, где плазма — как в переходном слое, а магнитное поле — как в магнитосфере. Эта область фигурирует в литературе под разными именами. Термины *плазменная мантия*, *высокоширотный пограничный слой*, *пограничный слой хвоста* относятся к ней, если наблюдения проводятся на высокоширотных силовых линиях [36]; *входной слой* — экваториальнее *каска* (района на дневной магнитопаузе, где разделяются квазидипольные и уходящие в хвост силовые линии — см. рис. 7а, 8); (низкоширотный) *пограничный слой* — ближе к экватору, чем входной слой [21, 33]. Наиболее распространенные названия приведены в подписи к рис. 8. Высказывалось предположение, что все это — единое образование, наблюдаемое в разных точках [37].

Позднейшие исследования [33] внесли ясность в этот вопрос. Пограничный слой прилегает к той области магнитопаузы, где скорость скользящего вдоль нее потока солнечной плазмы перпендикулярна геомагнитному полю (рис. 14). По-

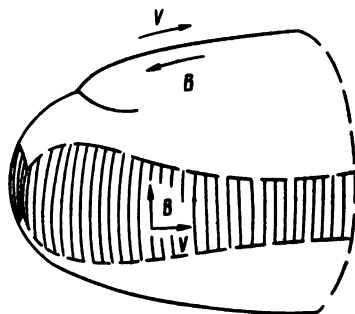


Рис. 14. Схематическое изображение магнитопаузы по [33]. Заштрихована область, где пограничный слой соприкасается с магнитопаузой

граничный слой имеет характерное распределение электронов по энергиям (рис. 15) — отличное от «холодного» распределения в переходном слое, входном слое, мантии и каске (с пиком на малых энергиях — рис. 15а) и от «горячего» распределения в плазмослое (с большой долей сравнительно энергичных электронов — рис. 15б). Поэтому в работе [33] электроны

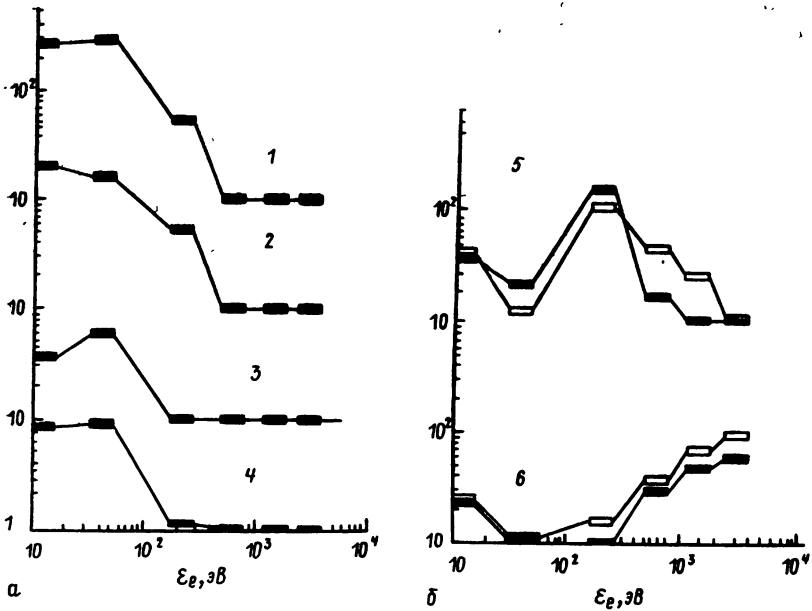


Рис. 15. Типичные спектры малоэнергичных электронов (по оси ординат — скорость счета в некоторых единицах) [33]:

а — спектры того типа, который характерен для переходного слоя: 1 — в переходном слое, 2 — во входном слое, 3 — в плазменной мантии, 4 — в каспе; б — спектры, характерные для пограничного слоя (5) и плазменного слоя (6) (светлыми прямоугольниками показаны данные для низких широт, темными — для высоких)

пограничного слоя названы «теплыми». Оказалось, что пограничный слой, прослеживаемый по этому признаку, отходит от магнитопаузы на расстоянии $\sim 6 r_E$ от плоскости геомагнитного экватора (рис. 14) и, приближаясь к Земле вдоль магнитных силовых линий, доходит до ионосферы. Пограничный слой и плазмослой в ионосферной проекции показаны на рис. 16.

На некоторых траекториях спутника плазменная мантия и пограничный слой наблюдались последовательно, отчетливо различаемые по энергетическим спектрам частиц. Мантия всегда оказывалась ближе к магнитопаузе, чем пограничный слой. Поэтому автор [33] делает вывод, что плазменную мантию нельзя рассматривать непосредственно как высокоширотное продолжение пограничного слоя. В п. 3.4 мы вернемся к этому вопросу.

Пограничный слой на дневной стороне имеет толщину $\leq 1 r_E$, на боках хвоста — $(1 \div 2) r_E$ [33]; толщина плазменной мантии может достигать нескольких r_E [36], параметры плазмы в ней хорошо коррелируют с обстановкой в переходном слое.

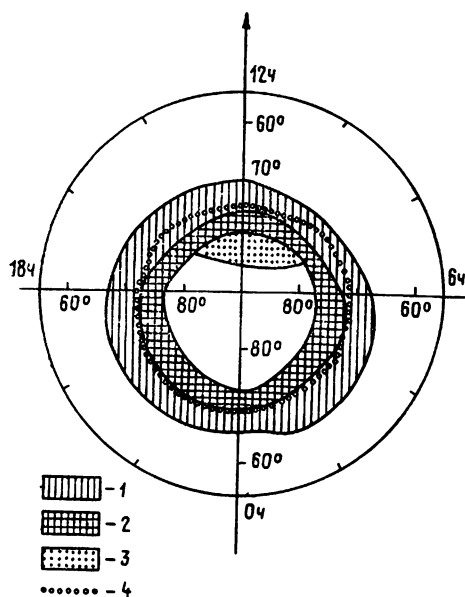


Рис. 16. Ионосферные проекции плазменного слоя (1), пограничного слоя (2) и каспа (3) согласно [33]; 4 — граница захвата электронов с $\mathcal{E}_0 = 0,5-0,8$ МэВ. Солнце сверху

Сообщим кратко сведения о других границах раздела.

Переход от плазмослоя к полярным прядям изучен плохо, известны лишь некоторые поверхностные неоднородности [38, 39].

Представление о плазмопаузе как о границе между плотной холодной плазмой внутри и разреженной горячей снаружи не вполне точно: область больших градиентов плотности совпадает с областью больших градиентов средней энергии лишь приближенно [40]. Выпуклость плазмопаузы, наблюдаемая на вечерней стороне вблизи экваториальной плоскости (рис. 9), не прослеживается по статистическим данным маловысотных полярных спутников, которые пересекают плазмопаузу вблизи ее ионосферной проекции (см. обзорную часть работы [17]). Исследуется также вопрос, как соотносятся между собой ионосферная проекция плазмопаузы и граница области главного ионосферного провала [41, 17]. Снаружи от плазмопаузы встречаются изолированные облака плазмы с параметрами, характерными для плазмосферы [42]. Вкрапление этой холодной плазмы в горячую авроральную приводит к развитию ряда неустойчивостей [43].

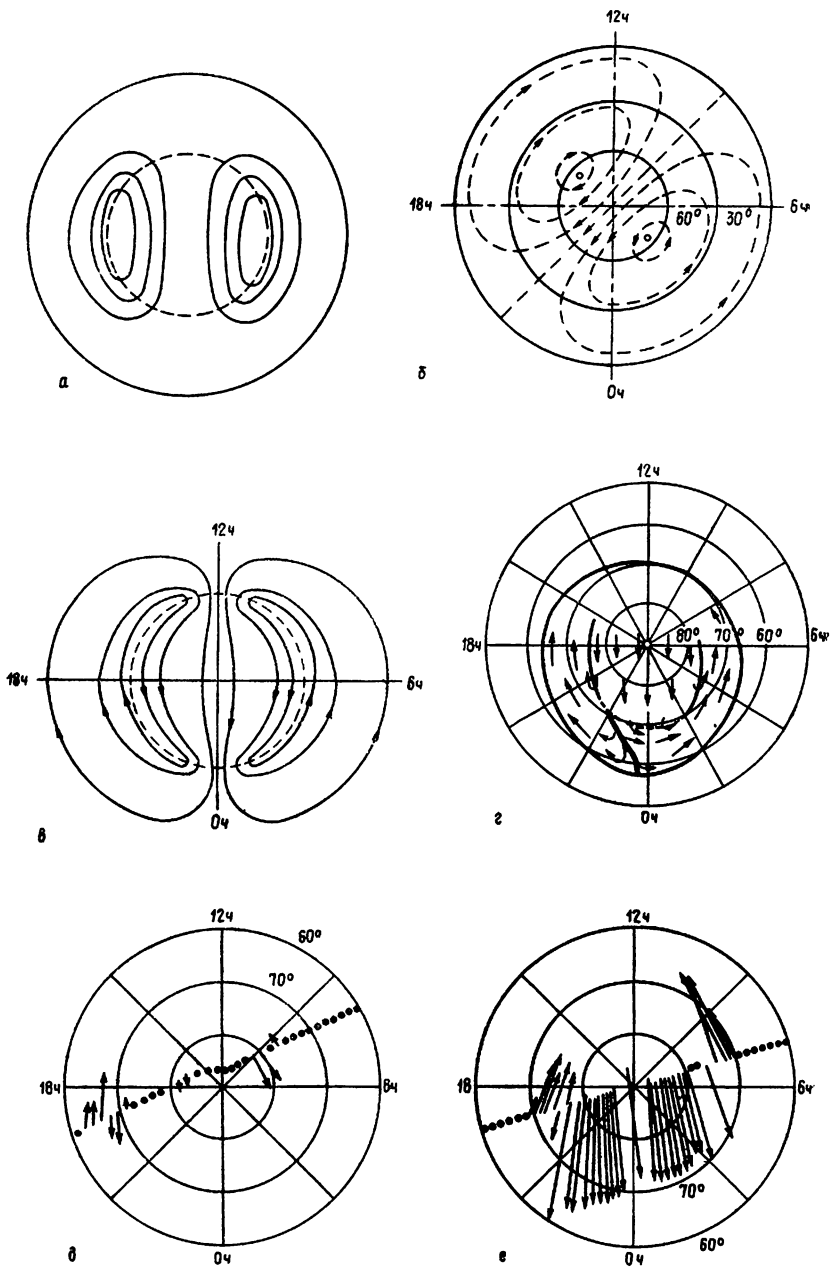


Рис. 17. Основной тип конвекции в ионосфере; координаты — местное (магнитное) время и (магнитная) широта:
 а — по [44, 45], б — получено из токовой системы DP2 (по [46]) согласно (2), в — по [47], г — по [48], д, е — по [49]

2.4. Основной тип конвекции

Макроскопическое движение плазмы — неперенная черта магнитосферы. Спокойные формы полярных сияний обычно смещаются как целое относительно поверхности Земли. Наблюдения за ними, а также за светящимися облаками, специально выпущенными с ракет, выявили движение заряженной компоненты вещества на ионосферных высотах. Обычно оно идет по такой схеме: плазма движется с дневной стороны на ночную в области полярной шапки и по авроральному овалу возвращается обратно (рис. 17а, б, в, г, д, е). Хотя, по мнению исследователей, выражение «все возможно» ни к чему не относится лучше, чем к *магнитосферной конвекции*, при осреднении однотипных случаев характерная *двухъячеистая структура*, изображенная на рис. 17, выявляется легко [47].

Выявляется она и по измерениям электрического поля на баллонах, ракетах и маловысотных спутниках (рис. 18), если пользоваться известным соотношением [50]

$$E_{\perp} = -\frac{1}{c}[\mathbf{v}\mathbf{B}] \quad (1)$$

(в качестве значений \mathbf{B} берутся стандартные геомагнитные данные).

Кстати заметим, что к равенству (1) в космофизике часто относятся как к тождеству и часто, говоря о скорости магнитосферной конвекции, подразумевают магнитосферное электри-

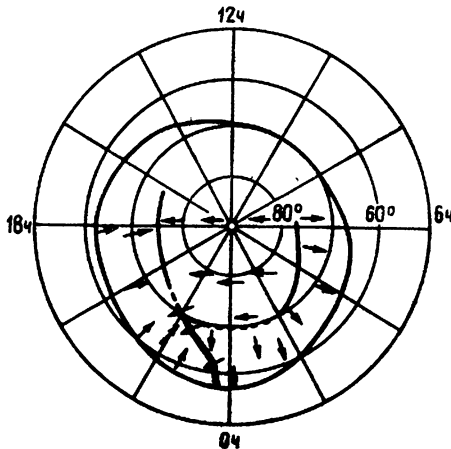


Рис. 18. Электрическое поле в ионосфере, соответствующее основному типу конвекции, по [48]. Жирная линия — разрыв Харайнга

ческое поле (1), и наоборот. Насколько точно оно выполняется в магнитосфере, к сожалению, должным образом не выяснено. На рис. 19 приведены данные измерений западной компоненты электрического поля в ночной ионосфере и одновременных измерений северо-южной компоненты скорости v по движению авроральных неоднородностей. Оказывается, что 72% всего времени эти величины удовлетворяют соотношению (1). Оно нарушается лишь во время магнитных возмущений (которые представлены на рисунке изменениями одной из горизонтальных компонент магнитного поля).

Двухъячеистую картину конвекции можно в грубых чертах воссоздать по магнитным наблюдениям, которые непрерывно ведутся на Земле на большой сети станций. Это делается таким образом. Допуская, что компонента электрического поля вдоль магнитных силовых линий отсутствует (о пределах допустимости этого предположения речь пойдет в п. 5.3), будем считать, что электрическое поле в ионосфере определяется по (1) полем скорости магнитосферной конвекции. Считая ионосферу неподвижным проводником с одной холловской проводимостью (что верно лишь грубо приблизительно — см. гл. 5), получим для поперечной к \mathbf{B} компоненты ионосферного электрического тока $j_{i\perp}$

$$j_{i\perp} \uparrow \uparrow (-v_{\perp}). \quad (2)$$

С этим током ассоциируют эквивалентный (эффективный) ток, который соответствует наземным магнитным данным (см. приложение 1). Магнитная вариация такого типа (с эквивалентными токами «двухвихревой» системы, представленными на рис. 17, если читать его с учетом (2)) известна давно и носит название DP2 [46, 27, 52]. Собственно из анализа картин эквивалентных токов и возникли первые представления о магнитосферной конвекции [16].

Замечательно, что в расположении дуг полярных сияний как в авроральном овале, так и в полярной шапке также прослеживаются ячейки основного типа конвекции. Очень длинные дуги, протягиваясь по полярной шапке и подходя с ночной стороны под прямым углом к дугам аврорального овала, поворачивают и по вечерней стороне следуют дальше вдоль полярной границы аврорального овала [10, 12]. Фрагмент общей картины виден, например, на рис. 5.

Таким образом, основной тип конвекции исследуется разными путями. В зависимости от методики выявления картина конвекции может выглядеть по-разному (см. рис. 17), но характерный тип ее — двухъячеистость — остается универсальным. Заметим, что информативными оказывают и некоторые детали: например, местонахождение *фокусов конвективных ячеек* или положение границы раздела между ячейками на ночной сторо-

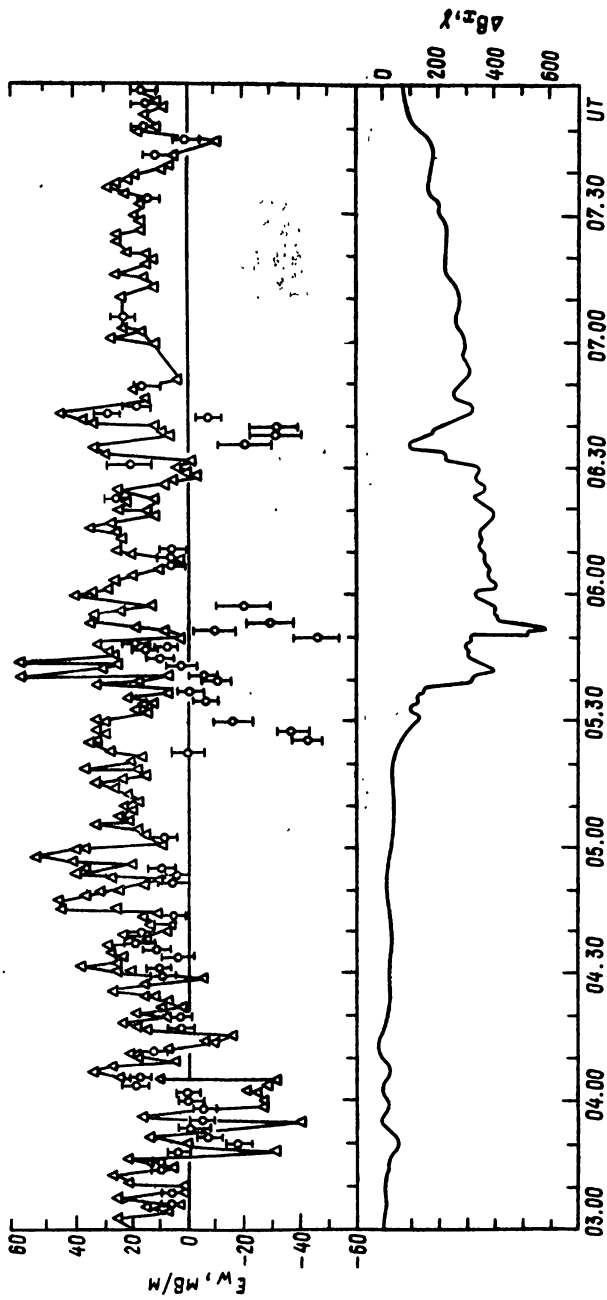


Рис. 19. Вверху — западная компонента электрического поля в ионосфере, измеренная на баллонах (треугольники) и рассчитанная по движению наблюдаемых авроральных форм (кружки). Внизу — возмущение одной из горизонтальных компонент B_x магнитного поля. Данные, полученные в Форт-Черчилле [5]

не (*разрыв Харанга*)*. Аналогичная граница раздела на дневной стороне менее регулярна и потому хуже изучена. Данные о ней приведены в [53].

Приведем в заключение экспериментальные значения величин, характеризующие основной тип конвекции. Скорость конвекции на ионосферных высотах составляет примерно 1 км/с, что соответствует согласно (1) электрическому полю ≈ 50 мВ/м [49]. За исключением области разрыва Харанга, на ночной стороне скорость, вообще говоря, меньше, чем на дневной [54].

3. СТАЦИОНАРНАЯ МАГНИТОСФЕРА И ПАРАМЕТРЫ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА

Периоды экстремально спокойные и экстремально возмущенные бывают в магнитосфере сравнительно редко. Обычно ее состояние умеренно-возмущенное, когда происходят изменения в значениях отдельных величин, но амплитуды этих изменений невелики по сравнению со средними характеристиками. Будем считать такое состояние стационарным и посмотрим, каким образом оно определяется параметрами спокойного солнечного ветра, прежде всего, его скоростью и межпланетным магнитным полем (ММП) B_m .

3.1. Солнечный ветер и классические модели конвекции

В отличие от других разделов космофизики, в области изучения магнитосферной конвекции теоретические соображения появлялись быстрее, чем шло накопление экспериментальных фактов. Среди высказанных гипотез есть такие, которые не утратили значимости по сей день.

В 1959 г. Т. Голд выдвинул идею свободной магнитосферной конвекции как такого движения плазмы с вмороженными в нее силовыми линиями магнитного поля, при котором одна линия замещает другую, принимая ее форму — по образцу перестановочной неустойчивости [55]. Возможность такого движения Голд выводил из наличия непроводящей атмосферы — «торца» плазменной магнитосферной системы, в который «упираются» силовые линии [1]. Аксфорд и Хайнс [44] связали такое перестановочное движение с внешней причиной — гипотетическим «вязким трением» между плазмами магнитосферы и солнечного ветра. Благодаря этому трению, согласно [44], плазма вместе с силовыми линиями движется по бокам магнитосферы с дневной стороны на ночную и, затем, уже по внутренней

* Более детальные определения разрыва Харанга у разных авторов встречаются различные. Общим остается то, что разрыв Харанга всегда приходится на область раздела утренней и вечерней картин в распределении какой-либо величины (см. пп. 4.1, 5.2).

области возвращается назад (о хвосте магнитосферы, вытянутом далеко от Земли, тогда еще не знали, и авторы [44] считали магнитосферу «закрытой» — замкнутой — с ночной стороны) — см. рис. 20.

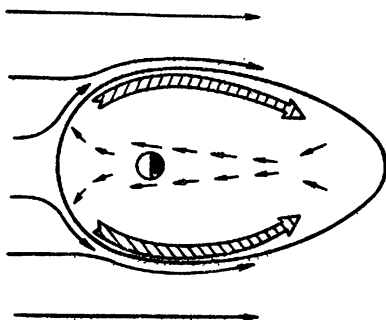


Рис. 20. Конвекция в экваториальном сечении магнитосферы (по [44])

Очевидно, такое движение давало объяснение основному типу конвекции, о котором судили тогда по эквивалентным токовым системам. Таким образом, по [44], основной тип конвекции является реакцией магнитосферы на скорость обтекающего ее потока солнечного ветра, и движущая сила конвекции действует на боках магнитосферы.

Солнечный ветер присутствует всегда. И его поток может формировать общие черты геометрии магнитосферы сам по себе, можно сказать, независимо от наличия в нем магнитного поля. В самом деле, в те моменты, когда $B_M = 0$, картина магнитосферной конвекции, судя по всему, соответствует ее основному типу [56, 57]. Однако состояние магнитосферы оказывается очень чувствительным к величине ММП.

Этот нетривиальный факт был предсказан Данжи в 1961 г. на основе нескольких простых соображений [45]. Исходя из них же он предсказал существование длинного хвоста магнитосферы (в идеале — бесконечно длинного) и объяснил основной тип конвекции.

Неудивительно, что работа Данжи произвела сильное впечатление на исследователей и, поскольку следствия из нее затрагивают множество разделов космофизики, является и сейчас темой, пожалуй, самых острых дискуссий. Отчетливо выявились две независимые роли идей Данжи в современной космофизике: во-первых, концепция Данжи дает прекрасное мнемоническое «правило отбора», по которому можно с легкостью получать, держать в памяти и обсуждать целый комплекс важнейших перестроек и движений, наблюдаемых в магнитосфере; во-вторых, она предлагает интересную физиче-

скую гипотезу. Механизм пересоединения магнитных силовых линий, который лежит в ее основе, выявлен сейчас не настолько, чтобы его действие в условиях магнитосферы Земли стало общепризнанным. Этот механизм как таковой представляет собой интригующую проблему физики плазмы и астрофизики и есть много разработок по этой теме [58, 59].

В п. 3.2 мы используем концепцию Данжи только в ее первой, формальной, роли, что позволит компактно представить свойства реальной магнитосферы. Физические аспекты концепции будут рассмотрены в п. 3.4.

3.2. Мнемонический ключ к динамике магнитосферы

Данжи предположил, что силовые линии геомагнитного поля могут пересоединяться как между собой, так и с линиями ММП; при этом из кусков старых силовых линий образуются новые линии. Случай пересоединения антипараллельных линий изображен на рис. 21. Видно, что коренные изменения конфи-

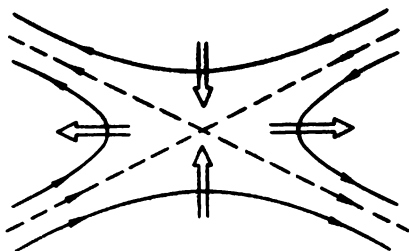


Рис. 21. Схема пересоединения антипараллельных силовых линий магнитного поля. Пустые стрелки показывают движение вещества

гурации магнитного поля происходят в основном вблизи точки пересоединения (ее из-за вида близлежащих силовых линий называют X-точкой — икс-точкой). Вследствие натяжения пересоединенных силовых линий они должны уменьшать свою длину — стягиваться, подобно тетиве лука, — и при достаточно хорошей вмороженности выбрасывать вещество из области X-точки (в направлениях горизонтальных пустых стрелок на рис. 21). Кинетическая энергия этого движения черпается из энергии магнитного поля.

Схему Данжи нетрудно обобщить на случай, когда соприкасающиеся семейства силовых линий скрещены в пространстве. Так как «тетива» оказывается наиболее оттянутой при пересоединении антипараллельных силовых линий, а пересоединение параллельных линий, очевидно, невозможно, естественно считать, что при прочих равных условиях эффект пересоединения тем больше, чем больше угол θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) между скре-

щенными линиями, который мы будем называть углом пересоединения. Приложим теперь эти соображения к магнитосфере Земли.

Представим себе, что силовые линии ММП пересоединяются с силовыми линиями магнитосферы, образуя новые линии, которые вблизи Земли по форме не отличаются от других линий геомагнитного поля, а в солнечном ветре — от силовых линий ММП. Поток солнечного ветра сносит «свободные концы» этих линий далеко на ночную сторону, образуя полярные пряди хвоста.

Заметим, что необыкновенная вытянутость хвоста (длина которого намного больше поперечных размеров головной части магнитосферы и геоцентрического расстояния до лобовой точки) в существующие модели магнитосферы вводится формально — как дополнительное утверждение. По существу здесь наука ничем сейчас не располагает, кроме наглядного соображения Данжи.

«Открытость» силовых линий находит убедительное подтверждение в существовании в полярной шапке так называемого *полярного дождя* — однородных по большой площади выпадений в ионосферу электронов ($\mathcal{E}_e \sim 50$ эВ—100 эВ) солнечного ветра и энергичных солнечных электронов [26, 60]. С пересоединением связывают существование плазменной мантии (см. п. 2.3) — области, промежуточной по свойствам между солнечным ветром и магнитосферой [19].

Основной тип конвекции Данжи объяснил как результат пересоединения ММП с основным дипольным полем Земли. Данжи, следуя Голду [1], считал, что проводимость ионосферы не влияет существенно на конвекцию плазмы и поэтому солнечный ветер смещает всю пересоединившуюся силовую линию вместе с ее ионосферным подножьем на ночную сторону магнитосферы. Если бы этот перенос магнитного потока ничем не компенсировался, все силовые линии в конечном счете оказались бы открытыми и границей полярной шапки стал бы экватор. Данжи предположил, что в хвосте магнитосферы также идет пересоединение (ночная X-точка показана на рис. 22), в результате которого образуются замкнутые линии; стягиваясь, они превращаются в квазидипольные. При этом плазма «сгребается», образуя плазмослой. Число квазидипольных силовых линий на ночной стороне увеличивается, и градиент магнитного давления заставляет их вместе с плазмой двигаться на дневную сторону. Очевидно, при этом круговороте силовых линий движение их ионосферных подножий соответствует основному типу конвекции (и, согласно (2), токовой системе DP2).

Действительно, как показывают наблюдения в высоких широтах, дневная часть системы DP2 быстрее, чем ночная, реагирует на флуктуации ММП. Запаздывание изменений в ночной

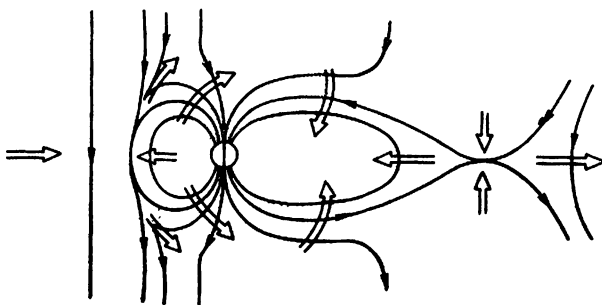


Рис. 22. Схема пересоединения силовых линий магнитосферы по Данжи [45]. Пустые стрелки показывают движение вещества

части согласуется со скоростью конвективного потока [19, 61, 52].

Линии основного, созданного внутриземными токами, магнитного поля пересекают вне Земли плоскость геомагнитного экватора в направлении с юга на север. Поэтому очевидно, что эффект пересоединения будет тем сильнее, чем больше южная составляющая ММП ($-B_{Mz}$). (Здесь мы отвлекаемся от несовпадения плоскостей геомагнитного экватора и эклиптики и используем прямоугольную систему координат с началом в центре Земли, осью X , направленной на Солнце, осью Z — на север и осью Y — «на вечер».)

Таким образом, когда ММП вблизи магнитосферы становится «более южным», должно возрасть количество силовых линий в полярных прядях и соответственно увеличиваться магнитное поле в полярной магнитосфере (говорят, что хвост «разбухает»). Из-за роста магнитного давления в прядях плазмослой должен утоньшаться. Действительно, спутник, находящийся в плазменном слое хвоста в периоды южной ориентации B_M , перестает регистрировать частицы, характерные для плазмослоя, что можно интерпретировать как попадание спутника в полярную магнитосферу.

Но здесь нужно сделать серьезное замечание. О пространственной перестройке огромной области — хвоста — судить с помощью одного спутника очень трудно. Одновременные наблюдения с разных космических аппаратов [62] еще редки. Поэтому картина перестроек хвоста остается дискуссионной [19, 63—65]. «Голые факты» без интерпретации таковы. При достаточно больших значениях южной компоненты ММП на приэкваториальных орбитах спутников Vela (ведущих наблюдения в хвосте на расстоянии $\approx 17 r_E$ от Земли) и ATS (работающих в области $\approx 7 r_E$, где поле обычно квазидипольное) наблюдается очень сильное уменьшение плотности плазмы; есть сообщения о тех же самых явлениях и на промежуточных расстояниях [66].

Изменение ориентации ММП в сторону более южной, как предсказал Данжи, должно приводить к увеличению полярной шапки и сползанию расширяющегося аврорального овала в более низкие широты. Этот процесс действительно имеет место, и его можно наблюдать, например, по плавному движению системы дуг полярных сияний в сторону экватора. Это означает, что вся конфигурация хвоста (чаще говорят — плазмослой) приближается к Земле: точка пространства, находившаяся ранее в области квазидипольного поля, оказывается теперь в хвосте (см. также п. 4.1). Эти изменения — хорошо установленный спутниковыми наблюдениями факт.

Следует иметь в виду, что эти изменения часто описывают такими словами: «происходит вытягивание силовых линий в хвост и одновременное приближение плазмослоя к Земле». Это выражение встречается и в связи с концепцией Данжи, что явно неудачно, поскольку, если считать, как Данжи, магнитосферную плазму проводящей жидкостью, то первая часть выражения говорит о движении от Земли и противоречит второй.

Концепция пересоединения описывает реально наблюдаемые явления в деталях. Посмотрим, в частности, как на ее основе можно истолковать влияние утренне-вечерней компоненты ММП $B_{МУ}$. Если эта компонента направлена в утреннюю сторону, то, пересоединившись с основным полем Земли, силовые линии солнечного ветра должны стягиваться в вечернюю сторону в северном полушарии и в утреннюю — в южном. Соответственно больший поток конвектирующей плазмы пойдет по вечерней стороне северной полярной шапки и по утренней стороне южной. При противоположном знаке $B_{МУ}$ вся картина должна изменяться на обратную. Именно такая связь между знаком $B_{МУ}$ и усилением конвекции в полярных шапках и существует на самом деле [67].

Можно представить себе пересоединение ММП с силовыми линиями полярных прядей. Сделав чертеж, нетрудно убедиться, что та образовавшаяся линия, которая связана с ионосферой, будет сдвигаться на ночную сторону вдоль боковой поверхности пряди. На ее место придет новая — более высокоширотная линия полярной шапки. При этом ионосферная плазма на высоких широтах конвектирует к Солнцу, на более низких — от Солнца. Этот тип конвекции оказывается обращенным по отношению к основному (рис. 23). Он действительно наблюдается в эксперименте при большом положительном $B_{МЗ}$, когда конвекция по основному типу «запрещена» [56, 68, 19]. Эта ситуация соответствует *сжатому* овалу: известно, что при возрастании положительного $B_{МЗ}$ овал стягивается к магнитному полюсу, достигая предельной минимальной величины при $B_{МЗ} \geq 5 \gamma$, $1 \gamma = 10^{-5}$ Э (пока нет никаких наблюдений, указы-

вающих, что овал может быть еще меньше или, тем более, стягиваться в точку [26]).

Как показывают эквивалентные токовые системы, переход от основного типа конвекции в полярной шапке к обращенному наблюдается не при $V_{Mz}=0$, а при небольших положительных значениях компоненты V_{Mz} (согласно статистическим данным [56], при $V_{Mz} \approx 1 \gamma$).

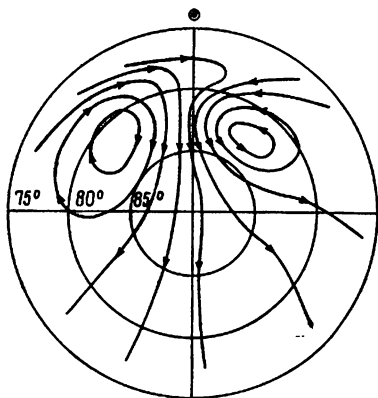


Рис. 23. Обращенный тип конвекции в ионосферной проекции [68]. Показаны линии эквивалентного электрического тока, который направлен противоположно скорости (см. ф-лу (2)). Солнце сверху

Однако если рассматривать различные магнитосферные характеристики как функции V_{Mz} , то можно заметить, что поведение их неодинаково: некоторые меняются так, как если бы эффективность пересоединения плавно спадала по мере перехода от больших отрицательных V_{Mz} к большим положительным, некоторые — как будто пересоединение возможно лишь при V_{Mz} , меньшем некоторого порогового значения (этот порог различен для разных характеристик, например, часто его считают равным нулю). Подробнее см. [69—71].

Заметим еще, что из схем основного типа конвекции (рис. 17) можно выделить два варианта: когда движение от Солнца происходит вдоль границ полярной шапки (рис. 17в, д) и когда — сквозь шапку (рис. 17а, б, г, е). Если следовать концепции Данжи, то первый вариант, по-видимому, можно связать с режимами, когда углы пересоединения не слишком велики и пересоединившиеся силовые линии, стягиваясь, сносятся потоком солнечного ветра вдоль боковых поверхностей магнитосферы. Тогда второй вариант должен соответствовать случаям наибольших углов пересоединения, когда эти линии, быстро стягиваясь и не успевая сносятся в стороны, приводят в движение вещество в толще полярных прядей. В пользу такой интерпретации говорит тот факт, что второй вариант (рис. 17е) наблюдался со спутника непосредственно перед суббурей, которые чаще случаются при больших отрицательных значениях V_{Mz} (см. п. 4.1).

Таким образом, опираясь на одну лишь формальную схему пересоединения, нетрудно представить себе поведение многих важных реально наблюдаемых характеристик магнитосферы.

3.3. Другие подходы к проблеме

Наглядность схемы Данжи привела к тому, что среди исследователей распространилось увлечение концепцией пересоединения, и ее стали в ряде случаев класть в основу сложных построений. При невыясненности механизма и условий пересоединения (когда ясно лишь, что пересоединение невозможно при идеальной проводимости) это приводило к необоснованным выводам и вызвало резкую критику такого подхода и вообще самой концепции Данжи [72].

Даже в употреблении термина «пересоединение» возник разноречивость. Иногда его просто относят к ситуации, когда плазма течет поперек поверхности раздела между областями топологически разных силовых линий, при этом величину плазменного потока считают мерой скорости пересоединения [73, 74]. Часто выражение «имеет место пересоединение» обозначает факт наличия у магнитосферы открытых силовых линий (рис. 13); это вызывает протест со стороны исследователей, которые считают, что присутствие таких линий не обязательно связано с процессом Данжи [26].

Существует другой взгляд на проблему конвекции. Дело в том, что некоторые из уже описанных свойств магнитосферы можно вывести из предположения, что внутри нее «включено» электрическое поле, направленное с утра на вечер (для простоты его часто принимают однородным). Это поле в соответствии с (1) обеспечивает основной тип конвекции, если магнитное поле имеет ту характерную магнитосферную конфигурацию, которая известна из опыта. (В физике магнитосферы конвекцией называют любое движение, связанное с E соотношением (1) — от магнитогидродинамических течений до электрического дрейфа пробной частицы в независимо заданных $ad hoc$ \mathbf{B} и \mathbf{E}).

Электрическое поле указанного направления имеется в солнечном ветре в те периоды, когда $V_{Mz} < 0$, как это следует из соотношения (1), записанного в магнитосферной системе отсчета. При $v = 300$ км/с и $V_{Mz} = -5\gamma$ разность потенциалов на расстоянии характерного поперечного размера магнитосферы $\sim 40 r_E$ составляет ~ 300 кВ, что во много раз превосходит величину, требуемую для создания основного типа конвекции [19]. Поэтому многие исследователи центром проблемы считают вопрос о том, каким образом это поле из солнечного ветра передается во внутренний объем магнитосферы. Существует, например, идея «магнитосферного динамо» [75], согласно которой силовые линии считаются открытыми и пересекаются линиями потока плазмы солнечного ветра в мантии (рис. 13).

Подход к изучению конвекции, когда электрическое поле (и поле скоростей) рассматриваются при независимо заданном магнитном (которое берется из какой-либо модели или на основании статистической обработки экспериментальных данных) очень распространен в космофизической литературе. Мы будем называть этот подход «приближением заданного \mathbf{B} ». Он развивается параллельно магнитогидродинамическим концепциям Данжи и Аксфорда — Хайнса, где нельзя, задав \mathbf{B} , рассматривать режимы разных \mathbf{E} и связанных с ним по (1) \mathbf{v} .

3.4. Физика обтекания магнитосферы

Мы видели, что влияния ММП на состояние магнитосферы очень разнообразны и прослеживаются в деталях. Столь же заметных эффектов, связанных с изменениями скорости солнечного ветра, длительное время не выявлялось. Основной тип конвекции, который по [44] является прямым следствием «вязкого» воздействия этой скорости на магнитосферу, можно рассматривать и как эффект ММП при «достаточно отрицательных» значениях его Z -компоненты. Поэтому идея Аксфорда — Хайнса до недавнего времени обсуждалась мало, хотя статистический анализ магнитных возмущений на Земле указывал, что и при больших положительных B_{Mz} в ионосфере все равно присутствует токовая система, соответствующая основному типу конвекции [76] (вообще говоря, наряду с системой обращенного типа). Интерес к идее вязкого взаимодействия усилился, когда путем прямых измерений было обнаружено течение плазмы от Солнца на замкнутых силовых линиях геомагнитного поля — в пограничном слое магнитосферы (см. п. 2.3).

Измерения [77] с борта маловысотного спутника показали, что при $B_{Mz} > 0,7 \gamma$ над летней, освещенной, полярной шапкой электрическое поле соответствует по (1) четырем отчетливым конвективным ячейкам. В двух из них — средних — плазма движется к Солнцу через центральную часть полярной шапки и от Солнца на более низкоширотных линиях (обращенный тип конвекции). В более экваториальных вихрях движение идет от Солнца в высокоширотной части вихря и к Солнцу в низкоширотной (основной тип конвекции). Отметим, что в упоминавшихся выше экспериментальных работах [56, 68] приведены данные лишь полярных магнитных станций, из них более экваториальные конвективные вихри выпадают.

Замечательно, что факт сосуществования обоих типов конвекции был точно предсказан в [57] по результатам экспериментов с искусственной магнитосферой. По данным [57], «вязкое» взаимодействие обтекающего потока с плазмой лабораторной магнитосферы присутствует постоянно (на это указывает наличие основного типа конвекции, когда магнитного поля в обтекающем потоке нет). Эти эксперименты дают гло-

бальную картину обтекания — важное дополнение к фрагментарному спутниковому материалу. Так, в лабораторном «околоземном пространстве» впервые увидели в целом картину магнитного поля и движений, подобную предсказанной Данжи. Согласно [57], такая картина проявляется при сравнительно небольших значениях альфвеновского числа Маха: приведенные данные соответствуют значению 1,5. Правда, надо отметить, что ударная волна перед экспериментальной «магнитосферой» при таком режиме обтекания не образовывалась, и магнитопауза не была четко выражена.

Вблизи реальной магнитосферы величина альфвеновского числа Маха обычно не выходит из пределов значений $3 \div 20$, среднее 10 [22]. В лабораторных условиях пересоединение при значениях этого числа ~ 10 происходит уже не в районе экваториальной магнитопаузы, а в области полярных каспов. Между антипараллельными полями потока и дневной магнитосферы образуется протяженная по меридиану и сплюснутая в направлении потока область с вихревой структурой магнитного поля. Средняя часть этого вихря, возможно, благодаря тирингнестойчивости, распадается на ряд более мелких образований — магнитных островков [78].

Наблюдения в реальной магнитосфере также не дают простой и ясной картины. Они говорят о процессах, гораздо более запутанных, чем идеальная схема [74].

Необычное строение полярной магнитосферы наблюдалось [162] при аномально высоком значении северной компоненты ММП $B_{Mz} = 38,4$ γ: области замкнутых силовых линий была заключена между областями открытых [открытые линии идентифицировались по наличию полярного дождя и направленной к Солнцу конвекции, скорость которой определялась по магнитным данным с помощью (2)].

Заметим, что, согласно [79], в условиях, когда должно идти пересоединение на дневной стороне ($B_{Mz} < 0$), существенной энергетизации частиц в этой области не наблюдается. Поскольку, согласно простой схеме пересоединения, очевидно, вблизи X-точки $E \cdot j > 0$, автор [79] считает, что эти эксперименты ставят под сомнение концепцию Данжи.

При взгляде на рис. 1 возникает вопрос, насколько монолитным по отношению к обтекающему потоку является такое образование из топологически разных семейств силовых линий, как магнитосфера. Этот вопрос — обтекает ли солнечный ветер магнитосферу как единое целое или «задувает» под полярные пряди — не нов.

В литературе на этот счет обнаруживаются противоположные, не всегда явно оговариваемые, суждения. Представление, что где-то, по крайней мере вдали от Земли, плазма переходного слоя свободно проникает внутрь магнитосферы с боков ее хвостовой части, было распространено на рубеже 60—70-х гг.:

переходный слой и область раздела полярных прядей рассматривались вместе как самый внешний радиационный пояс Земли, заполненный горячей плазмой [80]. Позже это представление было вытеснено другим, широко распространившимся — о полной монолитности магнитосферы: отличие полярных областей от внутренней квазидипольной области стало связываться лишь с геометрическим признаком — вытянутостью силовых линий. Например, так читается рис. 8, где магнитосфера как бы заключена в единую оболочку. Другой вариант магнитосферы, обтекаемой как монолит, изображен на рис. 13 — см. [26]. Новейшие данные, по-видимому, говорят о немонолитности магнитосферы.

Работа [33], о которой уже шла речь в п. 2.3, выявила физическое различие между плазмой (низкоширотного) пограничного слоя и плазмой мантии (как видно из п. 2.3, под мантией

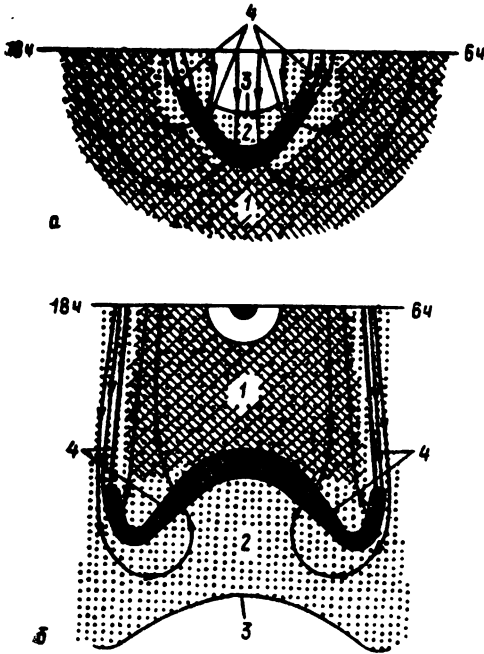


Рис. 24

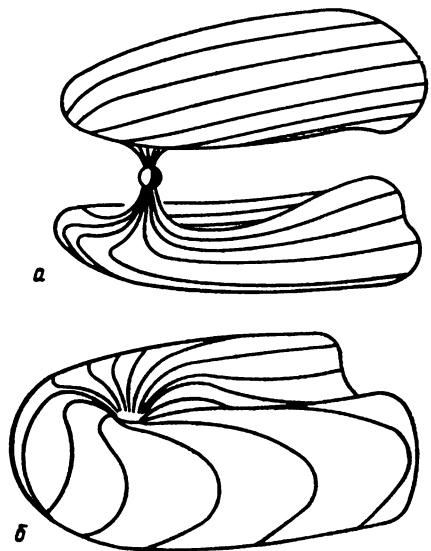


Рис. 25

Рис. 24. Схема конфигурации магнитосферы в ионосферной (а) и экваториальной (б) проекциях (по [60]):

1 — центральная часть плазмослоя; 2 — пограничная часть плазмослоя, отождествляемая авторами с пограничным слоем; 3 — «нейтральная линия» — граница области полярного дождя, ассоциируемого с открытыми силовыми линиями; 4 — граница раздела конвективных потоков, направленных в ионосферной проекции к Солнцу и от Солнца. Линии со стрелками — конвективные линии потока

Рис. 25.

а — полярные пряди, б — квазидипольная область магнитосферы

можно понимать все высокоширотные пограничные слои). Это различие существует при всех местных временах, в том числе с ночной стороны (рис. 16).

Авторы [60] обнаруживают пограничный слой по данным маловысотного спутника — скорости конвекции и энергетическим спектрам электронов с энергиями от 200 эВ до 25 кэВ — при всех местных временах (рис. 24а). В проекции по силовым линиям в экваториальную плоскость получается картина, схематически изображенная на рис. 24б. Эти наблюдения указывают, что область замкнутых силовых линий магнитосферы (с ночной стороны — до некоторого геоцентрического расстояния) имеет свой собственный пограничный слой.

При этом, как еще раз отмечают авторы [60], существование полярного дождя (см. п. 3.2) указывает на открытость силовых линий, пересекающих Землю в более высоких широтах. Представление, основанное на этих фактах, без намеренного обращения к какой-либо теории, именуют «частично открытой» моделью магнитосферы [60].

Таким образом, есть основания думать, что полярные пряди и внутренняя квазидипольная область магнитосферы (см. рис. 25) обтекаются отдельно.

В виде справки отметим, что последовательное описание теоретических представлений об обтекании магнитосферы можно найти в книге [24]. Сжатое изложение элементов теории явлений в области каспа приведено в [81].

4. ВОЗМУЩЕННОСТЬ МАГНИТОСФЕРЫ. БУРИ И СУББУРИ

4.1. Уровни магнитной возмущенности

Об общей возмущенности космоса удобно судить по данным наземных наблюдений. Еще в прошлом веке было замечено, что средняя возмущенность магнитного поля на Земле довольно точно следует изменениям солнечной активности; такая же закономерность была вскоре установлена и для полярных сияний [27] (рис. 26).

Однако причинно-следственные связи конкретных событий не так ясны. Солнце воздействует на околоземное пространство сразу «по многим каналам», и эти воздействия, налагаясь друг на друга, часто приводят к результату, прямо не опознаваемому в статистическом среднем. Так, например, известно, что в годы максимума солнечной активности, когда средняя магнитная возмущенность наибольшая, экстремально спокойный в магнитном отношении день отыскать легче, чем в годы малой активности Солнца [82].

Прямая связь между явлениями на Солнце и в магнитосфере Земли прослеживается сейчас лишь по максимально интенсивным возмущениям в магнитосфере — (мировым) бурям.

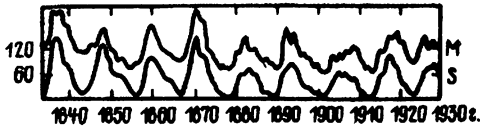


Рис. 26. Среднегодовые значения геомагнитной активности M и число солнечных пятен S (см. [27])

Бури часто начинаются с прихода к Земле ударной волны от солнечной вспышки или с входа Земли в усиленный по сравнению с обычным солнечным ветром поток солнечной плазмы [3, 19, 25]. Однако обратное неверно: далеко не каждое из однотипных солнечных явлений вызывает бурю [83].

Магнитные возмущения при буре регистрируются в течение 3—7 дней по всей Земле, наиболее «чистый», неосложненный вид они имеют в области средних и низких широт. На высоких широтах во время бури наблюдается целая серия мощных коротких (длительностью 1—3 часа) магнитных возмущений — *суббурь*, при которых полярные сияния становятся очень подвижными и яркими.

Оказывается, «развитость» бури зависит от количества и силы сопровождающих ее суббурь. Следуя [2], можно написать:

Буря = внешняя причина + Σ суббурь.

Однако суббури бывают и изолированные, вне бурь. Все это позволяет считать суббурю более элементарным процессом, чем буря.

Когда ММП становится «более южным», суббури случаются чаще, интенсивность их возрастает и увеличивается сектор аврорального овала, в котором наблюдаются возмущения. Рис. 27 показывает вероятность увидеть суббурю при очередном пролете спутника над полярной шапкой при различных значениях V_{Mz} . Вспомним, что и токовая система DP2 усиливается при «более южной» ориентации ММП (см. пп. 2.4, 3.2). В этом смысле ее усиление можно рассматривать как предвестник суббури [85], так же, впрочем, как и усиление электрического поля конвекции [49, 19, 25].

Поэтому *уровень магнитной возмущенности* по существу отражает величину V_{Mz} . Его часто используют как общую геометрическую характеристику магнитосферы: чем выше этот уровень, тем, очевидно, больше «хвостовых» силовых линий по сравнению с квазидипольными, тем ближе к Земле подходит плазмослой, тем более растянут авроральный овал. Эксперимент показывает, что при этом разрыв Харанга (см. п. 2.4) смещается дальше на вечернюю сторону.

Физическую информацию из уровня возмущенности извлечь трудно, поскольку в этой характеристике не различаются эф-

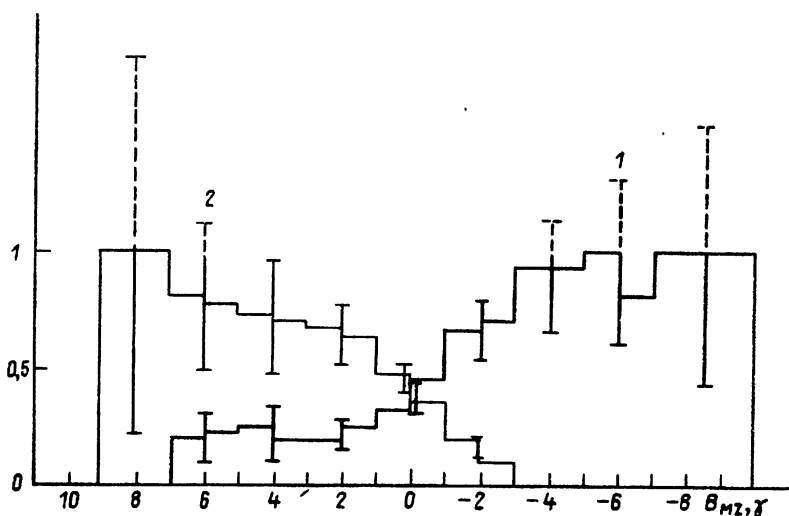


Рис. 27. Вероятность суббури (1) и спокойного состояния магнитосферы (2) как функции V_{MZ} (часовых средних значений) по [84]

факты квазистационарной пространственной перестройки магнитосферы под влиянием V_{MZ} и импульсного процесса — суббури.

Поскольку отделить эти эффекты друг от друга довольно сложно, все перечисленные в п. 3.2 перестройки магнитосферы при возрастании южной компоненты V_M часто рассматривают и как признаки отдельной суббури [66]. При этом мнемонический ключ к описанию явлений при суббуре остается тем же, что и в п. 3.2: считают, что возможно особенно интенсивное, как говорят, «бурное», пересоединение [86, 66, 87]. (Заметим, что понятие пересоединения вообще часто ассоциирует со вспышками или взрывами [58, 59]).

Как уже было сказано в п. 3.2, вопрос об X-точке в хвосте является темой дискуссий. В то же время установлено, что в периоды, когда наблюдаются суббури, происходят переходы от квазидипольной конфигурации магнитного поля к «более хвостовой» с последующим восстановлением квазидипольной (рис. 28). Этот факт часто рассматривают как фундаментальный, и на нем основаны многие феноменологические теории (см. гл. 6).

О характере медленных и быстрых изменений в магнитосфере дает представление рис. 29. Хорошо заметно резкое увеличение давления частиц в предполночном секторе, следующее за началом достаточно интенсивной суббури — оно типично для таких суббурь. Однако неясно, существует ли внутренняя связь между суббурей и начавшимся задолго до нее возрастанием давления плазмы при одновременном уменьшении

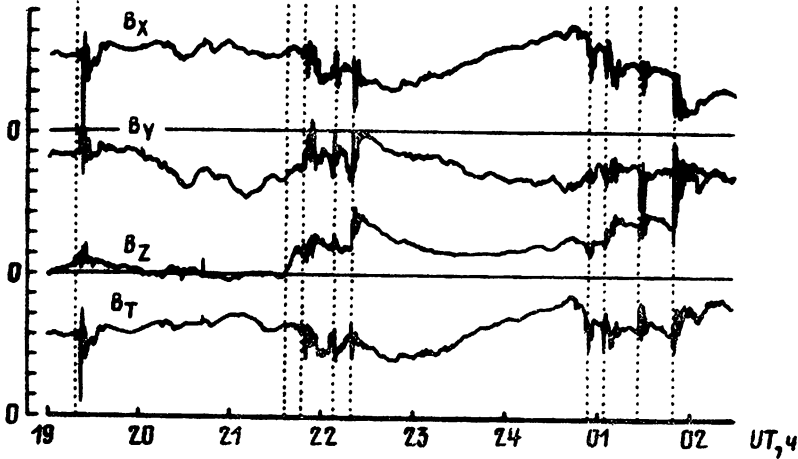


Рис. 28. Измерения магнитного поля в ближнем хвосте [87]. Показаны компоненты B и величина $B_T = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$ (одно деление соответствует 6γ). Относительное возрастание B_z показывает переход к «более дипольной» конфигурации поля. Вертикальными прямыми отмечены моменты внезапных начал суббурь, определенные по наземным магнитным данным

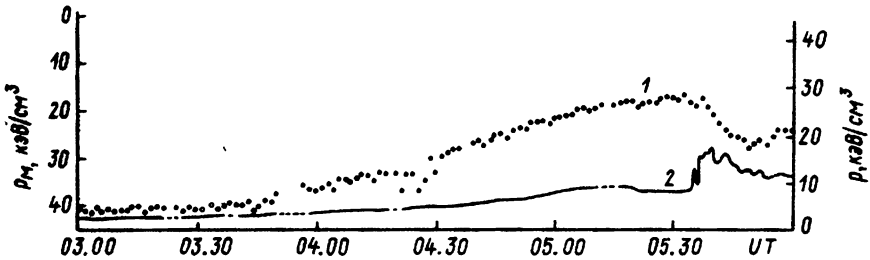


Рис. 29. Изменения магнитного давления p_m (1) и давления частиц p (2) на орбите спутника ATS (см. [25]). Суббуря началась в 5 ч 30 м мирового времени UT (местное время MLT спутника было при этом около 23 ч)

магнитного давления — эти явления могут быть отражением «спокойной» перестройки магнитосферы, на фоне которой случилась суббуря.

4.2. Макроскопические характеристики суббурь и бурь [3, 19, 25, 85]

4.2.1. Суббуря

При суббуре в магнитосфере появляются энергичные частицы и усиливаются высыпания частиц в авроральную ионосферу. Как следствие в области аврорального овала увеличиваются

проводимость ионосферы, электрические токи и магнитные возмущения, полярные сияния становятся яркими и подвижными.

Чаще всего суббури случаются в вечернем и ночном секторах местного времени (см., например, рис. 5). Переход от стационарного состояния магнитосферы к суббуре происходит взрывообразно — всего за несколько минут. Этот момент считают *внезапным началом* суббури (его часто называют *брейкапом* — от английского *breakup*). Внезапное начало знаменует наступление *взрывной фазы* суббури. В этот период идет ускорение и сброс частиц в ионосферу, наблюдаются подвижные формы сияний. По мере развития суббури дискретные дуги в ночном секторе все больше выгибаются к полюсу, образуя так называемую *выпуклость*, или *выступ*, полярных сияний (рис. 30). Его вершина движется со скоростью 0,5—0,6 км/с и спустя 5—10 мин начинает быстро расширяться (со скоростью 0,5—5 км/с) в вечерний сектор, порождая форму, которая называется *перемещающимся к западу изгибом*. Этот момент изображен на рис. 30б. Затем выпуклость достигает максимальной широты (за время 10—30 мин) и начинается *фаза затухания* (*восстановления*): активность возмущений падает, сияния в области выпуклости постепенно возвращаются на более низкие широты, где они наблюдались до начала суббури.

Однако все эти этапы проходят лишь интенсивные суббури, слабые же локализованы в ограниченной области и «вершин развития» не достигают. В то же время известно, что между сильными и слабыми суббурями качественной разницы нет [85].

На начало суббури указывает уярчение узкого долготного сектора ранее существовавшей спокойной дуги (или образование новой). Обычно такое уярчение наблюдается в вечернем и предполуденном секторах местного времени вблизи экваториальной границы овала, определенного по дискретным полярным сияниям (см. п. 2.1). Диффузные сияния при этом могут располагаться значительно экваториальнее уярчившейся дуги. Однако, как выяснилось в последние годы, аналогичное уярчение дискретной дуги может наблюдаться перед «фронтом» перемещающегося к западу изгиба. В этом случае уярчение дискретной дуги свидетельствует уже не о начале суббури, а лишь о том, что до данной области дошло возмущение от процесса, начавшегося где-то восточнее. Поэтому нужна известная осторожность при обращении к экспериментальным данным [85].

Начало суббури является «спусковым механизмом» комплекса разнообразных явлений. Мы остановимся лишь на первых признаках суббури.

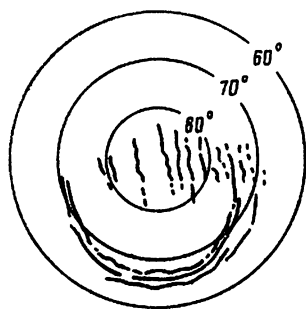
За 1—2 минуты до брейкапа в его области наблюдают ослабление уже существующих спокойных сияний, небо полярное этой области темнеет [88].

При сравнительно сильных суббурях, согласно [89], разви-

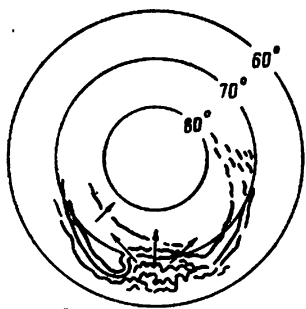
тие выступа идет рывками и выглядит как последовательное образование новых ярких дуг на его фронте. При более слабых суббурях выступ создается непрерывной деформацией дуг. При совсем слабых «микросуббурях» движущийся к полюсу выступ вообще останавливается, «натолкнувшись» на дугу. Область, из которой он начинается, находится на полярной стороне диффузного сияния.

Суббури захватывают и область полярной шапки. На рис. 31 представлено снятое при помощи сканирующего фотометра изображение полярной шапки в период формирования перемещающегося к западу изгиба.

В литературе встречаются два варианта ионосферных токовых систем (см. приложение 1) суббури: система («четырёх-вихревая») с двумя *авроральными электроструями* (концентрированными токами) — вечерней, восточной (на восток), и утренней, западной (на запад) (рис. 32а) и система с одной



а



б

Рис. 30

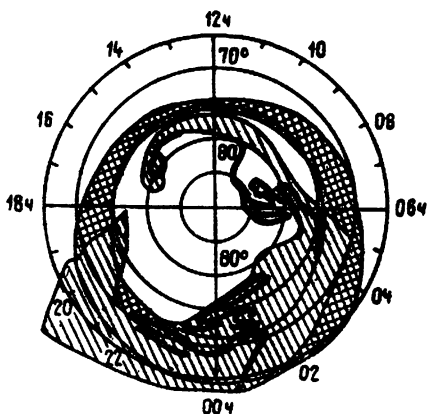


Рис. 31

Рис. 30. Взрывная фаза суббури:

а — момент внезапного начала, б — картина через 5—10 мин (см. [27]). Солнце сверху

Рис. 31. Сияния в полярном районе во время магнитной бури [90]. Светлая штриховка — диффузные сияния, жирные линии — яркие дуги. Формируется перемещающийся к западу изгиб. Густая штриховка показывает среднее положение аврорального овала для соответствующего уровня магнитной возмущенности

западной электроструей (рис. 326). Такое разночтение одного и того же массива магнитных данных связано с их обработкой (выбором уровня начала отсчета и пр.). Бесспорной реальностью является большая интенсивность западной электроструи, а также тот факт, что в области разрыва Харанга в предполночном секторе западная и восточная струи перекрываются по долготе, причем западная струя оказывается полярнее восточной; чем выше интенсивность возмущения, тем дальше в вечерний сектор проникает западная струя.

Интенсивность суббури в данный момент мирового времени обычно измеряют величиной *индекса АЕ*. Его вычисляют по магнитограммам ряда обсерваторий авроральных или субавроральных широт, равномерно распределенных по долготе. При этом используется горизонтальная компонента магнитного поля — в ее поведении, как видно из рис. 19, суббуря проявляет себя достаточно ярко (такая магнитограмма напоминает по виду бухту на карте морского побережья, поэтому суббурю часто еще называют *бухтой*). Индекс АЕ представляет собой разность между максимальным и минимальным значениями возмущений горизонтальной компоненты по данным всех этих станций [3] в один и тот же момент мирового времени.

4.2.2. Буря

По индексу АЕ можно исследовать, что происходит, когда повторяющиеся суббури складываются в бурю. У бури есть признак, отличающий ее от изолированной суббури: появление глубоко в магнитосфере на близких к плазмопаузе квазидипольных силовых линиях пояса замкнутого *кольцевого тока* (см. рис. 12), симметричного относительно оси магнитного диполя и плоскости экватора. (К кольцевому току иногда относят постоянно существующий ток, связанный с дрейфом частиц радиационных поясов. Он намного меньше буревоего, и мы здесь под кольцевым током будем понимать только буревое). Кольцевой ток направлен на запад. Он и создает характерное понижение магнитного поля на поверхности Земли в области низких и средних широт. Это понижение наблюдается при любом местном времени.

Мощность бури в данный момент мирового времени удобно характеризовать числом, которое отражает среднее (по данным нескольких низкоширотных станций) значение магнитного поля, — индексом D_{st} . (При получении D_{st} производится еще нормировка и выделение некоторых регулярных изменений поля, физически не связанных с обсуждаемыми процессами. Поэтому мы не будем останавливаться на этой обработке данных. Подробнее см. [19].)

Этот индекс обычно рассматривают как меру интенсивности кольцевого тока [3, 66]. Период, когда кольцевой ток нараста-

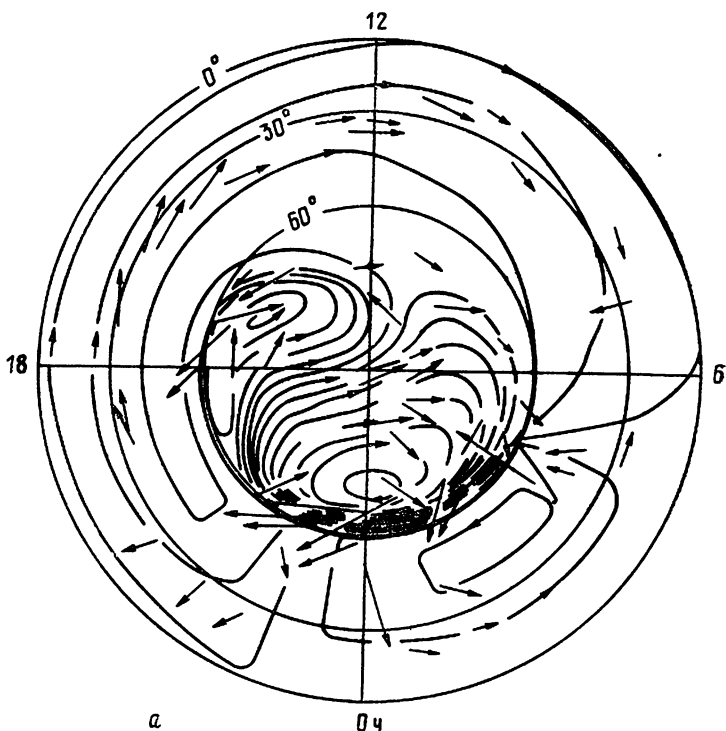


Рис. 32а

ет, очевидно, соответствует интервалу времени, когда $D_{st} < 0$, $dD_{st}/dt < 0$. Он называется *главной фазой* бури и длится от нескольких часов до нескольких дней. Затем, когда dD_{st}/dt меняет знак, наступает фаза восстановления.

Оказывается, суббуря и буря связаны между собой через асимметричную часть кольцевого тока. Уменьшение геомагнитного поля в низких широтах во время бурь не происходит осесимметрично — оно больше в послеполуночном секторе, чем в утреннем. Спутниковые данные, полученные при пролетах через область кольцевого тока, подтверждают существование такой асимметрии [19]. Если характеризовать ее, например, интервалом между верхней и нижней огибающими наложенных друг на друга магнитограмм низкоширотных обсерваторий (обработанных так же, как D_{st}), то можно сопоставить временной ход трех величин: мощности кольцевого тока — по $|D_{st}|$, его асимметрии и напряженности западной авроральной электроструи (по сути дела, АЕ), которая отражает силу следующих друг за другом суббурь (рис. 33).

Видно, что асимметрия кольцевого тока и напряженность поля западной электроструи изменяются согласованно, тогда

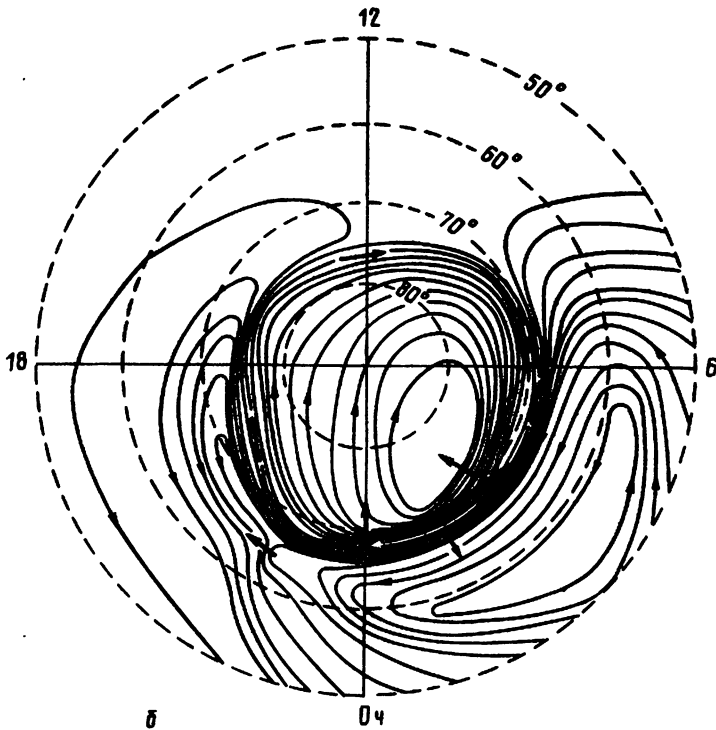


Рис. 32. Эквивалентные токовые системы суббурь:
 а — «четыревихревая» — с двумя электроструями (см. [19]); б — с одной электроструей (см. [2])

как кольцевой ток «накачивается» суббурями и потом затухает медленно, представляя собой, по существу, «память» о состоявшихся суббурях. В связи с этим говорят, что при суббурях энергия «эффективно накачивается» в магнитосферу.

Типичная временная последовательность явлений при силь-

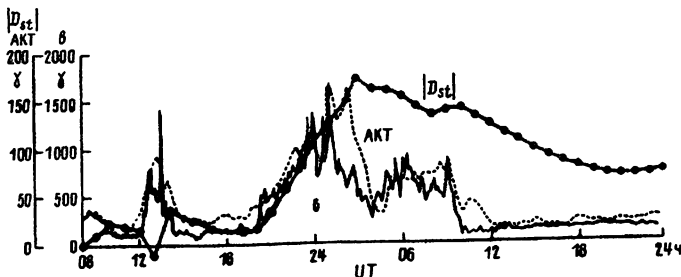


Рис. 33. Сопоставление напряженности b поля западной электроструи, амплитуды АКТ асимметрии кольцевого тока и $|D_{st}|$ во время одной типичной магнитной бури (см. [19])

ной изолированной суббуре, например, такова [91]: резкое увеличение магнитной возмущенности на Земле— 15 ч 00 м мирового времени, пик возмущения— 15 ч 30 м, максимальное значение $|dD_{st}/dt|$ — 15 ч 30 м.

Однако последние данные открывают более тонкие подробности взаимосвязи между суббурами и *частичным кольцевым током* (асимметричной частью кольцевого тока). Последний может развиваться до начала суббури, хотя начавшаяся суббуря часто приводит к его увеличению [92].

При суббурах космические аппараты начинают регистрировать повышенные потоки энергичных частиц. Чтобы выделить эффекты суббури, рассмотрим, как вообще проявляют себя в магнитосфере частицы разных энергий.

4.3. Магнитосферные частицы разных энергий и их инжекция

В космофизике выражение «инжекция частиц» обозначает просто факт встречи спутника с частицами, которые при предыдущем пролете не наблюдались в данной области магнитосферы. (Время обращения маловысотного спутника $\approx 1,5$ час.) Оно может также относиться к внезапному нарушению ожидаемого характера кривой, представляющей изменение потока частиц данной энергии вдоль траектории спутника. В употреблении этого термина отразилась неразличимость пространственных и временных изменений при спутниковых наблюдениях.

Квазистационарная перестройка магнитосферы под влиянием B_{Mz} (см. п. 3.2), суббури и бури, очевидно, должны приводить к такого рода инжекциям.

Представим себе сначала обычное поведение частиц данной энергии в магнитосфере, т. е. тот фон, на котором выделяют инжекцию. Из всех частиц, заполняющих магнитосферу, самый простой характер движения имеют очень энергичные частицы с энергиями ≥ 40 —50 кэВ— частицы радиационных поясов. Их движение описывается формулой для скорости ведущего центра частицы, захваченной магнитным полем [50]

$$u_{\perp} = -\frac{c}{eB^2} \left[\mathbf{B}, e\mathbf{E} - \frac{m}{B} \left(\frac{v_{\perp}^2}{2} + v_{\parallel}^2 \right) \nabla B \right]. \quad (3)$$

Здесь e — заряд частицы, m — ее масса, v_{\perp} и v_{\parallel} — скорости движения в направлениях, соответственно, перпендикулярном и параллельном магнитному полю, c — скорость света (считаем $v \ll c$), инерционным членом пренебрегаем. Кроме того, частицы «качаются» между точками отражения [93, 80, 94]. Характер пространственного распределения и движения таких частиц виден из рис. 11, представляющего данные вдоль траектории маловысотного спутника, летящего над полярной шапкой. Поток

электронов с $\mathcal{E}_e > 40$ кэВ плавно нарастает от *границы захвата* (которая находится здесь на широте $\approx 69^\circ$) в глубь магнитосферы; пилообразность кривой связана с анизотропией распределения захваченных электронов по питч-углам: когда счетчик из-за вращения спутника вокруг своей оси временами «смотрит» вдоль силовой линии, регистрируется наименьшее количество частиц. Правильный характер движения этих частиц стал эталонным достаточным признаком квазидипольной структуры магнитного поля в данном месте. Поэтому счетчики энергичных частиц ставятся сейчас на спутники самого различного назначения.

Как видно из того же рисунка, аналогичная кривая для малоэнергичных электронов (с энергиями, характерными для плазмослоя) гораздо сложнее — эти электроны более изотропны. Малоэнергичные протоны авроральной магнитосферы оказываются практически изотропными [95, 96]*. В них сосредоточена основная масса вещества и с ними связывают конвективное движение в этой области. При обычных условиях плотность энергичных частиц пренебрежимо мала по сравнению с плотностью малоэнергичных (плазмы) [19].

Граница по энергиям между малоэнергичными и энергичными частицами лежит в интервале 10—50 кэВ. Параметры дрейфового движения для границ этого интервала приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры дрейфового движения частиц в поле земного диполя при $L = 7$

Частица	\mathcal{E} , кэВ	τ_1 , с	ρ , км	τ_2	τ_3 , ч
Электрон	10	$4 \cdot 10^{-4}$	3,7	4,2 с	10,6
	50	$4,3 \cdot 10^{-4}$	8,5	2,0 с	2,2
Протон	10	0,72	159	3,0 мин	10,5
	50	0,72	355	1,3 мин	2,1

В таблице использованы следующие обозначения:

\mathcal{E} — кинетическая энергия; ρ — ларморовский радиус для частицы в плоскости магнитного экватора при питч-угле в этой

* Согласно недавним измерениям [97] на ATS, протоны очень низких энергий (3—50 эВ) демонстрируют изменчивую комбинацию трех типов питч-углового распределения: с максимумами на 0° , на 90° и на некотором промежуточном значении («коническое» распределение) (рис. 34).

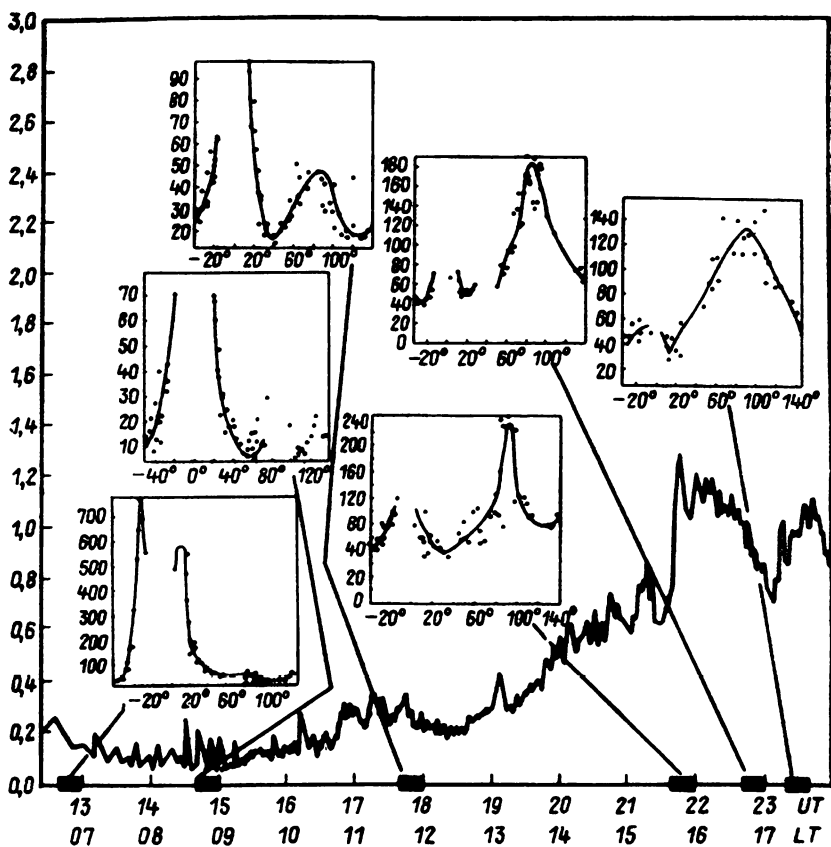


Рис. 34. Плотность тепловой плазмы в дневной магнитосфере по данным ATS [97]. Для интервалов времени, отмеченных черными прямоугольниками, даны питч-угловые распределения ионов с энергией 21 эВ (по оси ординат — скорость счета в с^{-1})

плоскости $\alpha_0 = \pi/2$; τ_1 — циклотронный период частицы в этой плоскости при $\alpha_0 = \pi/2$; τ_2 — период колебаний между точками отражения частицы с $\alpha_0 = 0$; τ_3 — период обращения вокруг Земли частицы с $\alpha_0 = \pi/2$.

Заметим, что при спокойных условиях слабые авроральные высыпания более энергичных, чем в овале, частиц могут наблюдаться вдоль круга широты, который на ночной стороне проходит по овалу. Эти высыпания, по-видимому, идут из пояса энергичных частиц, инжектированных при предшествующих магнитных возмущениях [25]. Это говорит о том, что из одной и той же области пространства малоэнергичные и энергичные частицы движутся по разным законам: первые следуют вдоль овала — сепаратрисы хвостовых и внутренних силовых линий

магнитного поля (см. п. 2.1), вторые — совершают градиентный дрейф по поверхности $B = \text{const}$.

Рассмотрим теперь разные типы инъекций. Можно выделить физически наиболее прозрачный случай — так называемую *локальную инъекцию* («локальную» не по ограниченности области в пространстве, а по точке, где локализован спутник). При ней разные энергетические каналы бортовых приборов спутника начинают одновременно регистрировать частицы. Есть основания считать, что мы наблюдаем при этом *свежеускоренные*, или *только что ускоренные*, частицы (еще говорят — *источник энергичных частиц*). В самом деле, если бы мы пронаблюдали это же облако частиц (даже при неизменных условиях в магнитосфере) спустя некоторое время, то каналы приборов срабатывали бы один за другим, а не все сразу: частицы разных энергий занимали бы уже разные точки пространства из-за зависимости (3) их градиентного дрейфа от энергии. А поскольку космос нестационарен — еще и от временной предьстории и от того, под каким углом войдет в это облако спутник. Такие «раздрейфовавшиеся» облака часто наблюдаются в космосе.

Экспериментальное изучение локальных инъекций на орбите ATS [98] показало, что плазма инжектируется при всех питч-углах ($0^\circ - 90^\circ$) в энергетическом диапазоне от нескольких эВ до нескольких сотен кэВ, причем резкие изменения функций

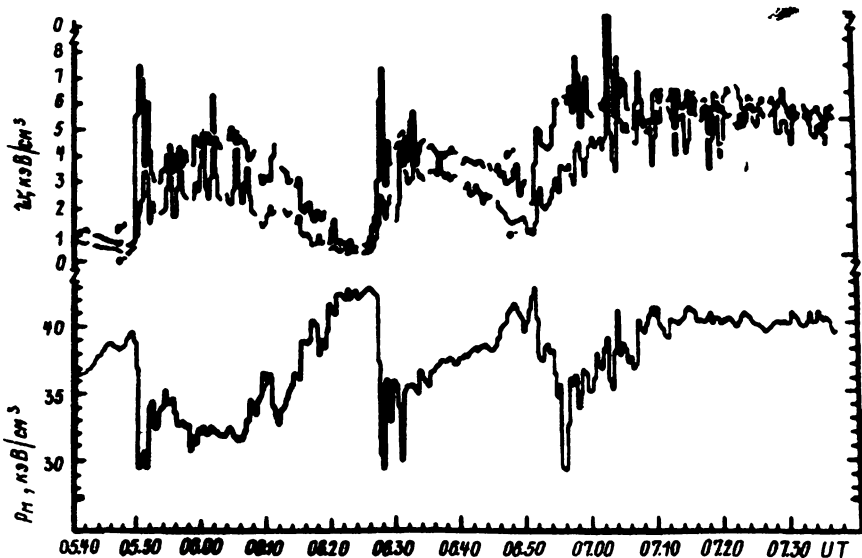


Рис. 35. Пример проявления диамагнетизма магнитосферной плазмы [98]. Плотность энергии частиц w и магнитного поля ρ_m как функции мирового времени

распределения протонов и электронов наблюдаются только в первые несколько минут инъекции. Плазма состоит из электронов и протонов, иногда присутствуют более тяжелые ионы. Типичные плотности протонов и электронов во время инъекции составляют несколько частиц на см^3 для энергий >200 эВ. Средняя энергия инжектированных электронов обычно равна нескольким кэВ, протонов — 15—20 кэВ. Параметр β для плазмы во время инъекции составляет 0,5—0,7. Изменения количества плазмы на орбите ATS часто демонстрируют четко выраженный диамагнитный эффект (рис. 35). (Вообще изменения плотностей энергии частиц и магнитного поля при инъекциях

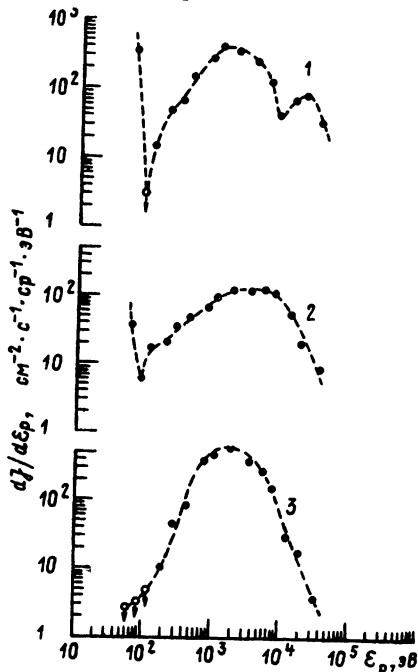


Рис. 36. Энергетический спектр протонов, снятый в разные моменты пролета спутника [95] (J — поток протонов, усредненный по направлениям ориентации счетчика):

1 — в 18 ч 22 м UT ($L=8,21$), 2 — в 20 ч 10 м UT ($L=12,4$), 3 — в 21 ч 30 м UT ($L=14,3$). Низкоэнергичная ($E_p < 88$ эВ) часть представленного участка спектра является высокоэнергичным хвостом распределения тепловых протонов

даются одновременно, определяет устойчивость магнитосферной плазмы, потери энергичных частиц и другие важные процессы, систематически холодную плазму начали изучать лишь недавно. Данные по динамическим процессам в ней довольно отрывочны.

могут быть очень большими: например, известны случаи, когда величина β доходила до 6 [163]).

Появление на орбите ATS локально инжектированных частиц ставит вопрос об их происхождении. Можно предположить, что они в результате какого-либо процесса пришли из других областей магнитосферы, либо были ускорены на месте (настолько, чтобы войти в наблюдаемый энергетический диапазон). «Материалом» для ускорения могли бы быть местные заряженные частицы очень малых энергий. Поскольку орбита ATS проходит по авроральной области магнитосферы, где (см. п. 2.2) средняя энергия E_p , $E_e \approx 1$ кэВ, рассмотрим, что происходит с частицами, энергия которых меньше, чем средняя.

Хотя соотношение между плотностями горячей и крайне холодной плазмы в области авроральной магнитосферы, где они наблю-

На рис. 36 изображено распределение протонов по энергиям для трех моментов времени. Спутник, снявший эти распределения, летел в направлении от плазмопаузы к магнитопаузе. Он находился вблизи плоскости экватора в квазидипольной части магнитосферы, в ночной полусфере. Как видно из рисунка, между 21 ч 10 м и 21 ч 30 м UT плотность малоэнергичных «тепловых» протонов уменьшилась, количество более энергичных «надтепловых» протонов возросло. Согласно [95], уменьшение плотности тепловых протонов до значений, много меньших плотности надтепловых, происходит резко и внезапно и часто наблюдается в областях магнитосферы вне плазмопаузы. Оно сопровождается появлением электростатических электронно-циклотронных колебаний, которые в условиях магнитосферы могут существовать лишь если плотность низкоэнергичной тепловой плазмы не превышает величины порядка 5% плотности надтепловой [95].

Приведем некоторые статистические данные, полученные на ATS [99]. В основном температура тепловой плазмы лежит в диапазоне 1—30 эВ, плотность меняется в зависимости от местного времени, достигая максимума $n \approx 10 \text{ см}^{-3}$ в послеполуденном секторе — вспомним об облаках плотной холодной плазмы (см. п. 2.3) — и минимума $n \approx 1 \text{ см}^{-3}$ ночью. (По данным [97], в дневной магнитосфере $n \approx 0,2-1 \text{ см}^{-3}$). Параметры холодной плазмы очень изменчивы. Так, в послеполуденном и вечернем секторах $1 \text{ см}^{-3} < n \leq 10 \text{ см}^{-3}$ в 60% случаев и $n > 10 \text{ см}^{-3}$ в 10—20% случаев. Плотность $n > 1 \text{ см}^{-3}$ бывает в ночном секторе лишь в магнитоспокойные периоды, при магнитных возмущениях холодная плазма практически отсутствует ($n \ll 1 \text{ см}^{-3}$).

Распространено мнение, что частицы, появление которых мы наблюдаем (в том числе и при локальных инжекциях), приходят из других частей магнитосферы. Это предположение высказал Мак-Илвайн (см. [100] и данные там ссылки), который, проводя исследования на ATS, заметил, что магнитосферная суббура соответствует внезапно увеличению утренне-вечерней компоненты электрического поля вблизи полуночи.

По соотношению (1) это означает усиление движения плазмы из хвоста к Земле. Наблюдения [100, 102] показывают, что, если исключить слабые суббуры, момент инжекции согласуется с началом магнитного возмущения в пределах 10 мин.

Отчетливого эффекта, аналогичного магнитосферному, в ионосфере не видно ([101], см. также рис. 36). Однако нельзя непосредственно отождествить эту картину с наблюдаемой в плоскости экватора, поскольку проектирование поля E по силовым линиям B не всегда правомерно (см. пп. 5.3 и 2.4).

Интересны наблюдения за ионосферой у подножья магнитной силовой линии, на которой находится спутник ATS. Присутствие горячей плазмы, определяемое по электронам с доста-

точно большими питч-углами, в точке, где находится ATS, является необходимым, но не достаточным условием появления авроральных высыпаний у подножья [103]. Вообще говоря, интенсивность потоков таких электронов на ATS не коррелирует с интенсивностью полярных сияний у подножья. Сияния очень быстро флюктуируют, тогда как потоки, наблюдаемые на ATS, меняются значительно медленнее (это говорит в пользу существования неустойчивостей в области между ионосферой и орбитой ATS). Однако корреляция велика при локальных инъекциях, регистрируемых на ATS. Локальная инъекция вообще производит структурные сияния, такие, как при внезапном начале суббури, и иногда перемещающийся к западу изгиб.

Заметим, что наблюдаемые на ATS инъекции частиц не всегда сопровождаются изменениями магнитного поля [104].

Результаты Мак-Илвайна стимулировали интерес к расчетам движения частиц в магнитосфере при наложенном утренне-вечернем электрическом поле. С этими расчетами часто сравнивают результаты экспериментов (например, [164]), и мы остановимся подробнее на их идейной стороне и выводах.

4.4. Конвекция в заданных электрическом и магнитном полях. Трассирование частиц

Воспользуемся приближением заданного \mathbf{V} (см. п. 3.3), выбирая вид магнитного поля, вообще говоря, соответственно уровню магнитной возмущенности (см. п. 4.1).

Далее, представим себе, что независимо от магнитного задается электрическое поле. Проследим за движением заряженной частицы при этих условиях.

Если в такой постановке задачи рассматривать даже самый простой случай, когда электрическое поле (направленное с утра на вечер) постоянно во времени и однородно в пространстве, то получаются результаты, в некоторых отношениях согласующиеся с экспериментом. Описывается, как мы видели в п. 3.3, основной тип конвекции. Можно выявить также ряд свойств инъекции. Проиллюстрируем это на примере движения в экваториальной плоскости отдельных независимых частиц с питч-углом 90° , следуя [50]. Проследим траектории частиц, дрейфующих в соответствии с (3) из околоземной части плазмослоя (где силовые линии имеют характер квазидипольных). Благодаря электрическому дрейфу каждая частица движется перпендикулярно \mathbf{E} в сторону Земли, благодаря градиентному — пересекает эквипотенциали \mathbf{E} , ускоряясь. Траектории такого адиабатического движения приведены на рис. 37 (кроме заданного электрического поля здесь учтено еще поле коротации — поле униполярного индуктора, который представляет со-

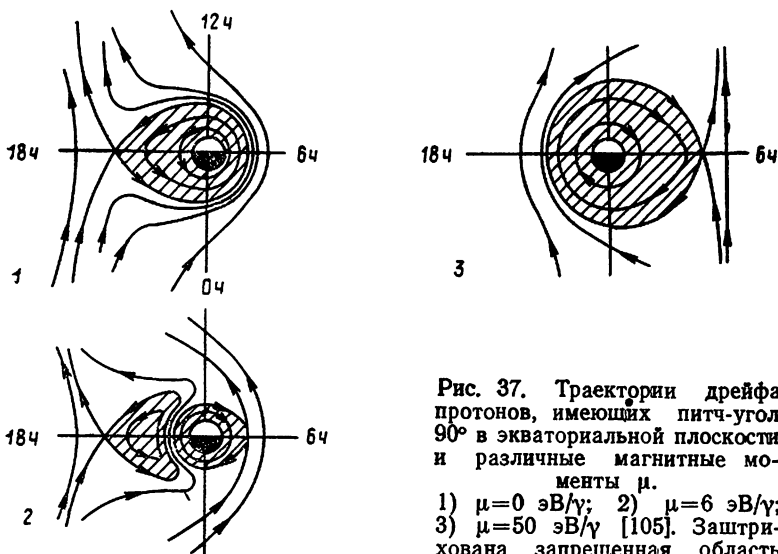


Рис. 37. Траектории дрейфа протонов, имеющихpitch-угол 90° в экваториальной плоскости и различные магнитные моменты μ .
 1) $\mu=0$ эВ/γ; 2) $\mu=6$ эВ/γ; 3) $\mu=50$ эВ/γ [105]. Заштрихована запрещенная область

бой Земля, вращающаяся вместе со своей проводящей ионосферой; введено еще дополнительное предположение эквипотенциальности силовых линий магнитного поля [106, 19]).

Расчеты по этой модели распространяют и на более сложные случаи (см. обзор [104]); качественно результаты при этом сохраняются.

Заштрихованная область на рис. 37, называемая *запрещенной*, может содержать лишь замкнутые траектории и поэтому ее обычно трактуют как недоступную для частиц плазмослоя плазмосферу*. Такая «плазмосфера», как видно из рисунка, оказывается различной для частиц разных энергий. Однако вывод о проникновении частиц с промежуточными энергиями (магнитными моментами) далеко вглубь реальной плазмосферы (см. рис. 37б) противоречит эксперименту, поскольку инжектированные частицы не наблюдаются ближе к Земле, чем на расстоянии $\sim 1 r_E$ от плазмопаузы ([34], см. также рис. 12). Запрещенная область для частиц малых энергий (рис. 37а) напоминает реальную плазмосферу (см. обзор [28], а также рис. 9); очевидно, в этом предельном случае результат совпа-

* Плазмослой в этой модели надо понимать как совокупность независимо дрейфующих частиц с энергиями, лежащими в данном диапазоне (см. также п. 2.2). Об учете общего самосогласованного электрического поля см. гл. 6. Высыпания в ионосферу из плазмослоя при конвекции обсуждаются в [108, 109].

Границу запрещенной области часто называют (внутренним) *слоем Альфвена* (см. рис. 8), поскольку такого рода движение частиц было впервые исследовано Альфвеном.

дает с полученным на основе представления о плазмосфере как об области замкнутых эквипотенциалей суммарного электрического поля конвекции и коротации с использованием соотношения (1) [19]. Но эксперимент показывает, что движение плазмы у плазмопаузы (с ее внутренней стороны) идет намного медленнее, чем предсказывают рассматриваемые механизмы [16]. Значительные скорости конвекции и ассоциируемые с ними электрические поля наблюдаются лишь в области аврорального овала и полярной шапки (рис. 38). Проникновение их

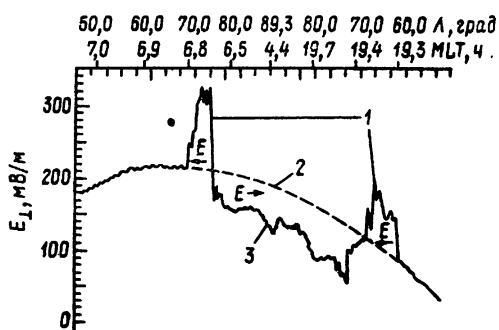


Рис. 38. Электрические поля, измеренные во время пролета маловысотного спутника над северным полярным районом [49] (направление стрелок соответствует взгляду от Солнца):

1 — конвекция к Солнцу (авроральный овал), 2 — электрическое поле в системе отсчета спутника, связанное с его движением (физический смысл имеет отклонение сплошной кривой от штриховой кривой 2), 3 — конвекция от Солнца (полярная шапка). Λ — магнитная широта

в плазмосферу имеет место только во время сильных суббурь [91, 107, 110].

С позиций трассирования частиц малость скорости конвекции в плазмопаузе по сравнению с авроральной магнитосферой связывают с эффектом *поляризации* плазмы, поступающей из хвоста. Такой эффект должен быть обусловлен градиентным дрейфом более энергичных частиц (горячей составляющей плазмы). Поскольку у электронов этот дрейф направлен на восток, у протонов — на запад, возникает электрическое поле поляризации, направленное с вечерней стороны на утреннюю, т. е. противоположное внешнему наложенному электрическому полю конвекции. В результате электрическое поле внутри альфвеновского слоя должно стать слабее по сравнению со случаем, когда энергичных частиц нет. Подробнее см. [19, гл. 4].

Если в рассматриваемой модели увеличить E , то частицы будут подходить ближе к Земле и достигать больших энергий. Это можно интерпретировать как инжекцию частиц. Такого рода эффект связывают и с суббурей в предположении, что нестационарный процесс — суббуря — можно рассматривать как незавершенный переход к новому стационарному состоянию (пренебрегая при этом изменением магнитного поля во время суббури — см. п. 4.1). Представим себе, как все это должно выглядеть в реальности.

Спутник, попавший в область пространства, где преобладающим является электрический дрейф и, соответственно, частицы разных энергий дрейфуют почти с одной скоростью, «увидит» их более или менее одновременно. Этот случай похож на локальную инъекцию. Она, действительно, чаще имеет место с ночной стороны магнитосферы. Если же спутник встретит частицы в области, где стал существенным градиентный дрейф, то он начнет регистрировать «раздрейфовавшиеся» частицы.

Наконец, если величина электрического поля спадет, то новые поступающие из плазмослоя частицы не будут уже доходить до орбит этих раздрейфовавшихся частиц. Облако последних будет иметь вид кольцевого тока, продолжающего существовать, когда все суббури уже кончились.

Однако надо заметить, что в реальной магнитосфере инъекция при изолированной суббуре происходит в области, уже занятой частицами из плазмослоя [32, 85], что трудно связать с представлениями о более глубоком «забрасывании» в ранее запрещенную область частиц из хвоста в период магнитных возмущений.

Остается неясным, с чем связаны взрывное начало суббури и ее пространственная локализация в начальный момент, а также характерный комплекс явлений, наблюдаемых в ионосфере (образование выступа и пр.).

5. ЭФФЕКТЫ ИОНОСФЕРНОЙ ПРОВОДИМОСТИ. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ТОКИ И ДУГИ ПОЛЯРНЫХ СИЯНИЙ

Магнитосферная плазма отделяется от нейтральной атмосферы плазмой ионосферы, в которой плотность нейтральных частиц намного больше плотности заряженных (п. 2.2). Проводящая ионосфера находится в контакте с проводящей магнитосферой и образует с ней единую электродинамическую систему.

В некоторых случаях генерация электрического поля происходит в ионосфере. По существу газ на ионосферных высотах (в слое F или E) представляет собой воздух с небольшой примесью заряженных частиц. Движения воздуха, вызванные атмосферными причинами, генерируют электрические поля, которые, передаваясь в магнитосферу, заставляют двигаться ее плазму. Такой механизм называют «*ионосферным динамо*» (см., например, [19]). Другим примером может быть уже упоминавшаяся в п. 4.4 коротация магнитосферной плазмы с Землей и ее ионосферой.

Как показывают эксперименты и расчеты, ионосфера в области аврорального овала по отношению к магнитосфере является «мотором»: электрическое поле магнитосферной конвекции, передаваясь по силовым линиям в ионосферу, вызывает

движение ее заряженной компоненты. Благодаря трению между ионами и нейтралами, а также вязкости самой нейтральной компоненты, это движение захватывает все вещество, включая нейтралы. По расчетам, основанным на данных прямых наблюдений радаром некогерентного рассеяния в Чатанике (Аляска), уже через час после «включения» магнитосферной конвекции скорость вещества в нижней ионосфере составляет ~ 80 м/с [111]. Нагрев воздуха в слое E — авроральными электроструями (джоулев) и трением между высыпающимися и ионосферными частицами — превышает нагрев этой области атмосферы электромагнитным излучением Солнца [112]. С этим «авроральным» нагреванием связывают наблюдаемые в слое E большие горизонтальные градиенты давления [113].

5.1. Устойчивость магнитосферных процессов

По отношению к магнитосфере ионосферу можно рассматривать как массивный торец, в который «упираются» магнитные силовые линии. Как во всякой плазменной системе, величина проводимости торца должна оказывать сильное влияние на устойчивость процессов в плазме [114].

Экспериментальные данные говорят о том, что космофизические процессы развиваются по-разному над полярными районами в зависимости от того, стоит там полярный день или полярная ночь. Явления, наблюдаемые в летнем полярном районе, оказываются более регулярными, чем в зимнем (например, картина конвекции — см. п. 3.4, так называемые структуры типа перевернутого V [49] — см. п. 5.3, и т. д.). Возможно, это — следствие стабилизирующего действия торца — «летней» ионосферы, проводимость которой увеличена по сравнению с зимней из-за фотоионизации (см. п. 2.1)*. Однако следует иметь в виду, что в высоких широтах атмосферные процессы во всей толще атмосферы вообще гораздо спокойнее летом, чем зимой [115]. Если вопрос о степени влияния космических факторов на погоду еще является дискуссионным [116], то обратное сильное воздействие движений в нижней атмосфере на верхнюю, в том числе на ионосферу и магнитосферу, не вызывает сомнений со времен работы [117]. В дальнейшем мы не будем касаться эффектов движения ионосферы и, идеализируя, будем считать ее просто неподвижным проводником.

* Кроме того, различие в картине конвекции между двумя полушариями Земли может быть связано с тем, что «летняя» полярная прядь в большей степени, чем «зимняя», обращена навстречу потоку солнечного ветра. Благодаря этому пряди могут по-разному взаимодействовать с солнечным ветром. Так, согласно [77], картину конвекции над летним полушарием можно интерпретировать как следствие «регулярного» пересоединения, тогда как над зимней — турбулентного.

5.2. Глобальная система параллельных токов

Проводимость ионосферы имеет обычный для частично ионизованного газа характер [13]:

$$\begin{aligned}\sigma_P &= \frac{n_e e}{B} \left(\frac{\Omega_i \nu_i}{\Omega_i^2 + \nu_i^2} - \frac{\Omega_e \nu_e}{\Omega_e^2 + \nu_e^2} \right), \\ \sigma_H &= \frac{n_e e}{B} \left(\frac{\Omega_i^2}{\Omega_i^2 + \nu_i^2} - \frac{\Omega_e^2}{\Omega_e^2 + \nu_e^2} \right), \\ \sigma_{\parallel} &= \frac{n_e e}{B} \left(\frac{\Omega_i}{\nu_i} + \frac{\Omega_e}{\nu_e} \right),\end{aligned}\quad (4)$$

где $\Omega = eB/m$ — гирочастота, положительная для ионов и отрицательная для электронов, σ_P — проводимость в направлении компоненты поля E , перпендикулярной магнитному, — *проводимость Педерсена* (в других разделах физики ее называют проводимостью Таунсенда), σ_H — проводимость Холла, σ_{\parallel} — проводимость вдоль силовых линий магнитного поля, ν_i (ν_e) — эффективная частота соударений иона (электрона) с нейтралами. Типичные профили ионосферных проводимостей для средних широт показаны на рис. 39. Видно, что при переходе от верх-

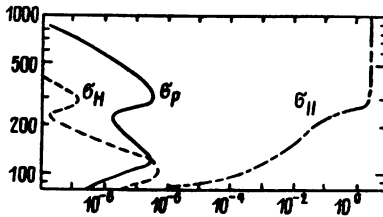


Рис. 39. Типичные профили проводимости [27] (ночная ионосфера; аналогичные профили для дневной приведены, например, в [15]). Проводимость дана в См, по оси ординат — высота в км

ней ионосферы к нижней меняется тип ионосферной проводимости: если в верхней ионосфере избыточный пространственный заряд рассасывается в основном из-за токов j_{\parallel} вдоль силовых линий, то в нижней — определенную роль играют также токи поперек силовых линий.

Продольные токи наблюдают и в магнитосфере в интервале от ионосферных высот до орбиты ATS [118]. (Их называют также биркеландовыми по имени К. Биркеланда, который предполагал их существование еще в начале века, он же выделил суббурю как фундаментальный магнитосферный процесс.)

Области, где имеются j_{\parallel} одного знака, вытянуты вдоль магнитных поверхностей и имеют вид токовых слоев. Такой слой может быть одинарным, но иногда непосредственно вдоль него следуют токовые слои с противоположным направлением j_{\parallel} , т. е. существуют *двойные* или множественные слои. Статистически усредненное распределение j_{\parallel} (в отличие от

индивидуальных распределений) выглядит очень просто (рис. 40 а, б) и представляет собой так называемую глобальную систему $j_{||}$ (она получена путем измерений, проведенных на спутнике с круговой орбитой на высоте ~ 800 км) [118—120]. Рис. 40а относится к слабозмущенным условиям, однако общий вид изображенной на нем картины параллельных токов не меняется при возрастании возмущенности: вся карти-

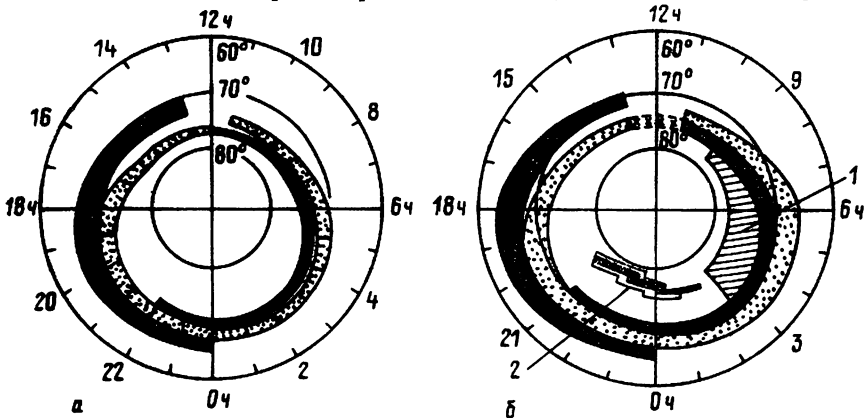


Рис. 40. Среднее распределение крупномасштабных продольных токов: Зачерненная площадь соответствует току в ионосфере, заполненная точками — току из ионосферы; а — спокойные условия, б — суббуря; 1 — иррегулярные возмущения, 2 — токи, «прыгающие» к полюсу (появляются во время фазы восстановления)

на следует авроральному овалу, растягиваясь вместе с ним. Относительно плоскости геомагнитного экватора она симметрична.

Везде, кроме области разрыва Харанга, где картина более сложная, можно выделить по физическим свойствам высокоширотные токовые слои — «область I», где ток втекает в ионосферу на утренней стороне и вытекает на вечерней, и более низкоширотные — «область II», где распределение токов обратное.

Хотя интенсивность токов обеих областей растет с уровнем магнитной возмущенности (см. п. 4.1), но токи области I существуют и при очень малой магнитной возмущенности, тогда как токи области II в такие периоды исчезают (данные относятся к утреннему (4—9 ч) и к послеполуденному (13—18 ч) интервалам местного времени [118]). Таким образом, токи области II появляются в те же периоды, что и авроральные электроструи (рис. 32а), их интенсивность на вечерней стороне до 23 ч местного времени коррелирует с восточной электроструей, после 23 ч — с западной [118]. Эти корреляции стимулируют интерес к поискам трехмерной токовой системы [25].

В среднем токи области I сильнее, чем токи области II всюду, кроме ночного сектора местного времени (21—3 час), где токи области II сравнимы или слегка больше токов области I.

Обратимся теперь к мгновенным картинам j_{\parallel} . На дневной стороне магнитосферы токи области I наблюдаются во все времена года чаще одни, чем в сочетании с токами области II. На ночной стороне доминируют двойные токовые слои (сочетание токов области I с токами области II) [121]. Как и следует ожидать, величина j_{\parallel} контролируется проводимостью ионосферы. Летом, когда проводимость в районе полюса увеличена за счет фотоионизации солнечным светом [122, 123], интенсивность как единичных, так и двойных токовых слоев в дневное время (в интервале от 10 час до 18 час) превосходит зимнюю примерно в два раза. Интенсивность в ночное время не зависит от сезона; это соответствует представлениям о том, что в этом секторе аврорального овала проводимость ионосферы обусловлена высыпаниями заряженных частиц из магнитосферы [122, 123].

Численные значения проводимости авроральной ионосферы при различных условиях приведены также в [7] (см. рис. 3). Влиянию картины проводимости на перераспределение электрических полей посвящен обзор [124].

Благодаря действию различных магнитосферных процессов, приводящих к высыпаниям частиц (суббурям, диффузии по питч-углам и пр.), мгновенное пространственное распределение ионосферной проводимости оказывается очень разнообразным. Роль высыпаний иллюстрирует рис. 41 а, б, в, г, где представ-

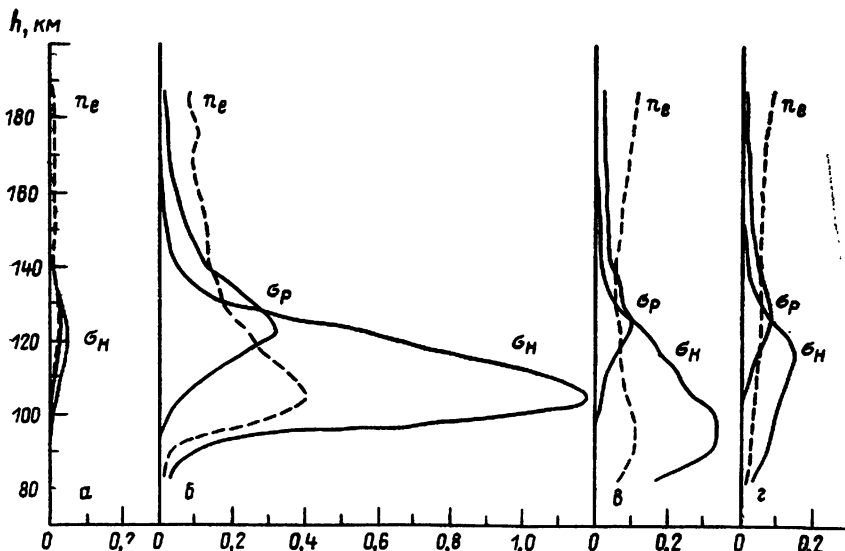


Рис. 41. Высотные профили электронной концентрации n_e и проводимостей σ_N и σ_P , снятые в течение суток в Чатанике [13]:

а — район главного ионосферного провала, б — полярный сектор, период сильных высыпаний частиц, в — полярный сектор, период высыпаний энергичных частиц, г — полярный сектор, спокойный период. Электронная концентрация дана в единицах 10^{12} м^{-3} , проводимость — в мСм/м

лены профили проводимости над Чатаникой, снятые в разные моменты одних и тех же суток. Картина мелкомасштабных параллельных токов получается при этом очень пестрой (см., например, [125]). Кроме того, токи вдоль силовых линий магнитного поля сами приводят к развитию ряда неустойчивостей [126], которые сопровождаются ускорением и высыпанием частиц (см. обзор [127]), что в свою очередь изменяет проводимость ионосферы. При спокойных условиях повышенные ионизация и проводимость ионосферы наблюдаются в области дуг полярных сияний.

5.3. Дуги полярных сияний

Дуги встречаются повсюду в авроральном овале и полярной шапке (см. п. 2.1). Однако, как уже говорилось, наиболее типичны они для вечернего и предполуночного секторов аврорального овала, там же они имеют наиболее четкий и «правильный» вид. Дуги этой области наиболее исследованы и в дальнейшем речь пойдет только о них (более общее описание свойств дуг см. в приложении 2).

Малоподвижные длинные дуги характерны для магнитоспокойных периодов. Они представляют особый интерес, в частности, как «стабильные» формы полярных сияний. В п. 4.2.1 отмечено, как они соотносятся с резко нестационарным процессом — суббурей.

Дуги могут быть «погружены» в диффузные полярные сияния [6—8], в типичные для аврорального овала крупномасштабные электрические поля [129] (см. также рис. 18), в крупномасштабную систему параллельных токов [130] (см. рис. 40).

Космический аппарат, пересекая дугу, регистрирует сначала увеличение средней энергии электронов примерно до величины 10 кэВ, а затем спад [49]. Имея в виду такой профиль средней энергии, говорят, что наблюдается *структура типа «перевернутого V»*. В той же области увеличен поток высыпавшихся электронов. Обычно это объясняют существованием над дугой электростатического поля, эквипотенциали которого имеют вид, показанный на рис. 42 а. (Таким образом, об эквипотенциальности силовых линий говорят, имея в виду область вне дуг полярных сияний [26]). Заметим, что дуги наблюдаются одновременно у ионосферных подножий силовых линий северного и южного полушарий. Соответственно должна быть симметрична относительно экватора и картина, изображенная на рис. 42а, б.

Приведенное распределение электростатического поля согласуется с наблюдаемым движением бариевых облаков — паров бария, которые выбрасываются вдоль силовой линии **B** с космического аппарата. Барий ионизуется ультрафиолетовым излучением Солнца, и его ионы «держатся» своей силовой ли-

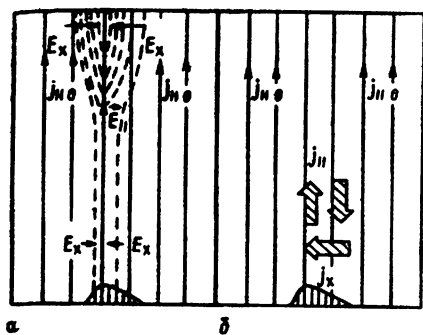


Рис. 42

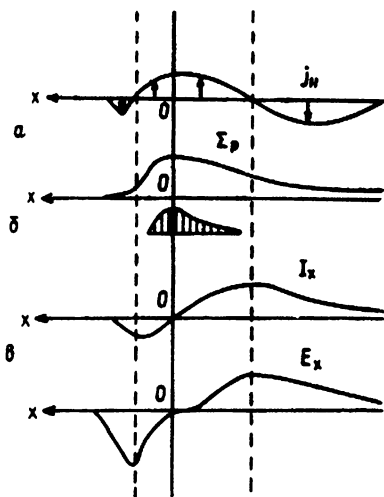


Рис. 43

Рис. 42.

a — к интерпретации структуры типа перевернутого *V*; штриховые линии — эквипотенциали электрического поля над дугой; *b* — система продольных токов дуги (широкие стрелки); $J_{\parallel 110}$ — восходящий крупномасштабный продольный ток [130]; полюс слева; штриховкой показано распределение n_e в дуге

Рис. 43. Профили распределений в направлении поперек дуги продольного тока (*a*), интегральной проводимости Педерсена (*b*), поперечного ионосферного тока (*c*) и поперечного ионосферного электрического поля (*d*), выведенные из наблюдательных данных [130]; *x* возрастает в сторону полюса; штриховкой показано распределение n_e в дуге

нии. Поскольку эти ионы рассеивают свет, бариевая «полоска» становится видимой. По ее движению перпендикулярно магнитному полю определяют E_{\perp} , по ускорению вдоль силовой линии — E_{\parallel} (см. [12]).

Сильное электрическое поле (>50 мВ/м) было измерено на высотах >5500 км, при этом ниже 4000 км напряженности были умеренными. На спутнике S3-3 отмечались даже поля ~ 500 мВ/м. Во всех этих случаях на тех же силовых линиях наблюдались дискретные формы полярных сияний. Размеры области этих сильных электростатических полей соответствуют толщине дуги полярного сияния (см. обзор [12]). Квазистатические поля ускоряют идущие к Земле электроны и «вытягивают вверх» (от Земли) характерные для ионосферы ионы O^+ и H^+ [12], причем над областью, где существует такой поток, J_{\parallel} часто превышает значение, пороговое для электростатической ионно-циклотронной неустойчивости (данные для высот 1000—8000 км [110]).

Такого рода продольные электрические поля, существующие на некотором участке силовой линии *B*, связывают с появлением областей аномального сопротивления или возникновением

двойных электростатических слоев, аналогичных тем, что наблюдаются в лабораторных газоразрядных трубках (см., например, [127, 131, 132, 165]).

Наблюдения на спутнике S3-3 показали, что области, ответственные за ускорение авроральных электронов, окружены намного более протяженной турбулентной областью [133]. Часть этой турбулентности была идентифицирована [134] как «турбулентность нулевой частоты», тогда как другие компоненты были отождествлены с ионно-циклотронными волнами. Электростатическая турбулентность, подобная обнаруженной у Земли, также видна на авроральных силовых линиях на расстояниях порядка $40 r_E$ в хвосте магнитосферы (подробнее см. [12]).

Однако следует заметить, что недавние ракетные измерения ([135], см. также обзор [136]) трудно интерпретировать на основе представлений о действии полей указанного вида. В частности, потоки высыпающихся вдоль В частиц оказываются максимальными по краям дуги и пониженными в середине. Функции распределения высыпающихся частиц обсуждаются в [135, 8].

В вечернем секторе часто наблюдаются единственная длинная дуга и полоса диффузного свечения несколько экваториальнее ее. Распределение некоторых величин в направлении поперек такой вечерней дуги представлено на рис. 43а, б, в, г. На примере этой картины удобно провести сопоставление [130] мелкомасштабных (связанных с дугой) параллельных токов и глобальной (крупномасштабной) системы таких токов (см. п. 5.2). Толщина каждого из двух глобальных токовых слоев (областей) составляет примерно 100—700 км, плотность вытекающего тока лежит в пределах $5 \cdot 10^{-7}$ — $2,5 \cdot 10^{-6}$ А/м², втекающего — от 10^{-7} до $7 \cdot 10^{-7}$ А/м². Дискретная дуга находится в области вытекающего из ионосферы крупномасштабного тока. «Собственные» параллельные токи дуги изображены толстыми стрелками на рис. 42б: ток вытекает в самой дуге и втекает рядом с ней, с экваториальной стороны. Толщина каждого из этих токовых слоев от 20 до 60 км. Плотность тока — от $5 \cdot 10^{-6}$ до $3 \cdot 10^{-5}$ А/м², т. е. на порядок выше, чем глобального.

Параллельные токи дуги наблюдались также на высотах 400—900 км. Возможно, они даже есть на расстоянии $(5 \div 7) r_E$ от Земли (см. обзор литературы в [130]).

6. ТЕНДЕНЦИИ В ТЕОРЕТИЧЕСКОМ ИЗУЧЕНИИ ГЛОБАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ МАГНИТОСФЕРЫ

Важнейшими динамическими процессами магнитосферы оказываются, как мы видели, конвекция «основного типа» (ответвляющаяся крупномасштабному электрическому полю, направленному в основном с утра на вечер внутри магнитосферы) и резко нестационарное явление — суббура.

В такой плазменной системе, как магнитосфера, где твердой является лишь Земля, крупномасштабные изменения величин всегда комплексны и взаимосвязаны. Чтобы продвинуться в рассуждениях или расчетах, приходится так или иначе отвлекаться от этой самосогласованности. Самосогласованность не учитывалась вовсе в простой постановке задач п. 4.4, где электрическое и магнитное поля принимались независимо заданными и игнорировалось влияние проводящего торца — ионосферы.

Обратимся теперь к теоретическим моделям, которые отражают самосогласованность тех или других факторов. При этом остановимся на тех работах, где ведущая физическая идея позволяет получать выводы при сравнительно небольшом числе исходных предположений. Эти работы распадаются на две группы. В одной из них ([1, 44, 45, 137—141] и др.) магнитосферное магнитное поле изменяется самосогласованно с рассматриваемым процессом, а эффекты ионосферной проводимости считаются вторичными (работы [1, 44, 45] уже обсуждались в гл. 3). В пользу такого подхода говорит, например, тот факт, что у Меркурия нет атмосферы и, соответственно, ионосферы, однако конвекция и кратковременные процессы, напоминающие земные суббури, в его магнитосфере наблюдаются [142]. В работах другой группы ([143—150] и др.), напротив, магнитосферное магнитное поле принимается в первом приближении неизменным (приближение заданного \mathbf{B}), тогда как явления в ионосфере самосогласованы с изучаемым процессом.

Начнем с работ второй группы. Среди них одними из самых ранних являются работы Тверского [143, 144]. Они же остаются наиболее разработанными на уровне аналитических расчетов. Однако их обсуждение мы отложим и рассмотрим вначале работы других авторов. Это позволит поэтапно ввести необходимые представления и проследить получаемые на каждом шаге результаты.

Многие космофизические работы идейно восходят к упрощенной модели магнитосферно-ионосферного взаимодействия, предложенной Василюнасом [145]. Учитывая, что скорость конвективного потока вне плазмопаузы везде (за исключением, быть может, нейтрального слоя) мала по сравнению с тепловой, Василюнас предложил заменить уравнение движения плазмы укороченным

$$\nabla p = \frac{1}{c} [\mathbf{j}\mathbf{B}]$$

(здесь p — суммарное давление протонов и электронов; вообще говоря, оно рассматривается как анизотропное). Полагая, что можно пренебречь магнитными эффектами тока \mathbf{j} , автор использует приближение заданного \mathbf{B} . В этом случае ток в магнитосфере, очевидно, однозначно определяется пространственным распределением достаточно энергичных частиц, дающих

основной вклад в ∇p (или, как говорят, присутствием *асимметричного облака энергичных частиц*). Соответственно в этой модели холодная плазма магнитосферы не является проводником электрического тока поперек силовых линий. Ее роль в электродинамических процессах сводится к поддержанию эквипотенциальности силовых линий \mathbf{V} за счет перераспределения заряда вдоль них. Таким образом, возможно перетекание заряда из ионосферы в магнитосферу и наоборот. При этом, поскольку токи текут и через ионосферу, распределение ее проводимости влияет на вид электрического поля во всей системе. Поле \mathbf{E} , согласно (3), в свою очередь, влияет на дрейф частиц в магнитосфере, другими словами, на их пространственное распределение и на ∇p . Таким образом, речь идет о механизме взаимодействия магнитосферы и ионосферы, при котором существенно присутствие асимметричного облака энергичных частиц.

Чтобы понять, что вносит действие такого механизма в динамику магнитосферы, нужно представить себе ситуацию, когда этот механизм «отключен». Такой вариант модели рассмотрен в работе [147], где условно принято, что внутренняя часть магнитосферы (см. рис. 44) заполнена холодной плазмой (плазмой

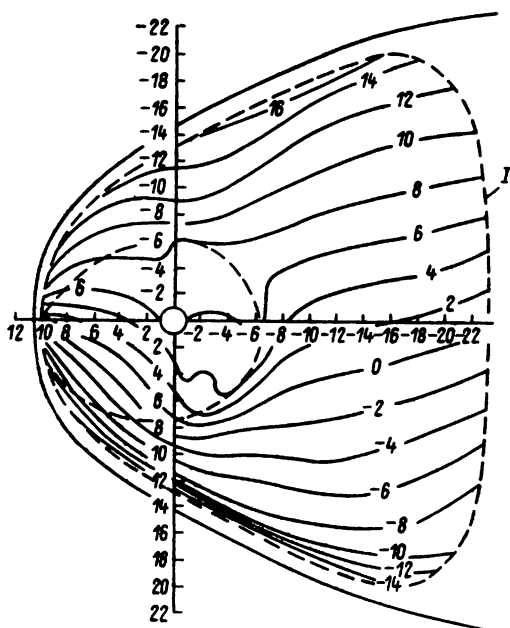


Рис. 44. Вычисленное распределение эквипотенциалей электрического поля [148], соответствующего конвекции, в экваториальном сечении магнитосферы
Внутренняя штриховая линия — слой Альфвена, внешняя — контур, на котором задается электрическое поле [147]

нулевого давления). Вдоль контура I задано внешнее стационарное электрическое поле. Эти граничные значения по физической сути дела отражают влияние движущей силы конвекции, действующей вне изучаемого объема. Они заданы таким образом, чтобы холодная плазма двигалась согласно (1) с ночи на день (в изучаемом объеме). Магнитное поле задается моделью Мида—Вильямса (см. [25]). Подножья силовых линий, соответствующих контуру I , образуют в ионосфере некоторый замкнутый контур I_1 . Уравнение непрерывности тока в ионосфере, которое в данном случае имеет вид

$$\operatorname{div} \{ \sigma(\theta, \varphi) \nabla \Phi \} = 0$$

(здесь Φ — электрический потенциал, тензор $\sigma(\theta, \varphi)$ — известная функция долготы φ и широты θ , принятая для простоты четной по θ относительно экватора). Решения этого уравнения при заданных условиях на контуре I определяют электрическое поле E . Его рассчитывают численно. Затем, согласно (1), ему сопоставляется движение холодной плазмы, которое оказывается сходным в общих чертах с конвекцией основного типа.

Заметим, что магнитосферу Вульфа—Василюнаса [147, 145] в случае отсутствия энергичных частиц можно уподобить связке изолированных проводов ($\sigma_{\parallel} = \infty$, $\sigma_{\perp} = 0$), концы которых упираются в проводящие пластины с известным конечным σ — ионосферу. Извне задаются значения напряжения на проводниках, образующих боковую поверхность связки (эта поверхность соответствует контуру I) (рис. 45). В стационарном состоянии ток внутри объема отсутствует и течет лишь по пластинам, представляющим ионосферу.

Таким образом, модель Вульфа показывает, что при сделанных предположениях основной тип конвекции во внутренней магнитосфере может соответствовать случаю, когда поперечные токи текут в одной лишь ионосфере. Соответственно, с позиций механизма Василюнаса, присутствие в магнитосфере энергичных частиц не является принципиально важным для существования основного типа конвекции, их роль — создание электрического поля поляризации (см. п. 4.4), ослабляющего действие во внутренней магнитосфере электрического поля, созданного движущими силами конвекции [146].

В дальнейшем в расчетную схему Вульфа [147] последовательно вводились различные усложнения, отражающие присутствие энергичных частиц [148], высыпание частиц в ионосферу [149] и т. д., вплоть до расчета конкретного магнитосферно-ионосферного возмущения, когда магнитное поле задавалось со специальными уточнениями по данным наземных магнитометров за этот период [150].

Согласно расчетам по этой модели [149], электрическое поле, перпендикулярное магнитному, в узкой области вблизи плазмопаузы оказалось очень большим благодаря проникнове-

нию энергичных протонов на более внутренние силовые линии по сравнению с высыпавшимися электронами. Такого рода аномальные поперечные поля иногда действительно наблюдаются у вечерней стороны плазпаузы [151], правда, не на кромке области, занятой энергичными плазменными частицами, а на несколько более низкоширотных линиях.

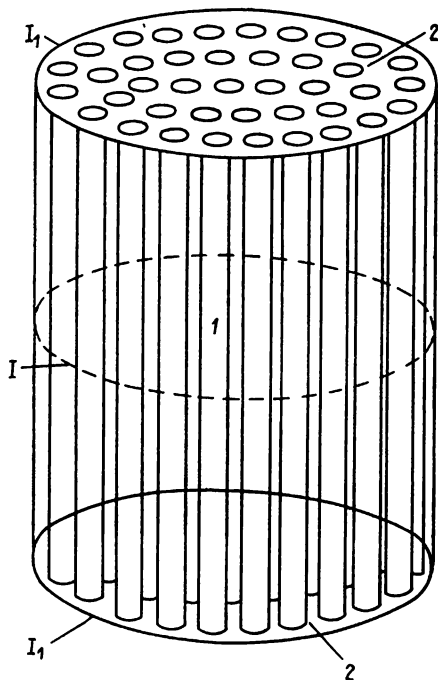


Рис. 45. Иллюстративная модель магнитосферы Вульфа—Васильюнаса:

1 — магнитосфера, 2 — ионосфера; I — контур, на котором задается распределение электрического поля, I_1 — ионосферная проекция контура I

пространственному заряду протонов вдоль силовой линии. Действительно, даже если $E_{\parallel} = 0$ и потенциал выравнивается вдоль силовой линии мгновенно (как и принято в [143, 144]), то скорость подачи заряда по ионосфере к подножью силовой линии, на которой в данный момент находится положительный заряд, определяемая ионосферной проводимостью, конечна. Поэтому процесс нейтрализации заряда будет отставать от перераспределения этого заряда из-за градиентного дрейфа. В результате в магнитосфере появится, кроме пространственного заряда горячих протонов, избыточный заряд холодных электронов. Будем считать этот процесс возмущением по отношению к исходному состоянию магнитосферы, которое характеризуется симметрич-

Вернемся теперь к работам Тверского [143, 144]. В них также изучается внутренняя область магнитосферы. Магнитное поле принимается дипольным. Считается, что в плазму авроральной магнитосферы инжектировано асимметричное облако более горячих, чем эта плазма, протонов (этот случай довольно характерен для магнитосферы — см. п. 4.3). Движение всех частиц описывается системой бесстолкновительных кинетических дрейфовых уравнений.

Горячие протоны совершают электрический и градиентный дрейф, холодные электроны, у которых градиентный дрейф мал, дрейфуя поперек E , нейтрализовать их пространственный заряд не могут. Вообще говоря, не могут это сделать и электроны ионосферы, которые поднимаются к про-

ным кольцом протонов с плотностью $\bar{n}(L)$ в трубке единичного сечения (L — параметр дипольной силовой линии). Из кинетических уравнений для горячих протонов и холодных электронов удается выразить продольную компоненту электрического тока через электрическое поле. Поперечная компонента тока в ионосфере определяется ионосферной проводимостью и полем E , а также распределением продольного тока, поступающего из магнитосферы. Уравнение непрерывности тока в ионосфере дает при этом линейное уравнение для потенциала. Вид этого уравнения полностью определяется заданием функции $\bar{n}(L)$.

Уравнение оказывается довольно простым и допускает разделение пространственных и временной переменных. Система собственных функций может использоваться для решения задач с граничными условиями (например, с заданным электрическим полем, отражающим действие внешних движущих сил конвекции), с начальными условиями (т. е. задачи об эволюции изначально инжектированного облака частиц или изначально заданного электрического поля) и, вообще говоря, с непрерывно действующим источником (когда инжекция энергичных частиц продолжается в течение рассматриваемого периода). Аппарат оказывается таким образом весьма универсальным и позволяет решать типичные задачи физики магнитосферы.

В частности, если задать невозмущенное распределение $\bar{n}(L)$, спадающее наружу от Земли несколько быстрее, чем L^{-7} , то инжекция асимметричного облака энергичных протонов приводит к неустойчивости, которая и по пространственному распределению потенциала, и по изменению во времени напоминает развитие двух- и четырехвихревой токовых систем, связанных с суббуриями (см. пп. 4.1, 4.2.1). Как известно, профиль L^{-7} соответствует условию нейтральной устойчивости относительно перестановочных возмущений [55].

Область максимальной амплитуды такого возмущения приведена на рис. 46. Там же указаны места локализации суббури согласно другим перечисленным ниже концепциям. На рисунке намеренно не проставлены значения координат, поскольку размеры магнитосферы различны при разных уровнях магнитной возмущенности (см. п. 4.1).

Обратимся теперь к работам первой группы, в которых магнитное поле не предполагается заданным. Роль ионосферы в этих работах считается непринципиальной.

Работы [140, 141], так же как и только что рассмотренные, относятся к области квазидипольного поля (см. рис. 44). Но исходные посылки их следующие. Магнитопауза (точнее, внутренняя кромка пограничного слоя) представляет собой границу раздела среды, контролируемой динамикой солнечного ветра, и более разреженной магнитосферной плазмы. Это область больших градиентов плотности. Другая такая область — поверхность плазмосферы. При этих условиях их можно рассматри-

вать как недеформируемые поверхности, ограничивающие конвективный поток авроральной плазмы, текущей с ночной стороны на дневную (см. рис. 76). Вопрос ставится так. Какими свойствами должна обладать плазма, заполняющая это про-

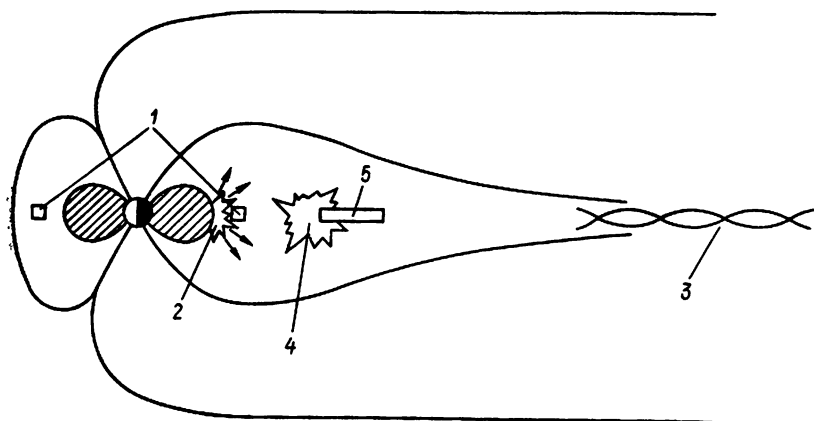


Рис. 46. Локализация возмущений в начале суббури:

1 — по [143, 144], 2 — по [140, 141], 3 — по [137, 139], 4 — по наблюдению, описанному в [32], 5 — по феноменологическим концепциям

странство, чтобы на фоне конвективного потока могли случаться характерные реально наблюдаемые явления: суббуря — взрывной процесс с расширением возмущенной области, а также развитие в узкой области вблизи плазмопаузы аномально большого электрического поля, перпендикулярного магнитному (см. экспериментальную работу [151])?

Можно проследить аналогию между свойствами магнитосферного конвективного потока и течениями в плазменных каналах. Как известно из эксперимента и расчетов [152], при некоторых режимах течения вблизи стенки, являющейся анодом, может возникать неоднородность (понижение плотности вещества и аномально большое электрическое поле, поперечное к магнитному). В определенных условиях возможен «анодный взрыв»: такая неоднородность взрывообразно расширяется, причем вещество разлетается из нее во все стороны. Плазма является гидродинамической (столкновительной), указанные явления обусловлены эффектом Холла.

В предположении, что роль соударений в разреженной плазме магнитосферы могут играть различного рода неустойчивости и волны, было проведено численное моделирование магнитосферной конвекции в области, показанной на рис. 47 а. (Для простоты квазидипольные силовые линии считались круговыми, а все величины постоянными вдоль этих линий).

При некотором выборе параметров получены характерные для магнитосферы распределения скорости, магнитного поля и тока j_{\perp} (который увеличивается по мере перехода в хвост), правдоподобные значения плотности и температуры, а если эффект Холла достаточно велик — скачок электрического потенциала у плазмопаузы. Как и наблюдается в эксперименте [151], в области, где E_{\perp} велико, плотность плазмы понижена, и чем уже эта область, тем больше E_{\perp} (этот результат свободен от расхождения с реальностью, которое имеется в упомянутых расчетах [149]). При еще большем эффекте Холла вещество разлетается из указанной области. Такой «анодный взрыв» напоминает начало суббури.

При прочих равных условиях эффект Холла проявляет себя тем сильнее, чем разреженнее плазма, поступающая из хвоста магнитосферы. Заметим, что в реальной магнитосфере наблюдается падение плотности плазмы перед суббурями (см. п. 4.1). Электрическое поле при «назревающем» анодном взрыве показано на рис. 47б. Обратим внимание, что там, где существен эффект Холла, соотношение (1) нарушается. В реальных условиях оно не выполняется при суббурях (см. п. 2.4).

Перечислим характерные особенности предвзрывного состояния и взрыва, дав одновременно ссылки на экспериментальные

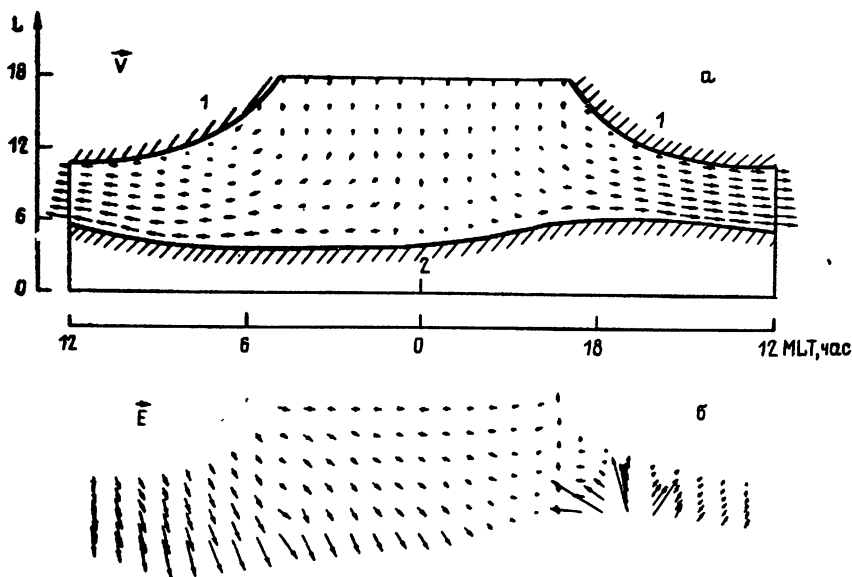


Рис. 47. Результаты численного моделирования конвекции во внутренней магнитосфере [141] (L — параметр дипольной силовой линии): а — установившийся спокойный конвективный поток. Жирные линии представляют: 1 — внутреннюю кромку пограничного слоя у магнитопаузы, 2 — плазмопаузу; б — электрическое поле в момент, предшествующий взрывному началу суббури

работы и (или) на параграфы настоящей статьи, где описаны магнитосферные аналоги этих свойств.

Электрическое поле и течение вне области взрыва практически такие же, как и при спокойной конвекции [101], за исключением области вблизи полуночи, где электрическое поле, характерное для утренней части авроральной магнитосферы, заходит на вечернюю сторону (область разрыва Харанга в магнито-возмущенных условиях — см. п. 4.1).

В предвзрывной ситуации температура в области неоднородности сильно увеличена по сравнению с окружающим потоком. Заметим, что во внутренней части реальной магнитосферы наблюдают появление горячей плазмы (частичного кольцевого тока — см. п. 4.2.2) на вечерней стороне несколько раньше взрывного начала суббури [92]. Локализация взрыва по местному времени совпадает с наблюдаемой (см. п. 4.2.1).

Таким образом, предложенный подход связывает конвекцию основного типа с эпизодическими явлениями на ее фоне — скачком потенциала у плазмопаузы и суббурей. Солнечный ветер управляет этими явлениями через конвективный поток. Анодный взрыв оказывается весьма похожим на локальные признаки суббури. Что касается перестройки магнитосферы к более хвостовой конфигурации (см. п. 4.1), то ее можно вообразить как следствие возмущения, «докатившегося» из области взрыва в околоземную часть хвоста.

Магнитосфера содержит значительное количество энергии в своем далеко вытянутом хвосте и, как мы видели в п. 4.1, при отрицательных значениях V_{Mz} эта энергия увеличивается — полярные пряди разбухают. В этих условиях (см. п. 4.1) суббури бывают чаще и интенсивнее. На этих экспериментальных фактах основывается предположение, что суббуря является неустойчивостью, при которой высвобождается эта запасенная в хвосте энергия. В качестве механизма, обеспечивающего быструю перекачку магнитной энергии в кинетическую энергию частиц, было предложено развитие тиринг-неустойчивости в нейтральном слое хвоста [137]. О существовании нестационарных процессов в хвосте магнитосферы говорят, в частности, следующие экспериментальные факты (см. обзорную часть работы [139]). В плазменном слое частицы могут ускоряться до энергий, превышающих падение электростатического потенциала поперек хвоста, что свидетельствует о существовании в хвосте магнитосферы больших индуктивных электрических полей. В плазмослое также наблюдается сильная магнитная турбулентность.

Теоретически развитие тиринг-неустойчивости в магнитосферных условиях рассматривалось в работах [138, 139] и др. — см. обзор [153]. Хотя линейные возмущения электронной и ионной тиринг-моды оказываются устойчивыми в присутствии даже малой компоненты магнитного поля, нормальной к

плазмослою [138], можно ожидать, что возмущения конечной амплитуды с чередующимися нейтральными линиями X- и O-типа (см. рис. 46) будут нелинейно неустойчивыми [139]. Соответствие ожидаемой картины развития тиринг-неустойчивости и данных наблюдений в хвосте магнитосферы обсуждается в работах [153, 64] и др. Мы не будем вдаваться в подробности этого вопроса, поскольку о наблюдаемых в хвосте явлениях сейчас идет острая дискуссия между самими экспериментаторами (см. замечание в п. 3.2).

Поскольку механизм суббури окончательно не выяснен и предложенные его варианты действуют в разных областях магнитосферы (см., например, рис. 46), рассмотрим обстоятельнее вопрос о пространственной локализации первых признаков суббури. О начавшейся суббуре свидетельствует уярчение дуги, расположенной на экваториальной границе овала дискретных полярных сияний (см. пп. 2.1 и 4.2.1). Однако уярчение дуги может сопровождать и движущийся к западу изгиб. Информация, получаемая с современной, довольно редкой, сети авроральных станций, не обладает нужной определенностью.

Особенно интересны поэтому спутниковые наблюдения полярной шапки в целом [32]. Были зафиксированы два случая перехода от спокойного состояния магнитосферы к суббуре: один при стянутом авроральном овале (см. п. 4.1), когда взрыв произошел в точке с местным магнитным временем $MLT=21$ час на силовой линии, подножье которой имеет широту $\Lambda=71,8^\circ$ (согласно принятым моделям магнитного поля такая линия пересекает экваториальную плоскость в точке с $|X|=10 r_E$), спутник вел также наблюдения за магнитосферными частицами (см. рис. 11); внезапное начало другой суббури соответствовало более растянутому овалу, $MLT=23$ час, $\Lambda=69,3^\circ$, $|X|=12 r_E$. В обоих случаях суббуря началась в области, расположенной значительно ближе к Земле, чем нейтральный слой, там, где силовые линии квазидипольны (рис. 46).

Рис. 11 относится к первому случаю. В 04 ч 51 м UT спутник пересек дугу, уярчившуюся минуту назад (выпуклость еще не образовалась). На профилях потоков электронов при этом появились пики (особенно заметен пик на профиле для 6 кэВ). Присутствие маленького, но отчетливого пика на профиле $\mathcal{E}_e > 22$ кэВ говорит о том, что в этот момент уже имеются значительные потоки энергичных частиц. По-видимому, это первый эксперимент, когда место уярчения было «привязано» к границам физически различных зон в магнитосфере.

В заключение главы остановимся на распространенных феноменологических концепциях, которые часто используются при обсуждении экспериментального материала (см. также п. 4.1). Согласно многим из них, суббуря начинается там, где дипольные силовые линии переходят в хвостовые. Факт, что линии

магнитного поля в этой области в связи с суббурями становятся то более вытянутыми, то более похожими на дипольные (см. рис. 28), рассматривается как центральный во всем комплексе явлений. Очевидно, чтобы поле в некоторой точке *A* стало «более дипольным», достаточно уменьшить ток в приземной экваториальной части хвоста. Согласно распространенной точке зрения [26, 62], это уменьшение связывают с отклонением части тока (оттоком по силовым линиям) в ионосферу (рис. 48). В ионосфере такой ток ассоциируется с западной

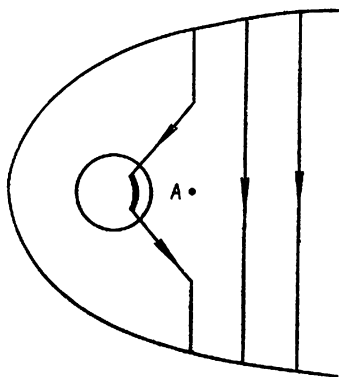


Рис. 48. Отклонение тока по феноменологическим концепциям суббури (вид со стороны северного полюса)

электроструей (рис. 326), наблюдаемой при суббурях. Полярные сияния возникают из-за генерации быстрых электронов этим током в месте его вытекания из ионосферы на вечерней стороне. В такого рода концепциях остается неясным, что именно заставляет ток отклоняться в ионосферу и что определяет долготную протяженность западной электроструи. Привлекают к себе внимание дуги полярных сияний, поскольку с ними связана неоднородность ионосферной проводимости. Вопрос, нельзя ли вызвать суббурю искусственным увеличением числа заряженных частиц в ионосфере, — одна из целей активного космического эксперимента «Триггер» [154].

Работа [155] дает другой пример того, как можно временно уменьшить ток в приземной части плазмослоя. Представим себе, что плазма солнечного ветра, в которую вморожено межпланетное магнитное поле, несет струю электрического тока. Земля попадает в эту струю. Допустим, что часть этого тока проходит через магнитосферу с утренней стороны на вечернюю. Тогда сначала в точке *A* (рис. 48) магнитное поле станет более «хвостовым», а потом, когда струя уйдет, вернется к более дипольной конфигурации.

В последние годы зависимость состояния магнитосферы от параметров солнечного ветра стала изучаться очень подробно. Оказалось, что временной ход магнитной возмущенности на Земле очень похож на изменения величины [156]

$$\varepsilon(t) = v B_M^2 \sin^4 \frac{\Theta}{2} l_0^2,$$

где v и B_M — соответственно скорость и магнитное поле солнечного ветра, $l_0 = 7 r_E$,

$$\Theta = \begin{cases} \arctg(|B_{MY}|/B_{MZ}) & \text{при } B_{MZ} > 0, \\ \pi - \arctg(|B_{MY}|/B_{MZ}) & \text{при } B_{MZ} < 0. \end{cases}$$

Зависимость от ε интенсивности суббури (в частности, величины ионосферных токов в авроральном овале — электроструй, которые характеризуются индексом АЕ; см. п. 4.2.1) приведена на рис. 49 временная зависимость интенсивности кольцевого тока (описываемой индексом D_{st} — п. 4.2.2) дана на рис. 49б. Такая картина зависимости, говорящая в пользу существования какого-то *прямого воздействия*, «контроля» со стороны солнечного ветра, рассматривается как альтернатива идее, что суббури связаны с предварительным накоплением энергии в хвосте.

Заметим, что все сказанное при этом о величине B_{MZ} как о факторе, от которого прежде всего зависит состояние магнитосферы, остается в силе, ибо различие ситуаций $B_{MZ} > 0$ и $B_{MZ} < 0$ заложено в способе вычисления Θ (ср. рис. 49 а и 49 б)

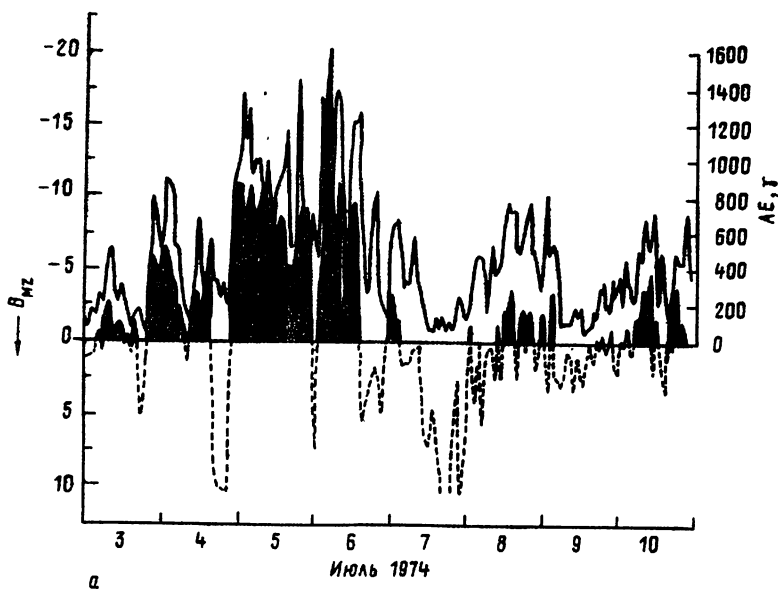


Рис. 49а

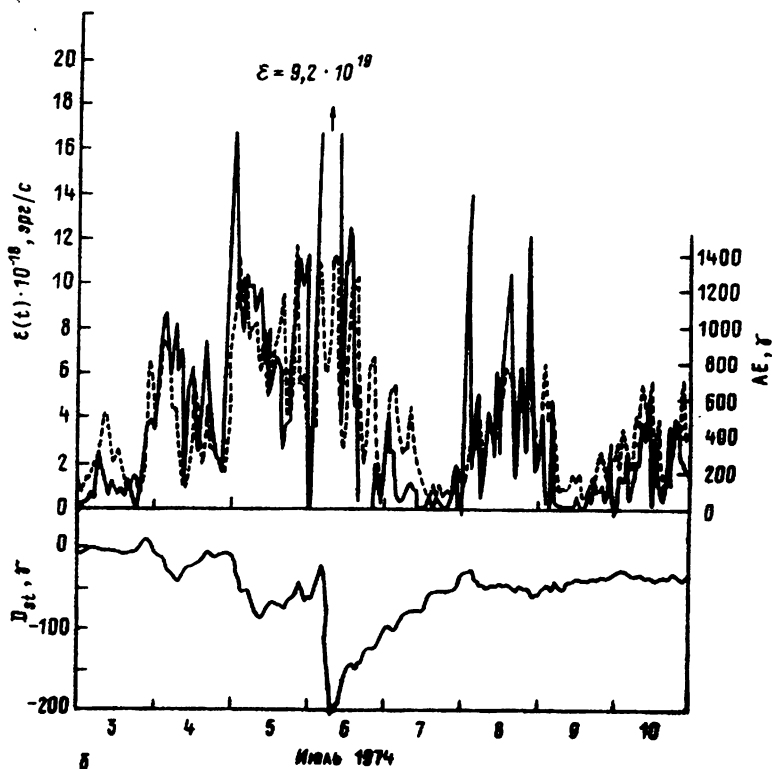


Рис. 49. Корреляция индекса АЕ с параметрами солнечного ветра [156]: α —с B_{MZ} (черным отмечены отрицательные значения B_{MZ}), ———— АЕ, $\blacktriangle \nabla$ — B_{MZ} ; б—с величиной ε , определенной по часовым средним значениям;—АЕ; ———— $\varepsilon(t)$; показан также ход индекса D_{st}

Поскольку ε имеет размерность потока энергии, достаточно велико и пропорционально вектору Пойнтинга, обсуждают вопрос, не являются ли суббури и бури результатом вложения части потока энергии солнечного ветра в магнитосферу Земли благодаря действию гипотетического механизма магнитосферного динамо (см. п. 3.3) [19, 75].

Рассматриваются также другие характеристики прямого воздействия \mathbf{V}_M : vB_M^2 , vB_{MZ} , v^2B_{MZ} и др. [69—71].

7. КОЛЕБАНИЯ В МАГНИТОСФЕРЕ

Волновые процессы в магнитосфере очень разнообразны. Они интересны как сами по себе, так и в связи с потребностями смежных направлений космофизики. Их используют для диагностики магнитосферной плазмы. Исследования процессов взаимодействия между волнами и частицами позволяют судить

об ускорении частиц. Это дает возможность выяснить происхождение частиц, проявляющих себя в данном конкретном процессе. Такие исследования необходимы для отождествления магнитосферных событий по их ионосферным проявлениям и наоборот. Наконец, коллективные взаимодействия определяют эффективные коэффициенты переноса. Недостаток знания этих коэффициентов очень ошутим в настоящее время.

Составить представление о направлениях современных исследований можно, в частности, по работам [157—161, 127, 43, 110, 133, 134, 154]. Приведем также перечень магнитосферных колебаний по обзору [160], указав, где они наблюдаются, их диапазон частот и волновые свойства (обозначения и сокращения даны в конце); см. также рис. 50.

1. Геомагнитные пульсации и МГД-волны (полярный касп, плазмопауза; 0,001 Гц—10 Гц). Альфвеновские волны (поперечные и волны сжатия), распространяющиеся вдоль В.

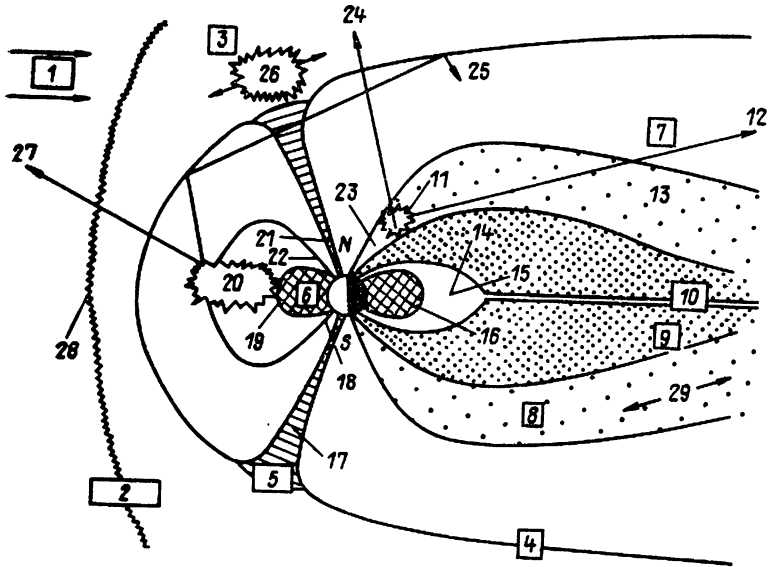


Рис. 50. Пространственная локализация разных типов колебаний [160]. Области пространства:

1 — солнечный ветер; 2 — ударная волна; 3 — переходный слой; 4 — магнитопауза; 5 — касп; 6 — плазмосфера; 7 — хвост магнитосферы; 8 — пограничный слой; 9 — плазмослой; 10 — нейтральный слой. Колебания: 11, 12 — АКР; 13 — электростатический шум в хвосте, турбулентность на авроральных силовых линиях, всплески магнитного шума, ОНЧ-шипения; 14 — магнитные пульсации, ионно-циклотронные волны, КНЧ-шипения, дискретные эмиссии; 15 — электростатические электронно-циклотронные излучения; 16 — ионно-циклотронные свисты, КНЧ-шипения, шум на ω_{LHR} , электронные свисты, шум на $\omega_{UH R}$; 17 — магнитные пульсации, ионно-циклотронные волны, турбулентность на авроральных силовых линиях, АКР; 18 — неустойчивости Фарли; 19 — излучение станции Siple, дискретные эмиссии, магнитные пульсации, КНЧ-шипения; 20 — нетепловой континуум; 21 — ОНЧ-шипения; 22 — хоры; 23 — источник ОНЧ-шипений; 24 — АКР; 25 — захваченный континуум; 26 — льюнный рев; 27 — уходящее излучение; 28 — распространяющиеся вверх волны, турбулентность на плазменных волнах, плазменные колебания; 29 — продольные токи

Возбуждаются во время бурь на ночной стороне, а также, благодаря неустойчивости Кельвина — Гельмгольца, в спокойное время на дневной стороне. Являются индикаторами изменения конфигурации магнитосферы.

2. Ионно-циклотронные волны (плазмопауза, полярный касп; 0,5 Гц — 100 Гц). Спектральный интервал чуть ниже ω_{H_i} . Вообще говоря, имеют левую поляризацию. Вызывают высыпания протонов.

3. Плазменные волны на ударной волне (ударная волна, переходный слой; 20 Гц — 200 Гц). Электромагнитная турбулентность, образованная всплесками излучения свистовой моды.

4. Львиный рев (переходный слой; 90 Гц — 160 Гц). Пакеты волн свистовой моды, распространяющиеся вдоль \mathbf{V} . Связаны с бурями.

5. Всплески магнитного шума (авроральные силовые линии, нейтральный слой; 10 Гц — 600 Гц, пик на ~ 100 Гц). Суперпозиция интенсивных всплесков магнитного шума. Связаны с электростатическим шумом в хвосте и похожи на львиный рев.

6. Ионно-циклотронные свисты (ионосфера, плазмосфера; 10 Гц — 750 Гц). Левополяризованные тона, повышающиеся до ω_{H_i} . Дают информацию о ионной плотности и температуре.

7. КНЧ-шипения, плазмосферные (плазмопауза, плазмосфера; 10 Гц — 5 кГц). Свистовая турбулентность. Наблюдается при всех местных временах. Наполняет плазмосферу.

8. Хоры (внешняя плазмосфера; 10 Гц — 5 кГц). Серия перекрывающихся повышающихся или понижающихся тонов. Квазипериодичны. Наблюдаются в основном на дневной стороне вблизи экватора.

9. ОНЧ-шипения, авроральные и U -образные (авроральные силовые линии; 10 Гц — 100 кГц). U -образные полосы шума на диаграмме частота — время, часто налагающиеся. Нисходящие волны, < 2500 км. Связаны с электростатической турбулентностью.

10. Блюдца (авроральные силовые линии; 500 Гц — 300 кГц). U -образные полосы шума на диаграмме частота — время, часто налагающиеся. Восходящие волны, > 100 км.

11. Дискретные эмиссии (плазмопауза; 1 кГц — 12 кГц). Повышающиеся, понижающиеся или смешанные тона, спорадические или квазиспорадические.

12. Шум на ω_{LHR} (авроральная зона, плазмопауза; 4 кГц — 18 кГц). Интенсивная полоса шума над ω_{LHR} , почти электростатического, $\mathbf{k} \perp \mathbf{V}$.

13. Распространяющиеся вверх свисты (выше по потоку солнечного ветра, чем ударная волна; 0,01 Гц — 4 Гц, 20 кГц — 70 кГц). Две полосы ниже ω_{H_i} и ω_{H_e} .

14. Захваченное нетепловое непрерывное излучение (вне плазмопаузы, внутри переходного слоя; 500 Гц—20 кГц). Слабый широкополосный шум, захваченный между плазмопаузой и переходным слоем. Генерируется на дневной стороне между 4 и 14 час местного времени.

15. Шум на ω_{UHFR} (плазмопауза; 100 кГц—600 кГц). Интенсивная полоса шумов вблизи ω_{UHFR} .

16. Электронные свисты (плазмосфера, плазмопауза; 100 Гц—1 МГц). Правополяризованные понижающиеся тона. Распространяются вдоль **V** в ионизированных каналах или могут преломляться, распространяясь поперек **V**.

17. Широкополосный электростатический шум в хвосте магнитосферы (на границах плазмослоя в хвосте магнитосферы; 10 Гц—2 кГц). Широкополосная эмиссия, состоящая из дискретных всплесков *U*-образной структуры, $k \perp V$. Связана с ОНЧ-шипением в той же области, что и АКР.

18. Турбулентность на авроральных силовых линиях (авроральные силовые линии при всех местных временах; 10 Гц—10 кГц, пик 10—50 Гц). Широкополосная эмиссия, состоящая из дискретных всплесков *U*-образной структуры. Связана с ОНЧ-шипением в той же области, что и АКР.

19. Неустойчивости Фарли (Е-слой ионосферы; 40 Гц—10 кГц). Узкополосное КНЧ-излучение при ~ 100 Гц. Широкополосное ОНЧ-излучение < 10 кГц на больших высотах.

20. Электростатические ионно-циклотронные эмиссии (вне плазмопаузы, недалеко от плазменного слоя; 200 Гц—50 кГц). Узкополосное излучение вблизи $(n + \frac{1}{2})\omega_{He}$ с несколькими гармониками, наблюдаемыми одновременно.

21. Турбулентность на ударной волне (ударный фронт, переходный слой; 200 Гц—30 кГц). Широкополосный электростатический шум.

22. Плазменные колебания в ударной волне (ударная волна; 3 кГц—50 кГц). Узкополосные электронные плазменные колебания, связанные с нагревом электронов.

23. Уходящее нетепловое непрерывное излучение (магнитосфера вне плазмопаузы; 20 кГц—100 кГц). Слабый электромагнитный широкополосный шум, распространяющийся за пределы магнитосферы. Генерируется в утренние и ранние послеполуденные часы. Связан с полосами электростатического циклотронного шума на плазмопаузе.

24. Километровое излучение, АКР или КИЗ (авроральные силовые линии; 20 кГц—2 МГц). Всплески широкополосного шума с пиком на ~ 200 кГц, распространяющиеся в телесном угле в 2 ср с осью на авроральной силовой линии **V** в области $\sim 2 r_E$ мощностью $\sim 10^9$ Вт. Связаны с ОНЧ- и КНЧ-шипением, электростатическим шумом в хвосте и авроральной турбу-

лентностью. Генерируются при ≈ 22 час местного времени в хвосте и при ≈ 12 час в каспе.

25. Гармоники линии электропередачи (граница плазмосферы, $L \sim 4$; кГц). Узкополосное излучение на гармониках выпрямленных 60-Гц колебаний с интервалом в 120 Гц и достигающее области кГц. Влияют на другие излучения на близких частотах.

26. Стимулированное ОНЧ-излучение (станция Siple) (граница плазмосферы, $L \sim 3-5$; 2 кГц—16 кГц). Узкополосное излучение повышающегося или понижающегося тона, стимулированное и модифицированное проходящими ОНЧ-волнами.

27. Излучение, возбуждаемое электронным пучком (ионосфера, 0—12 МГц). Волны, вызванные активными ракетными экспериментами с инъекцией электронов и ионов в ионосферу, частот ω_0 , $2\omega_{He}$, а также ОНЧ и КНЧ свистовых мод.

Здесь ОНЧ — очень низкая частота, КНЧ — крайне низкая частота, АКР — авроральная километровая радиация, КИЗ — километровое излучение Земли, ω_{Ni} и ω_{Ne} — ионная и электронная гирочастоты соответственно, ω_0 — электронная плазменная частота, ω_{UHR} и ω_{LHR} — верхняя и нижняя гибридные резонансные частоты соответственно, k — волновой вектор.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Физика плазмы и космофизика органически связаны между собой. Именно астрофизики начали еще в начале века изучать взаимодействие заряженных частиц и магнитного поля. От этих работ ведут свое происхождение многие направления современных исследований по физике плазмы. В свою очередь идеи и методы физики плазмы имеют фундаментальное значение для современной науки о ближнем космосе.

Спутники дали возможность вести измерения непосредственно в космосе. Характерные размеры космических плазменных объектов очень велики. Поэтому специалисты по плазме часто рассматривают спутник как «микрорознд», позволяющий наблюдать плазму «изнутри», с разрешением, совершенно недоступным в лабораторных условиях. Однако эти надежды спутники оправдали не сразу.

Оказалось, что состояние космоса очень переменчиво, и процессы в нем «опознавать» довольно трудно. Пока спутник летит от одной точки к другой, могут измениться и состояние, и геометрические параметры магнитосферы. Чтобы составить целостное представление о происходящем, приходилось осреднять данные измерений, сделанных во время многократных пролетов спутника. Это совершенно сводило на нет высокую эффективность спутников как приборов с большим разрешением. На этом этапе спутниковые исследования давали скорее «географическое», чем физическое описание космоса.

Теперь этот этап пройден. Исследована пространственная структура ближнего космоса, выявлены многие важные процессы в нем. Современные спутники оснащены комплексом приборов, позволяющих вести одновременные измерения различных физических величин. Сеть наземных станций дает общую глобальную картину происходящего, дополняющую детальные «точечные» данные спутника. От вынужденных, иногда выполненных вслепую усреднений удалось перейти к изучению «ментальных портретов» явлений, от изучения корреляционных отношений и тенденций — к причинно-следственным связям, вскрывающим физику процессов.

Полученные сведения складываются теперь в единую картину, хорошо выявленную экспериментально. Но физическое осмысление ее сильно отстает от уровня эксперимента. Магнитосфера сейчас открывает широкий фронт для приложения идей физики плазмы. Переход к детальному описанию индивидуальных событий позволил, наконец, с успехом использовать высокую разрешающую способность спутников.

Многие вопросы, поставленные этими исследованиями, оказались традиционными для лабораторной физики плазмы. Так, видна параллель между проблемой происхождения магнитосферного вещества, более горячего, чем плазма солнечного ветра и плазма ионосферы, и задачей нагревания плазмы в термоядерных установках. Космофизика требует выяснения роли различных неустойчивостей (в частности, токовых), колебаний, шумов и т. д. Для магнитосферы характерны тонкие слои резких пространственных неоднородностей с очень большим электрическим полем — с ними связаны дуги полярных сияний. Возможно, суббури — аналог взрывообразных вспышечных процессов, наблюдаемых в установках.

Другие проблемы, касающиеся магнитосферы, не столь привычны для физики плазмы, но безусловно относятся к ней. Часть из них связана с обтеканием намагниченного тела потоком плазмы. Почему за обтекаемым телом — Землей с ее магнитным полем — образуется такой длинный след — хвост магнитосферы? Почему геометрия магнитосферы так сильно зависит от магнитного поля в набегающем потоке? Чем обусловлено крупномасштабное электрическое поле, а стало быть — и конвекция плазмы, внутри магнитосферы?

Интересен вопрос об устойчивости такой плазменной системы как магнитосфера. Пока неизвестно, что именно в солнечном ветре, в магнитосфере или в ионосфере является непосредственным толчком, переводящим магнитосферу в резко нестационарное состояние при суббуре. Непонятно, каким образом налетевший на Землю быстрый поток солнечной плазмы вызывает магнитную бурю — серию суббурь, «накачивающих» энергию в магнитосферу.

Весьма заинтересована космофизика в определении эффек-

тивных коэффициентов переноса разреженной магнитосферной плазмы.

В настоящей работе сделана попытка систематизировать литературу по магнитосфере, исходя из физики явлений. Автор надеется, что это облегчит читателям-плазмистам доступ к оригинальным космофизическим работам и пойдет на пользу единой по сути дела науке — физике лабораторной и природной плазмы.

Автор благодарит С. Н. Кузнецова и С. А. Пулинца за консультации и ценные замечания и А. В. Гетлинга за неоценимую творческую помощь в подготовке данной работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В космофизике часто используются эквивалентные системы токов в ионосфере. Следует сказать, как они строятся и что отражают. Условно полагают, что возмущение вектора магнитного поля, наблюдаемое на данной станции, создается однородным горизонтальным током, текущим в плоском однородно проводящем слое — так условно изображают ионосферу. Поперечная проводимость ионосферы увеличена на высотах ≈ 100 км — в слое E (см. рис. 39). Эффективный ток относят к этому слою — это отголосок прежних представлений об ионосфере как о единственной проводящей области в окрестностях Земли. Поскольку обычно рассматривают возмущения гораздо большей горизонтальной протяженности, чем высота слоя E над Землей, приближение плоской геометрии не является слишком грубым, если только в действительности нет заметной вертикальной составляющей тока. Случаи, когда эта составляющая существенна, рассмотрены в гл. 5.

Получив такую систему векторов, отнесенных к ионосферному току, можно продолжить обработку, внося новые неточности, но делая картину легче читаемой. Скажем, перевести вектора в замкнутые линии, положив $\operatorname{div} \mathbf{j}_i = 0$ для всей ионосферы (в этом смысле надо понимать все чертежи «в ионосферной проекции», где линии \mathbf{j}_i замкнуты). Если помнить, что их нельзя понимать буквально, то такие схемы стоит использовать вместо необозримого массива данных со множества станций, поскольку эти схемы дают упрощенный наглядный образ явления. Как и на обычной топографической карте, надежными здесь являются лишь достаточно выразительные черты рельефа, малые перепады уровней доверия не заслуживают. Поэтому если использовать для отсчета магнитных возмущений разные нулевые уровни, то получатся эквивалентные токовые системы, заметно отличающиеся там, где возмущения слабы, но существенные детали, отражающие физику явлений, будут выглядеть одинаково.

Следует иметь в виду, что свойства дуг, установленные для одного какого-нибудь сектора местного времени, вообще говоря, не являются универсальными для других секторов. Так, например, компонента электрического поля, нормальная к дуге, может быть распределена в направлении поперек дуги следующим образом (для определенности будем говорить о северном полушарии):

- 1) она понижена внутри и имеет одну и ту же величину и одно и то же (северное) направление по обеим сторонам дуги;
- 2) имеет большую величину и северное направление с экваториальной стороны дуги, понижена в дуге и остается малой с ее полярной стороны;
- 3) меняет знак в дуге, имея северное направление с экваториальной стороны и южное с полярной;
- 4) увеличена (по абсолютной величине) в дуге при одном и том же (южном) направлении по обеим сторонам дуги.

Первые два типа распределений характерны для вечерних дуг в толще аврорального овала, где электрическое поле направлено к северу (см. рис. 18); третий тип наблюдается в области перехода от солнечного направления конвекции к противосолнечному в вечернем секторе; четвертый — на утренней стороне аврорального овала [128].

ЛИТЕРАТУРА

1. Gold T. «J. Geophys. Res.», 1959, 64, № 9, 1219.
2. Акасофу С. Полярные и магнитосферные суббури. М.: Мир, 1971
3. Солнечная и солнечно-земная физика М.: Мир, 1980
4. Хорошева О. В. «Геомагнетизм и аэрономия», 1961, 1, № 5, 695
5. Фельдштейн Я. И. «Геомагнетизм и аэрономия», 1963, 3, № 2, 227
6. Вакулин Ю. И., Горелый К. И. и др. В сб. «Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца», 1979, вып. 46, с. 3
7. Horwitz J. L., Doupnik J. R., Banks P. M. «J. Geophys. Res.», 1978, 83, № A4, 1463
8. Tanskanen P. J., Hardy D. A., Burke W. J. «J. Geophys. Res.», 1981, 86, № A3, 1379
9. Akasofu S.-I. «Space Sci. Rev.», 1976, 19, 169
10. Meng C. I., Akasofu S.-I. «J. Geophys. Res.», 1976, 81, № A22, 4004
11. Eather R. H., Mende S. B., Judge R. J. «J. Geophys. Res.», 1976, 81, 2805
12. Swift D. W. «Rev. Geophys. Space Phys.», 1979, 17, № 4, 681
13. Banks P. M., Doupnik J. R. «J. Atmosph. Terrest. Phys.», 1975, 37, 951
14. Глаголев Ю. А. Справочник по физическим параметрам атмосферы. Л., Гидрометеоздат, 1970
15. Околосферное космическое пространство. Справочные данные. М.: Мир, 1966
16. Stern D. P. «Rev. Geophys. Space Phys.», 1977, 15, № 2, 156
17. Foster J. C., Park C. G. et al. «J. Geophys. Res.», 1978, 83, 1175
18. Akasofu S.-I., Hones E. W. et al. «J. Geophys. Res.», 1973, 78, 7257
19. Нишида А. Геомагнитный диагноз магнитосферы. М.: Мир, 1980

20. *Balsiger H., Eberhardt P. et al.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, № A4, 1645
21. *Heikkila W. J., Pellinen R. J. et al.* «Planet. Space Sci.», 1979, 27, 1383
22. *Веселовский И. С.* «Исследования космического пространства. Т. 4. Солнечный ветер». Итоги науки и техники ВИНТИ АН СССР., М., 1974
23. *Hundhausen A. J.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1979, 17, № 8, 2034
24. *Баранов В. Б., Краснобаев К. В.* Гидродинамическая теория космической плазмы. М.: Наука, 1977
25. *Пудовкин М. И., Козелов В. П. и др.* Физические основы прогнозирования магнитосферных возмущений. Л.: Наука, 1977
26. *Akasoju S.-I.* «Space Sci. Rev.», 1978, 21, 489
27. Космическая геофизика. М.: Мир, 1976
28. *Грингауз К. И., Безруких В. В.* «Геомagnetизм и аэрономия», 1977, 17, № 5, с. 784
29. *Fairfield D. H.* «J. Geophys. Res.», 1968, 73, 7329
30. *Hones E. W.* Particles and Fields in the Magnetosphere. Dordrecht, Holland, D. Reidel Publ. Co., 1970, p. 24
31. *Vasyliunas V. M.* «J. Geophys. Res.», 1968, 73, 2839
32. *Lui T. Q., Burrows J. R.* «J. Geophys. Res.», 1978, 83, № A7, 3342
33. *Formisano V.* «Planet. Space Sci.», 1980, 28, 245
34. *Frank L. A.* «J. Geophys. Res.», 1971, 76, № 10, 2265
35. *Bahnsen A., Hansen A. M.* «Planet. Space Sci.», 1976, 24, № 9, 841
36. *Sckopke N., Paschmann G.* «J. Atmosph. Terrest. Phys.», 1978, 40, 261
37. *Eastman T. E., Hones E. W.* «J. Geophys. Res.», 1978, 83, 2019
38. *Parks G. K., Lin C. S. et al.* «J. Geophys. Res.», 1979, 84, № A11, 6471
39. *Möbius E., Ipravich F. M. et al.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, № A10, 5143
40. *Decreau P. M. E., Beghin C., Parrot M.* «Space Sci. Rev.», 1978, 22, 581
41. *Hobbs J. M., Hoffman J. H., Maynard N. C.* «Planet. Space Sci.», 1978, 26, 651
42. *Chen A. J., Grebowsky J. M.* «Planet. Space Sci.», 1978, 26, 661
43. *Hubbard R. F., Birmingham T. J., Hones E. W.* «J. Geophys. Res.», 1979, 84, № A10, 5828
44. *Axford W. J., Hines C. O.* «Canad. J. Phys.», 1961, 39, № 10, 1433
45. *Dungey J. W.* «Phys. Rev. Lett.», 1961, 6, № 2, 47
46. *Nishida A.* «J. Geophys. Res.», 1968, 73, 1795
47. *Heelis R. A., Hanson W. B.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, № A5, 1995
48. *Maynard N. C.* «J. Geophys. Res.», 1974, 79, 4620
49. *Gurnett D. A., Frank L. A.* «J. Geophys. Res.», 1973, 78, № 1, 145
50. *Альвен Г., Фельдхаммар К.-Г.* Космическая электродинамика. М.: Мир, 1967
51. *Kelley M. C., Starr J. A., Mozer F. S.* «J. Geophys. Res.», 1971, 76, 5269
52. *Воробьев В. Г., Реженов Б. В.* «Геомagnetизм и аэрономия», 1979, 19, № 1, 173
53. *Scourfield M. W. J., Nielsen E.* «J. Geophys. Res.», 1981, 86, № A2, 681
54. *Heelis R. A., Hanson W. B.* «EOS Trans. Am. Geophys. Union», 1975, 56, 623
55. *Кадошцев Б. Б.* Сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 4., М.: Изд. АН СССР, 1958, с. 16
56. *Friis-Christensen E., Wilhelm J.* «J. Geophys. Res.», 1975, 80, № A10, 1248
57. *Дубинин Э. М., Подгорный И. М., Потанин Ю. Н.* «Космические исследования», 1977, 15, вып. 6, 866
58. *Сомов Б. В., Сыроватский С. И., Шмелева О. П.* Тр. Физ. Ин-та им. П. Н. Лебедева. М.: Наука, 1979, т. 110, с. 106
59. *Сыроватский С. И.* Сб. «Исследования по geomagnetизму, аэрономии и физике Солнца», вып. 48, 1979, с. 37
60. *Heelis R. A., Winningham J. D., Hanson W. B.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, 3315
61. *Maetzawa K.* «J. Geophys. Res.», 1976, 81, № 13, 2293

62. *Fairfield D. H., Lepping R. P. et al.* «J. Geophys. Res.», 1981, 86, 1396
63. *Hones E. W., Jr.* «Dynamics of the Magnetosphere». Dordrecht, Holland, Boston, U. S. A., London, England, D. Reidel Publ. Co., 1980, p. 545
64. *Lui A. T. Y.* *Ibid.*, p. 563
65. *Nishida A., Hayakawa H., Hones E. W.* «J. Geophys. Res.», 1981, 86, 1422
66. *McPherron R. L.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1979, 17, № 4, 657
67. *Heppner J. P.* «J. Geophys. Res.», 1972, 77, 4877
68. *Maetzawa K. J.* «J. Geophys. Res.», 1976, 81, 2289
69. *Crooker N. U.* In «Magnetospheric Boundary Layers» — A Sydney Chapman Conference (Alpbach, Austria, 11-15 June 1979) — ESA SP-148, 1979, p. 343
70. *Baker D. N., Hones E. W. et al.* «Geophys. Res. Lett.», 1981, 8, № 2, 179
71. *Clauer C. R., McPherron R. L. et al.* «Geophys. Res. Lett.», 1981, 8, № 8, 915
72. *Alfvén H.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1977, 15, № 3, 271
73. *Vasyliunas V. M.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1975, 13, 303
74. *Russet C. T.* In «Dynamics of the Magnetosphere». Dordrecht, Holland — Boston, U. S. A. — London, England, D. Reidel Publ. Co., 1980, p. 3
75. *Akasofu S.-I.* «Space Sci. Rev.», 1981, 28, 121
76. *Мишин В. М., Базаржапов А. Д. и др.* «Геомагнетизм и аэрономия», 1978, 18, 751
77. *Burke W. J., Kelley M. C. et al.* «Geophys. Res. Lett.», 1979, 6, № 1, 21
78. *Дубинин Э. М., Подгорный И. М., Потанин Ю. Н.* «Космические исследования», 1980, 18, вып. 1, 99
79. *Heikkila W. J.* «Planet. Space Sci.», 1978, 26, № 2, 121
80. *Тверской Б. А.* Динамика радиационных поясов Земли. М., Наука, 1968
81. *Веденов А. А.* Задачник по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1981
82. *Chapman S., Bartels J.* Geomagnetism. Oxford Univ. Press, 1940
83. *Иванов К. Г., Микерина Н. В.* «Геомагнетизм и аэрономия», 1977, 17, № 4, 601
84. *Kamide Y., Perreault P. D. et al.* «J. Geophys. Res.», 1977, 82, № 35, 5521
85. *Rostoker G., Akasofu S.-I. et al.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, 1663
86. *Иванов К. Г., Микерина Н. В.* «Геомагнетизм и аэрономия», 1977, 17, № 6, 1056
87. *McPherron R. L.* In «Dynamics of the Magnetosphere», Dordrecht, Holland—Boston, U. S. A.—London, England, D. Reidel Publ. Co., 1980, p. 631
88. *Petlinen R. J., Heikkila W. J.* «J. Geophys. Res.», 1978, 83, 4207
89. *Sergeev V. A., Yahnin A. G.* «Planet. Space Sci.», 1979, 27, 1429
90. *Anger C. D., Lui A. T. Y.* «Planet. Space Sci.», 1973, 21, № 5, 873
91. *Blanc M.* «Geophys. Res. Lett.», 1978, 5, № 3, 203
92. *McPherron R. L.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, 747
93. *Ван Аллен Дж.* Сб. «Радиационные пояса Земли», М.: ИЛ, 1962, с. 25
94. *Сивухин Д. В.* Сб. «Вопросы теории плазмы», М., Госатомиздат, 1963, вып. 1, с. 7
95. *Frank L. A., Gurnett D. A.* «J. Geophys. Res.», 1974, 79, № 16, 2355
96. *Galperin Yu. I., Kovrazhkin R. A. et al.* «Ann. de Geophys.», 1976, 32, 109
97. *Chappell C. R., Baugher C. R., Horwitz J. L.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1980, 18, 853
98. *Parks G. K., Mauk B. et al.* In «Dynamics of the Magnetosphere». Dordrecht, Holland—Boston, U. S. A.—London, England, D. Reidel Publ. Co., 1980, p. 371
99. *Singh N., Raitt W. J., Yasuhara F.* «J. Geophys. Res.», 1982, 87, 681
100. *McIlwain C. E.* «J. Geophys. Res.», 1971, 76, № 16, 3587
101. *Foster J. C., Dounnik J. R.* «J. Geophys. Res.», 1981, 86, № A4, 2143
102. *Kamide Y., McIlwain C. E.* «J. Geophys. Res.», 1974, 79, 4787
103. *Mende S. B., Shelley E. G.* «J. Geophys. Res.», 1976, 81, 97

104. *Kivelson M. G., Kaye S. M. et al.* In «Dynamics of the Magnetosphere». Dordrecht, Holland—Boston, U. S. A.—London, England, D. Reidel Publ. Co., 1980, p. 385
105. *Grebowsky J. M., Chen A. J.* «Planet. Space Sci.», 1975, 23, 1045
106. *Mozer F. S.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1973, 11, № 3, 755
107. *Maynard N. C., Aggson T. L., Heppner J. P.* «Geophys. Res. Lett.», 1980, 7, № 11, 881
108. *Кеннел Ч. Ф.* Сб. «Физика магнитосферы», М.: Мир, 1972, с. 462
109. *Пономарев Е. А.* Сб. «Исследования по геомагнетизму, аэронамике и физике Солнца», вып. 53, 1981, с. 3
110. *Mozer F. S., Cattell C. A. et al.* «J. Geophys. Res.», 1979, 84, No. 10, 5875
111. *Fedder J. A., Banks P. M.* «J. Geophys. Res.», 1972, 77, 2328
112. *Brekke A.* «J. Atmosph. Terrest. Phys.», 1976, 38, 887
113. *Comfort R. H., Wu S. T., Swenson G. R.* «Planet. Space Sci.», 1976, 24, 541
114. *Кадошцев Б. Б., Рокотян В. Е.* «Докл. АН СССР», 1960, 133, 68
115. *Гайгеров С. С.* Исследование синоптических процессов в высоких слоях атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1973
116. *Герман Дж. Р., Голдберг Р. А.* Солнце, погода и климат. Л., Гидрометеиздат, 1981
117. *Hines C. O.* «Canad. J. Phys.», 1960, 38, 1441
118. *Iijima T., Potemra T. A.* «J. Geophys. Res.», 1976, 81, 2165
119. *Potemra T. A.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1979, 17, № 4, 640
120. *Doyle M. A., Rich F. J. et al.* «J. Geophys. Res.», 1981, 86, 5656
121. *Fujii R., Iijima T. et al.* «Geophys. Res. Lett.», 1981, 8, № 10, 1103
122. *Гуревич А. В., Крылов А. Л.* «Изв. АН СССР. Физика Земли», 1977, № 11, 100
123. *Wallis D. D., Budzinsky E. E.* «J. Geophys. Res.», 1981, 86, 125
124. *Gurevich A. V., Krylov A. L., Tsedilina E. E.* «Space Sci. Rev.», 1976, 19, 59
125. *Антонова Е. Е.* «Геомагнетизм и аэронамике», 1979, 19, № 4, 676
126. *Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З.* Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979
127. Плазменные процессы в авроральной магнитосфере. Пр-519, М., Инст. космич. исслед. АН СССР, 1979
128. *De la Beaujardiere O., Vondrak R. et al.* «J. Geophys. Res.», 1981, 86, 4671
129. *Cahill L. J., Arnoldy R. L., Taylor W. W. L.* «EOS Trans. Am. Geophys. Union», 1980, 61, № 15, 167
130. *Kan J. R., Akasofu S.-I.* «J. Geophys. Res.», 1976, 81, № 28, 5123
131. *Антонова Е. Е., Тверской Б. А.* «Геомагнетизм и аэронамике», 1975, 15, № 1, 105
132. *Кропоткин А. П.* «Геомагнетизм и аэронамике», 1981, 21, № 4, 689
133. *Mozer F. S., Carlson C. W. et al.* «Phys. Rev. Lett.», 1977, 38, № 6, 292
134. *Temerin M.* «J. Geophys. Res.», 1978, 83, 2609
135. *Whalen B. A., Daly P. W.* «J. Geophys. Res.», 1979, 84, № A8, 4175
136. *Stern D. P.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1979, 17, № 4, 626
137. *Schindler K.* «Rivista del Nuovo Cimento», 1969, numero speciale, 356
138. *Галеев А. А., Зеленый Л. М.* «Ж. Экспер. и теор. физ.», 1969, 70, № 6, 2133
139. *Galeev A. A., Coroniti F. V., Ashour-Abdalla M.* «Geophys. Res. Lett.», 1978, 5, 707
140. *Алексеева Л. М.* «Докл. АН СССР», 1979, 248, № 4, 826
141. *Алексеева Л. М., Гетлинг А. В., Савельев В. В.* «Геомагнетизм и аэронамике», 1982, 22, № 4, 612
142. *Гальперин Ю. И.* Сб. «Исследования по геомагнетизму, аэронамике и физике Солнца», вып. 48, 1979, с. 191
143. *Тверской Б. А.* «Докл. АН СССР», 1969, 188, № 3, 575

144. *Tverskoy B. A.* In «Solar Terrestrial Physics/1970». Dordrecht, Holland, D. Reidel Publ. Co., 1972, Part. III, p. 297
145. *Vasyliunas V. M.* In «Particles and Fields in the Magnetosphere». Dordrecht, Holland, D. Reidel Publ. Co., 1970, p. 60
146. *Vasyliunas V. M.* In «Earth's Magnetospheric Processes». Dordrecht, Holland—Boston, U. S. A. D. Reidel Publ. Co., 1972, p. 29
147. *Wolf R. A.* «J. Geophys. Res.», 1970, 75, 4677
148. *Jaggi R. K., Wolf R. A.* «J. Geophys. Res.», 1973, 78, 2852
149. *Southwood D. J., Wolf R. A.* «J. Geophys. Res.», 1978, 83, 5227
150. *Harel M., Wolf R. A. et al.* «J. Geophys. Res.», 1981, 86, № A4, 2217
151. *Rich F. J., Burke W. J. et al.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, 2335
152. *Брушлинский К. В., Морозов А. И. Сб.* «Вопросы теории плазмы», вып. 8. М.: Атомиздат, 1974, с. 88
153. *Schindler K.* «Space Sci. Rev.», 1979, 23, 365
154. *Holmgren G., Boström R. et al.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, № A10, 5043
155. *Горелый К. И., Пономарев Е. А. Сб.* «Исследования по геомагнетизму аэронавигации и физике Солнца», вып. 50, 1980, с. 3
156. *Akasofu S.-I.* In «Dynamics of the Magnetosphere». Dordrecht, Holland—Boston, U. S. A. — London, England, D. Reidel Publ. Co., 1980, p. 447
157. *Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Сб.* «Вопросы теории плазмы», вып. 10. М.: Атомиздат, 1980
158. *Гульельми А. В.* Магнитогиродинамические волны в околоземной плазме. М.: Наука, 1979
159. *Maynard N. C., Heppner J. P., Aggson T. L.* «J. Geophys. Res.», 1982, 87, № A3, 1445
160. *Shawhan S. D.* «Rev. Geophys. Space Phys.», 1979, 17, 705
161. *Mozer F. S., Cattell C. A.* «Space Sci. Rev.», 1980, 27, 155.
162. *McDiarmid I. B., Burrow J. R., Wilson M. D.* «J. Geophys. Res.», 1980, 85, № A2, 1163
163. *Hoffman R. A.* «J. Geophys. Res.», 1973, 78, № 22, 4771
164. *Smith P. H., Hoffman R. A.* «J. Geophys. Res.», 1974, 79, № 7, 966
165. *Трахтенгерц В. Ю., Фельдштейн А. Я. Сб.* «Межпланетная среда и магнитосфера Земли». М.: Наука, 1982, с. 116

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение	194
2. Механизмы излучения. Излучательная способность плазмы	198
2.1. Тормозное излучение	198
2.2. Фоторекомбинационное излучение	209
2.3. Формулы Крамерса для вероятностей радиационных переходов	215
2.4. Циклотронное излучение	217
3. Контуры спектральных линий, уширенных столкновениями	222
3.1. Механизмы уширения. Связь с теорией неупругих переходов	222
3.2. Уширение классически движущимися частицами. Точные решения	227
3.3. Квантовая теория уширения	229
3.4. Метод кинетического уравнения в теории уширения линий	231
4. Запирание излучения в плазме	233
4.1. Излучение слоя равновесной плазмы	233
4.1.1. Общие соотношения и оценки	233
4.1.2. Тормозное и фоторекомбинационное излучение	235
4.1.3. Линейчатое излучение	237
4.1.4. Циклотронное излучение	240
4.2. Излучение конечного объема неравновесной плазмы в резонансной линии	246
4.2.1. Время выхода резонансного фотона из системы	246
4.2.2. Длина тушения. Диаграмма областей излучения	250
4.2.3. Обсуждение ограничений теории	252
5. Радиационные потери оптически прозрачных термоядерных систем	254
5.1. Ионизационное равновесие в горячей плазме	254
5.2. Радиационные потери на ионах примесей	256
5.3. Критерий зажигания. «Летальные» концентрации примесей	258
5.4. О режимах работы термоядерного реактора	261
6 Ядерные реакции в плазме	262
Литература	271

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья представляет собой вторую часть обзора, посвященного атомным и радиационным процессам в горячей плазме*. Ее основная цель состоит в том, чтобы дать физику — неспециалисту в рассматриваемой области достаточно ясное представление о круге проблем и достижений физики излучения, существенных для современных исследований плазмы. Заметное внимание уделено конкретным применениям результатов теории, причем, в отличие от I, главным образом к вопросам не диагностики, а энергобаланса.

* Первая часть, «Атомные процессы в плазме» [1], ниже цитируется как I.

Изложение рассчитано на то, что читатель будет введен в эту обширную область, не обращаясь к дополнительным источникам. Поэтому оно основывается на подробных качественных оценках рассматриваемых физических эффектов, позволяющих последовательно проследить происхождение основных физических закономерностей рассматриваемых процессов.

Излучение плазмы (ИП) является, во-первых, одним из главных каналов ее энергетических потерь (радиационные потери, РП) и, во-вторых, одним из основных средств ее диагностики (выражаясь кратко: излучение выносит из плазмы энергию и информацию). В практически важном случае горячей плазмы водорода с многозарядными примесями сюда добавляется сильное обратное влияние ИП на ионизационное состояние плазмы (гл. 5).

Различные уровни описания характеристик ИП могут быть выстроены в трехступенчатую иерархию:

I. Интенсивность элементарного (микроскопического) механизма излучения;

II. Спектральная излучательная способность $\eta(\omega)$ единицы объема плазмы;

III. Полные РП плазменной системы с учетом возможной реабсорбции («перепоглощения») ИП.

Механизмы ИП, рассматриваемые в обзоре: тормозное излучение (ТИ), фоторекомбинационное излучение (ФИ), линейчатое излучение (ЛИ) и магнитотормозное, или циклотронное, излучение (ЦИ). Эти механизмы обуславливают электромагнитное излучение плазмы (ниже рассматривается плазма с температурой от нескольких эВ до нескольких десятков кэВ) в очень широком диапазоне частот — от рентгеновских до микроволновых. На уровне I соответствующие интенсивности даются электродинамикой (квантовой или классической) и в основном были изучены еще в «предтермоядерный» период, т. е. до 1950 г. (Одним из исключений оставалось ТИ электронов средних энергий на многоэлектронных атомах или ионах, гл. 2). Отметим, что при всем различии этих интенсивностей, характерных частот и т. д. (обусловленном различием в типе действующего на электрон поля, в финитности или инфинитности движения, в его квантовости или классичности) все перечисленные механизмы ИП имеют, на качественном уровне, одинаковую микроскопическую основу — **вращение** электрона в том или ином внешнем поле (для ЦИ и ЛИ это очевидно, для ТИ и ФИ — связано с ролью сильно искривленных траекторий, см. ниже).

Переход I→II состоит в усреднении соответствующей микроскопической интенсивности излучения по статистическому ансамблю излучающих (в случае ЛИ — еще и возмущающих) частиц, а переход II→III — в установлении связи между макроскопическими характеристиками излучения — интегральной,

РП, и локальной, $\eta(\omega)$. Эти переходы могут быть как простыми (примеры: доплеровское уширение спектральных линий вследствие теплового движения излучателей; учет термодинамически равновесного распределения излучающих ионов по их заряду $Z_i \leq Z$, а для данного Z_i — по уровням энергии; РП оптически прозрачной плазменной системы), так и довольно сложными (примеры: учет неравновесного распределения ионов по Z_i и по уровням в прозрачной системе или же, напротив, «запирание» ИП в непрозрачной, но равновесной плазме). Наконец, в случаях штарковского уширения линий (УЛ) в полях ионов, электронов и коллективных колебаний (см. I и гл. 3) или переноса ЛИ в непрозрачной и неравновесной системе переходы I→II и, соответственно, II→III вообще вырастают до размеров самостоятельных обширных разделов теории: в первом случае очень сложна статистика результирующего штарковского микрополя, а во втором перенос ИП происходит уже не по заданному, равновесному «фону возбуждений», а сам формирует этот фон (см. 4.2).

Видно, что одним из главных факторов, усложняющих фактическое содержание иерархии I→II→III, является неравновесность распределения примесных ионов по Z_i и по уровням; это относится к ЛИ, ТИ и ФИ. Такая неравновесность типична для горячей разреженной плазмы «традиционных» направлений программы УТС в силу общего преобладания в такой плазме радиационных процессов электронной рекомбинации и девозбуждения многозарядных ионов над соответствующими столкновительными процессами.

Скорости первых быстро растут с ростом Z_i (сопутствующим повышению температуры T_e), тогда как скорости вторых убывают с ростом T_e . Применительно к девозбуждению (т. е. к ЛИ) безразмерный параметр β , характеризующий конкуренцию этих процессов, приведен в 4.2.1). Предельная ситуация этого рода, часто реализующаяся для типичных ионов и параметров термоядерной плазмы, носит название корональной (по имени солнечной короны, для которой она была установлена впервые). Этот предел противоположен пределу термодинамического равновесия, в котором столкновительные процессы доминируют над радиационными и, следовательно, реализуется детальный баланс (столкновительных) процессов ионизации — рекомбинации и возбуждения — девозбуждения (формулы Саха и Больцмана, соответственно).

В результате характерной чертой, отличающей горячую плазму от холодной плазмы сравнимой плотности (скажем, плазмы «классического» газового разряда или солнечной фотосферы), более «склонной» к равновесности, оказывается тенденция к потере термодинамической универсальности характеристик ИП на уровнях II и III и, соответственно, выход на первый план конкретных индивидуальных особенностей всех

существенных столкновительных и излучательных механизмов (что равносильно, грубо говоря, переходу от термодинамики к кинетике). Это, с одной стороны, усложняет теоретические расчеты, но с другой — расширяет многообразие и информативность методов плазменной диагностики.

В более широком плане излучение горячей плазмы занимает некоторое промежуточное место между равновесным тепловым излучением макроскопических тел и излучением совокупности индивидуальных электронов в физике, скажем, космических лучей или ускорителей. В этой связи уместно отметить, что некритическое использование одной из этих двух предельных моделей для оценки, например, РП термоядерной плазмы может привести (как это и бывало фактически) к резкому завышению ожидаемых РП в сравнении с реальными и, соответственно, к практически невыполнимым требованиям к термоядерному реактору (примеры: поверхностные РП, пропорциональные T^4 , на ТИ или же, напротив, чисто объемные РП на ЦИ). В обзоре уделено заметное внимание вопросу о разграничении областей объемных и поверхностных РП.

Порядок изложения материала более или менее следует указанной выше иерархии I→II→III, причем основное внимание уделяется тем разделам теории ИП, которые разрабатывались в связи с проблемой УТС. В центре нашего рассмотрения — спектральные (частотные) характеристики ИП, играющие определяющую роль, в частности, в проблеме переноса излучения (гл. 4); это относится и к анализу механизмов УЛ (гл. 3), которые в I разграничивались лишь на более грубом, интегральном уровне.

В преобладающей в обзоре классической или полуклассической трактовке (по поводу ее правомерности см. введение к I, а также ниже гл. 2 и 3) нахождение спектральных характеристик ИП сводится к фурье-анализу тех или иных функций времени (например, квадрата ускорения излучающего электрона — в ТИ или атомного цуга волн, искаженного возмущающим ионом, — в УЛ), определяемых траекториями соответствующих заряженных частиц, в общем случае криволинейными. Более того, нередко в задаче существуют большие частоты ω (или частотные сдвиги $\Delta\omega$), а за них ответственны короткие «поворотные» участки сильно искривленных траекторий, на которых энергия взаимодействия рассматриваемой частицы значительно превышает ее начальную кинетическую энергию (именно в этом смысле и говорилось на стр. 195 о «вращении» электрона при ТИ или ФИ). Должный учет кривизны траекторий (гл. 2) позволяет избежать некорректных переупрощений, свойственных часто используемому приближению прямолинейных пролетов.

Последняя глава обзора посвящена термоядерным реакциям в плазме. Этот вопрос, естественно, затрагивается и в

основной, «радиационной» части статьи (гл. 5), но только для реакции D—T и только на «численном» уровне. Здесь же нашей целью является характеристика различных возможных (в том числе и неводородных, «альтернативных») видов термоядерного топлива, а также краткое обсуждение некоторых физических аспектов термоядерных реакций как элементарных процессов.

Как и в I мы старались ссылаться, по возможности, на обзорные статьи и монографии и поэтому приведенные литературные ссылки не носят приоритетного характера. Далее, как и в I, мы нередко без специальной оговорки используем атомную систему единиц: $e = \hbar = m = 1$.

Более подробное изложение как общих вопросов физики излучения плазмы, так и конкретных вопросов, связанных с механизмами излучения и их приложениями к задачам физики плазмы, читатель может найти в монографиях [2—12], обзоре [13], а также в находящихся в печати обзорах «Уширение спектральных линий в плазме» (сборник «Вопросы теории плазмы» под редакцией Б. Б. Кадомцева, выпуск 13) и «Многозарядные ионы и излучение плазмы» (сборник «Химия плазмы» под редакцией Б. М. Смирнова, выпуск 10).

2. МЕХАНИЗМЫ ИЗЛУЧЕНИЯ. ИЗЛУЧАТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ ПЛАЗМЫ

2.1. Тормозное излучение

1. Одним из основных механизмов ИП является тормозное излучение электронов при их столкновениях с ионами как водорода, так и многозарядных примесей. Это излучение (наряду с фоторекомбинационным, см. 2.2) ответственно за образование непрерывного спектра излучения («континуума») плазмы. Полная интенсивность ТИ пропорциональна квадрату эффективного заряда ионов плазмы $Z_{\text{эф}}^2$, а его спектральное распределение определяется характером атомного (ионного) потенциала и видом функции распределения электронов по энергии. Эти обстоятельства делают ТИ важным средством диагностики параметров плазмы. В частности, ТИ ответственно за излучение т. н. «спокойного» Солнца, причем наблюдения спектров ТИ в различных диапазонах длин волн позволяют оценить электронную температуру и плотность на различных глубинах короны и хромосферы Солнца, подробнее см. [3]. В плазме современных термоядерных установок с температурой $T_e \gg 1$ кэВ ионы тяжелых примесей (Fe, Mo, W) сохраняют значительный электронный остов, вследствие чего заряд иона Z_i заметно отличается от заряда ядра Z («экранировка»). Излучающий электрон плазмы может, однако, проникать внутрь электронного остова иона, так что величина эффективного заряда, действующего на электрон, лежит между значениями

Z_i и Z . Соответственно и в спектре ТИ за излучение различных частот ω ответственны различные глубины проникновения электрона в остов иона. Поэтому для интерпретации наблюдений как полной интенсивности ТИ, так и его спектрального распределения необходим корректный учет эффектов проникновения и экранировки. Такая интерпретация позволяет, в свою очередь, правильно определить содержание примесей в плазме, влияющее, в частности, на такую важную ее характеристику как электропроводность.

«Эталонной» формулой для описания спектров ТИ является формула Крамерса [14] — не зависящая от частоты ω высокочастотная («жесткая») асимптотика классического спектра ТИ при рассеянии однородного потока электронов скорости v на точечном кулоновском центре с зарядом Ze . Спектры ТИ для всех остальных случаев выражают в виде формулы Крамерса, умноженной на некоторый зависящий от ω множитель — фактор Гаунта $g(\omega)$. Для интересующих нас условий (ТИ электронов кэВ-ных температур на неполностью ободраных ионах с большими зарядами ядер Z) существен учет эффекта экранировки, причем, в отличие от случая быстрых электронов в физике ускорителей или космических лучей, не в хорошо разработанном борновском приближении, см. напр. [15] (оно дает здесь качественно неправильный, спадающий с ростом ω , спектр ТИ), а с должным учетом кривизны электронных траекторий. Этим и объясняется появление целого ряда новых расчетов гаунт-факторов $g_v(\omega)$, а также их интегральных (по всем ω , по максвелловскому распределению v , или по тому и другому вместе) аналогов $\bar{g}(v)$, $\bar{g}_T(\omega)$, $g(T)$ — как правило, в модели статического атомного (или ионного) потенциала Томаса—Ферми (ТФ) или Хартри—Фока (ХФ)*. Расчеты проводились численно квантовомеханически в модели ХФ [17—19], в приближении мягких квантов $\omega \approx 0$ с последующей экстраполяцией на область $\omega \neq 0$ [20], в полуклассическом приближении [21], численно квантовомеханически в модели ТФ [22], [23], в классическом приближении с соответствующим квантовым обоснованием [24]; см. также обзор [25].

2. На рис. 1, 2 и 3 представлены: а) спектральные гаунт-факторы $g_v(\omega)$ для ТИ в поле точечного иона, вычисленные в различных приближениях; б) значения $g_v(\omega)$ для ТИ на нейтральных атомах трех элементов, полученные путем численных квантовомеханических расчетов [18] [23] (естественно, и это видно из [23], что при не слишком малых ω представленные спектры приближенно справедливы и в более широкой области,

* Анализ условий применимости статической модели [16, 13] показывает, что для интересующих нас больших Z , электронных температур T и частот ω тормозных фотонов ее использование достаточно обосновано; см. также [24].

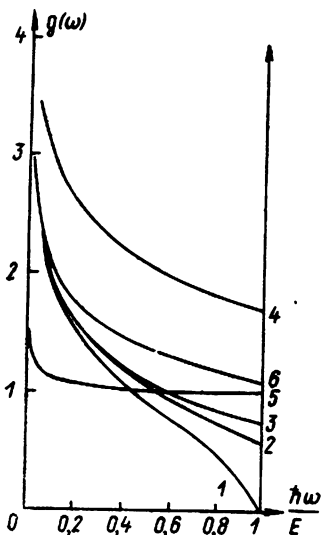


Рис. 1

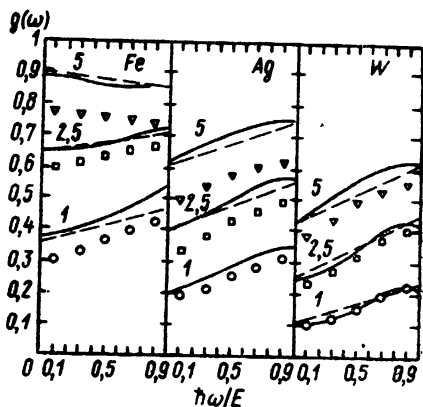


Рис. 2.

Рис. 1. Зависимость гаунт-фактора от относительной энергии фотона для тормозного излучения электрона в кулоновском поле:

1—борновское приближение; 2—точная теория Зоммерфельда [28]; 3—полуклассическое приближение [27] для $Ze^2/\hbar v < 1$; 4—классический спектр [26] для $Ze^2/\hbar v = 0,1$; 5—классический спектр [26] для $Ze^2/\hbar v = 50$; 6—квазиторновский спектр (развитие [20])

Рис. 2. Спектральные гаунт-факторы ТИ электронов на нейтральных томас-фермиевских атомах Fe, Ag, W:

— численный квантовомеханический расчет [18]; \circ, \square, ∇ — численный квантовомеханический расчет [23]; \cdots — классическое приближение (линейная интерполяция между «транспортным» и «вращательным» пределами) [24]; 1; 2,5; 5 — энергия электронов в кэВ. Для случая (Ag, 1 кэВ) классический спектр не нанесен ввиду его практического совпадения с кривой из [18]

а именно, для ТИ на слабо ободраных ионах тех же элементов); в) «полуклассические» интегральные гаунт-факторы $\bar{g}(v)$ [21] (они хорошо подтверждены квантовыми расчетами [22]), наглядно иллюстрирующие для ряда ионов с многоэлектронным остовом плавное изменение квадрата соответствующего эффективного заряда иона по мере изменения энергии E налетающего электрона.

Ниже мы разъясним, на качественном уровне, характер зависимости спектров ТИ на рис. 1 и, особенно, 2 от параметров задачи Z, E, ω . С этой целью дадим простой вывод формулы Крамерса, а затем покажем, как нужно его видоизменить в случаях невыполнения одного или более из трех (подчеркнутых в 2.1.1) условий ее применимости, чтобы получить структуры возникающих при этом гаунт-факторов $g(\omega) \neq 1$.

3. Исходим из классического «эффективного излучения» потока электронов $\Delta \mathcal{E}(\rho) 2\pi r dr \equiv d\mathcal{E}(\rho)$, где $\Delta \mathcal{E}(\rho)$ — полная энер-

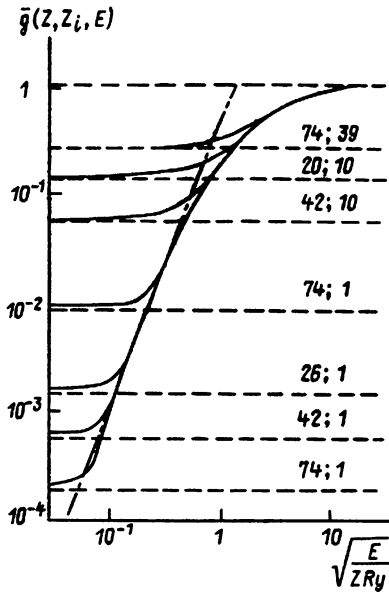


Рис. 3. Полуклассические интегральные гаунт-факторы $\bar{g}(v)$ ТИ электронов на томас-фермиевских ионах [21]:

— — асимптотические значения \bar{g} ; Числа у асимптот — значения зарядов ядра Z и иона Z_i ; — — зависимость $\bar{g} \propto (E/Z)^{4/3}$

гия, излучаемая при одном пролете с прицельным параметром ρ . Очевидно, что за ТИ интересующих нас больших частот ответственны малые времена пролета, отвечающие, в свою очередь, траекториям с $\rho \ll a$, где $a = Ze^2/mv^2$ — характерная «кулоновская» длина (e, m — заряд и масса электрона). Такая, почти параболическая, траектория сильно искривлена, так что наибольшее ускорение электрона (оно и обуславливает ТИ) имеет место на ее коротком «поворотном» участке вблизи точки максимального сближения $r = r_{\min} \equiv r_0$ с кулоновским центром, и излучаемая при этом частота $\omega_{\text{эф}}$ по порядку величины равна угловой скорости вращения $\omega_{\text{вр}}$ радиус-вектора электрона в точке r_0 . Величина $\omega_{\text{вр}}$ однозначно связана с ρ , так что $d\kappa(\rho)$ может быть преобразовано в $d\kappa(\omega_{\text{вр}})$, а это последнее распределение мы и отождествим (в силу $\omega_{\text{эф}} \sim \omega_{\text{вр}}$) с искомым распределением частот ТИ $d\kappa(\omega)$. (Последствия нестрогости этого отождествления не идут дальше неопределенности ~ 1 в численном коэффициенте).

Необходимые выкладки элементарны. Вводя v_{max} — скорость электрона в точке поворота r_0 , находим из законов сохранения энергии и момента

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} - \frac{Ze^2}{r_0}, \quad mvr = mv_{\text{max}}r_0$$

для рассматриваемой области $\rho \ll a$: $r_0 \approx \rho^2/2a \ll \rho$, $v_{\text{max}} \approx \approx 2av/\rho \gg v$, $\omega_{\text{вр}} = v_{\text{max}}/r_0 \sim 4(a/\rho)^{3/2} \omega \gg \omega$, где $\omega \equiv v/a = mv^3/Ze^2$ — характерная угловая скорость поворота электрона на траектории

с $\rho \sim a$ (а значит, и важный частотный масштаб в спектре ТИ, ср. 2.1.4). Далее, по формуле для интенсивности дипольного излучения:

$$\Delta \mathcal{E}(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \dot{w}^2(t) dt \sim \frac{e^2}{c^3} (w^2)_{\max} (\Delta t)_{\text{эф}}, \quad (1)$$

где $w_{\max} = X e^2 / m r_0^2$ — максимальное ускорение электрона, $(\Delta t)_{\text{эф}} \sim r_0 / v_{\max}$ — эффективная длительность процесса ТИ. С помощью полученных соотношений легко находим: $d\kappa(\rho) \propto \rho d\rho / \rho^4 \propto d\omega_{\text{вр}}$, т. е. распределение эффективного излучения по $\omega_{\text{вр}}$, а тем самым и его распределение по ω (спектр ТИ) однородны. Уточняя численный коэффициент по результату строгой теории [26] и учитывая неравенство $\omega_{\text{вр}} \gg \tilde{\omega}$, приходим к формуле Крамерса:

$$d\kappa(\omega) = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 v^2} d\omega, \quad \text{при } \omega \gg \tilde{\omega} = \frac{mv^2}{Ze^2}. \quad (2)$$

Формула Крамерса справедлива для преобладающей части классического спектра ТИ (рис. 1). Действительно, спектр ТИ простирается вплоть до $\omega = \omega_{\max} = mv^2 / 2\hbar$, так что $\frac{\omega_{\max}}{\tilde{\omega}} \sim Ze^2 / \hbar v$, а последняя величина, как известно, должна быть $\gg 1$, чтобы выполнялось использованное нами предположение о классичности движения электрона в кулоновском поле иона.

4. Как видно из рис. 1, область достаточно «мягких» частот спектра ТИ на точечном ионе даже в квазиклассическом случае $Ze^2 / \hbar v \gg 1$ уже не описывается формулой Крамерса (2), а с уменьшением $Ze^2 / \hbar v$ характерный для этой области тип зависимости $g(\omega)$ (как мы увидим — логарифмический) постепенно распространяется на всё большую часть этого спектра. Оценим $d\kappa(\omega)$ для малых ω , сначала в квазиклассическом случае. За излучение этих частот ответственны почти прямолинейные пролеты с $\rho \gg a$, так что соответствующие ускорения электронов носят характер «всплесков» длительностью $\sim \rho / v$, в фурье-разложении которых представлены частоты от $\omega = 0$ до $\omega \sim v / \rho$ (бóльшие ω экспоненциально подавлены). Следовательно, вклад пролета с данным ρ в $d\kappa(\omega)$ представляет собой, грубо говоря, «линию» с прямоугольным профилем, несущую энергию $\sim \Delta \mathcal{E}(\rho) d\omega / (v/\rho)$, а полное $d\kappa(\omega)$ равно

$$d\kappa(\omega) \sim \frac{d\omega}{v} \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}(\omega)} \rho \Delta \mathcal{E}(\rho) 2\pi \rho d\rho, \quad (3)$$

где, очевидно, $\rho_{\min} \sim a$, $\rho_{\max} \sim v/\omega$ (это наибольшее из ρ , вносящих вклад в ТИ частоты ω ; вклад бóльших ρ отвечает **неполным** пролетам, для которых уже несправедливо выражение (1)); $\Delta \mathcal{E}(\rho)$ имеет прежний общий вид (1), где, однако, для рассматриваемых (прямолинейных) пролетов $r_0 \sim \rho$, $(\Delta t)_{\text{эф}} \approx \rho / v$.

Подставляя все это в (3) и деля результат на (2), получаем искомый гаунт-фактор:

$$g(\omega) \sim \ln \tilde{\omega} / \omega, \text{ при } \omega \ll \tilde{\omega} = \frac{mv^3}{Ze^2}. \quad (4)$$

Используя (3), нетрудно найти низкочастотный гаунт-фактор и для «антиклассического», борновского случая $Ze^2/\hbar v \ll 1$. Для этого достаточно учесть квантовомеханическое ограничение применимости классического описания движения электрона, $\rho \gg \lambda = \hbar/mv$ (λ — де-бройлевская длина волны электрона), т. е. положить в (3) $\rho_{\min} \sim \lambda$ (при этом в силу $Ze^2/\hbar v \ll 1$ имеем $\rho_{\min} \gg a$, так что используемое условие прямолинейности всех траекторий обеспечивается автоматически). Это дает:

$$g(\omega) \sim \ln \frac{\omega_{\max}}{\omega} \text{ при } \omega \ll \omega_{\max} = \frac{mv^2}{2\hbar}. \quad (5)$$

Сужение области частот в (5) по сравнению с (4) ($\omega_{\max} = \frac{1}{2} \tilde{\omega} Ze^2/\hbar v \ll \tilde{\omega}$) соответствует тому, что все предшествующие формулы справедливы лишь в предположении неизменной траектории электрона, которое в рассматриваемом, борновском случае эквивалентно требованию близости его начальной и конечной скоростей, что и дает $\omega = \frac{m}{2\hbar}(v_1^2 - v_2^2) \ll \omega_{\max}$.

Гаунт-факторы обоих типов (4) и (5) можно (после уточнения всех численных коэффициентов) охватить единой формулой, справедливой при произвольном $Ze^2/\hbar v$ [27]:

$$g(\omega) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \omega^* / \omega \text{ при } \omega \ll \omega^*, \quad (6)$$

где

$$\frac{1}{\omega^*} = \frac{1}{4\omega_{\max}} + \frac{\gamma}{2\tilde{\omega}} \quad (\gamma = 1,78 \text{ — постоянная Эйлера}). \quad (7)$$

Знание низкочастотных гаунт-факторов типа (4) — (6) играет существенную роль для интерпретации процессов ТИ в оптическом, инфракрасном и микроволновом диапазонах, происходящих в термоядерных, газоразрядных, астрофизических и ионосферных условиях.

5. При исследовании ТИ на очень сильно или даже полностью ободранных ионах в широком диапазоне $Ze^2/\hbar v$ и ω естественно использовать наиболее общий квантовомеханический (нерелятивистский) кулоновский гаунт-фактор — формулу Зоммерфельда [28] [29]. Она имеет очень сложный вид, ее численная табуляция содержится в [30], а анализ в многочисленных предельных случаях — в [31], [32], [7]*. Большинство этих предельных случаев (кроме борновского для $\omega \ll \omega_{\max}$, см.

* Далее мы упоминаем только о тех приближениях, которые были разработаны после опубликования обзора [31].

рис. 1) хорошо описывается единой, относительно простой полуклассической формулой [21], [27], содержащей классическую функцию из [26], но не от классического аргумента ω/ω , а от квантового аргумента $2\omega/\gamma\omega^*$, см. (6), (7). Область применимости этой формулы в значительной мере перекрывается (а к тому же, в «трудном» для нее месте, и заметно дополняется) областью применимости $Ze^2 \frac{1}{\hbar} \left(\frac{1}{v'} - \frac{1}{v} \right) \ll 1$ (v, v' — начальная и конечная скорости электрона) другой, также достаточно простой формулы [33] [27], синтезирующей борновские и низкочастотные предельные выражения [31] формулы Зоммерфельда и по своему физическому смыслу близкой к приближению прямолинейных пролетов.

6. Обратимся теперь к рис. 2. Представленные здесь квантовомеханические спектры ТИ допускают приближенную физическую интерпретацию на чисто классической основе. Это довольно естественно, поскольку для электронов рассматриваемых (кэВ-ных) энергий в потенциале ТФ выполняется условие квазиклассичности движения $|d\lambda/dr| \ll 1$, что, в свою очередь, приводит к классичности спектра ТИ: для больших ω , за которые отвечают малые r_0 , эффективный потенциал не очень сильно отличается от кулоновского, а для него такое соответствие между движением и спектром прослеживается непосредственно [27]; для малых ω сечение ТИ пропорционально транспортному сечению упругого рассеяния $\int_0^\pi (1 - \cos \theta) d\sigma(\theta)$ [3], в котором,

во-первых, сечение рассеяния $d\sigma(\theta)$, рассчитанное в квазиклассическом приближении, хорошо описывает экспериментальные данные для электронов нужных энергий [34] и, во-вторых, подавлено рассеяние на малые, «неклассические» углы θ .

Эти физические соображения подтверждаются конкретным анализом [24]. Гаунт-фактор $g(\omega, E, Z)$ классического спектра ТИ электрона в ТФ потенциале нейтрального атома, получаемый с помощью общих формул из [26], оказывается очень сложной даже для численного расчета функций двух безразмерных параметров (по существу чисто классических, поскольку \hbar входит в них просто как параметр фиксированного статического потенциала):

$$\Omega = 0,589 \frac{\hbar^3}{me^4} \frac{\omega}{Z}; \quad \varepsilon = 0,885 \frac{\hbar^2}{me^4} \frac{E}{Z^{4/3}}. \quad (8)$$

Анализ всего массива соответствующих результатов [18, 23] (а он содержит, помимо рис. 2, гаунт-факторы еще для 6 элементов) показывает, что рассчитанные численно квантовые гаунт-факторы с точностью не хуже 15% также являются функциями только Ω и ε , играющих тем самым роль приближенных параметров подобия квантового спектра ТИ. (Более того, воз-

возможности приближенной классической «универсализации» квантового спектра этим не исчерпываются, см. ниже).

Если, соответственно этому, перестроить гаунт-факторы рис. 2 в «натуральных» переменных (8), то полученные кривые $g_\epsilon(\Omega)$ действительно оказываются фрагментами некоторой единой, более широкой картины рис. 4, которая, в свою очередь, может быть построена из простых теоретических соображений, непосредственно обобщающих развитые в 2.1.3, 2.1.4 на некулоновский случай. Так, формулы (11), (14), (13) являются безразмерной формой тех же соотношений для характерных величин: $|U(a)| = E$, $\tilde{\omega} \sim v/a$, $\omega \sim \omega_{вр}$ (U — потенциальная энергия электрона), что и использованные в 2.1.3, только здесь они не приводят к столь простым зависимостям (последние можно воспроизвести, формально положив всюду $\chi=1$). Поэтому ниже следующий разбор рис. 4 является, по существу, физическим истолкованием результатов численных расчетов [18] [23].

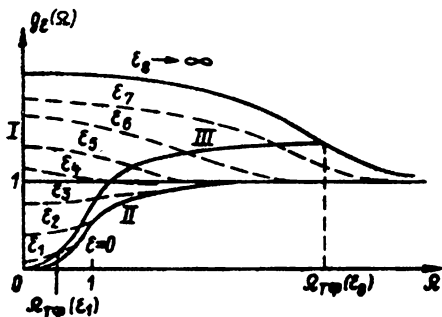


Рис. 4. Семейство спектральных гаунт-факторов ТИ электронов на нейтральном томас-фермиевском атоме в «натуральных» переменных (8). Кривая II, $g_{вр}(\Omega)$ — универсальный «вращательный» предел $\epsilon=0$. Кривая III, $g_{\Omega}[\tilde{\Omega}_{ТФ}(\epsilon)]$ — линия разграничения между низкочастотной $\Omega \ll \tilde{\Omega}(\epsilon)$ и высокочастотной $\Omega \gg \tilde{\Omega}(\epsilon)$ областями спектра ТИ. Горизонталь $g=1$ — крамеровский предел. Значения ϵ — в порядке возрастания: $\epsilon_1 < \epsilon_2 < \dots < \epsilon_8$

Семейство кривых $g_\epsilon(\Omega)$ заключено в пределах области, ограниченной осью ординат I и кривой II. Ось ординат отвечает длинноволновому, или «транспортному», пределу $\Omega=0$; здесь $g_\epsilon(\Omega) \equiv g_0(\epsilon)$ выражается через транспортное сечение рассеяния, что дает

$$g_{тр}(\epsilon) \simeq \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln(2,1 \epsilon) \text{ при } \epsilon \gg 1, \quad (9)$$

$$g_{тр}(\epsilon) \simeq \frac{4\sqrt{3}}{\pi} \epsilon^2 x^2(\epsilon) \text{ при } \epsilon \leq 1, \quad (10)$$

где $x(\epsilon)$ — корень уравнения (χ — универсальная функция ТФ [40])

$$\chi(x)/x = \epsilon. \quad (11)$$

Зависимость $g_0(\epsilon)$, с учетом (8), означает, что длинноволновый предел спектра ТИ характеризуется параметром подобия $E/Z^{4/3}$.

Кривая II, отвечающая пределу $\varepsilon=0$, — универсальная функция от Ω , имеющая во «вращательном» приближении (как уместно назвать расчетную модель 2.1.3 и ее обобщение на кулоновский случай) вид:

$$g_{\text{вр}}(\Omega) = [\chi(y) - y\chi'(y)]^2 [1 - \frac{1}{3}y\chi'(y)/\chi(y)]^{-1}, \quad (12)$$

где $y=y(\Omega)$ — корень уравнения

$$\chi(y)/y^3 = \Omega^2, \quad (13)$$

штрих означает дифференцирование и произведена нормировка по крамерсовскому пределу $g_{\text{вр}}(\infty) = 1$.

Каждая из кривых $g_\varepsilon(\Omega)$ совершает плавный переход между «транспортным» пределом $g_0(\varepsilon)$ и «вращательной» асимптотой $g_{\text{вр}}(\Omega)$. Соответственно, в спектре ТИ имеются низкочастотная, $\Omega \ll \tilde{\Omega}(\varepsilon)$, и высокочастотная, $\Omega \gg \tilde{\Omega}(\varepsilon)$, области (при $\varepsilon \gg 1$ первая из них сама распадается на две подобласти, см. (15)). Переходная частота $\tilde{\Omega}(\varepsilon)$ равна

$$\tilde{\Omega}_{\text{ТФ}}(\varepsilon) \sim \sqrt[3]{\varepsilon/x(\varepsilon)}, \quad (14)$$

где $x(\varepsilon)$ — корень уравнения (11). Функция $\tilde{\Omega}_{\text{ТФ}}(\varepsilon)$ — монотонно растущая, так что с ростом ε доля низкочастотной области в спектре ТИ растет, а высокочастотной — убывает. Соответствующие две области для семейства кривых $g_\varepsilon(\Omega)$ расположены по обе стороны от кривой $g_\varepsilon[\tilde{\Omega}_{\text{ТФ}}(\varepsilon)]$ (рис. 4). Если наилучшим образом конкретизировать численный коэффициент в (14) (это достигается интерполяцией между двумя естественными определениями $\tilde{\Omega}(\varepsilon)$ в предельных случаях, а именно: $g_{\text{вр}}(\tilde{\Omega}) = g_0(\varepsilon)$ для $\varepsilon \ll 1$ и $g_\varepsilon(\tilde{\Omega}) = 1$ для $\varepsilon \gg 1$), то отношение ординат кривых $g_\varepsilon[\tilde{\Omega}(\varepsilon)]$ и $g_{\text{вр}}(\Omega)$ при всех (одинаковых) Ω составит $\approx 1,5$.

При $\varepsilon \gg 1$ $g_\varepsilon(\Omega)$ в преобладающей области $\Omega \ll \varepsilon^{3/2}$ имеет простой вид

$$g_\varepsilon(\Omega) \approx \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{2,1\varepsilon^{3/2}}{\sqrt{\varepsilon} + 0,93\Omega}, \quad (15)$$

переходящий при $\Omega \ll \sqrt{\varepsilon}$ в (9), а при $\sqrt{\varepsilon} \ll \Omega \ll \varepsilon^{3/2}$ — в логарифмическую часть (4) кулоновского спектра; в области $\Omega \gg \varepsilon^{3/2} \gg 1$ $g_\varepsilon(\Omega)$ выходит на крамерсовский предел $g \approx 1$.

Рис. 4 позволяет понять такие качественные черты спектров рис. 2 как их общий вялый ход (причина — «промежуточность» значений ε для данных рис. 2, а именно, $0,1 \leq \varepsilon \leq 2$), возрастание с ω в большинстве случаев и убывание — в одном (для наибольшего ε) и др. Вместе с формулами (8—15) рис. 4 дает достаточное число «опорных точек» и для практического приближенного построения семейства $g_\varepsilon(\Omega)$ без численного расчета соответствующих весьма громоздких фурье-интегралов.

Построенные таким способом кривые $g_e(\Omega)$ близки к [23] и особенно к [18]: лишь для наименьших Z , скажем $Z=18$, расхождение достигает $(15 \div 20)\%$. Последнее естественно, поскольку здесь начинает нарушаться условие квазиклассичности движения электрона $|d\lambda/dr| \ll 1$ (в данном случае — просто условие $Ze^2/\hbar v \gg 1$). Подробнее см. [24], где указан также простой рецепт построения интерполяционных прямых рис. 2.

Интересен вопрос, «успевают» или нет сформироваться высокочастотная область $\Omega \gg \tilde{\Omega}$ в пределах $\omega \ll \omega_{\max}$ каждого конкретного спектра ТИ*. Ответ зависит от выполнения условия $\Omega_{\max} \gg \tilde{\Omega}(\epsilon)$, где, согласно (8), $\Omega_{\max} \sim Z^{1/3}\epsilon$. Для данных рис. 2 получаем $\Omega_{\max}/\tilde{\Omega} \sim Z^{1/3} \simeq 3 \div 4$. Следовательно, у этих спектров высокочастотная область более или менее сформировалась (кроме как для наименьших Z), так что Ω_{\max} попадает в область применимости формулы (12), а это, кстати, означает (с учетом (8)) наличие удобного параметра подобия, в данном случае E/Z , также и для коротковолновой границы спектра ТИ.

7. Из анализа рис. 4 можно сделать некоторые выводы об-щезначимого характера. Уже в кулоновском случае, когда классический спектр ТИ дается универсальной функцией от $\omega/\tilde{\omega}$ [26], мы имели дело с двумя взаимно альтернативными типами спектра — крамеровским (2) и логарифмическим (4), переход между которыми происходит просто при $\omega \sim \omega_{кул} \sim \sim mv^3/Ze^2$. В рассмотренном в 2.1.6 более общем ТФ случае, когда спектр ТИ $g_e(\Omega)$ не универсален, аналогичная альтернативность существует в двойной форме: при $\epsilon \ll 1$ — между «вращательным» (12) и «транспортным» (10), а при $\epsilon \gg 1$ — между вращательным и логарифмическим (15) спектрами, причем геометрическим местом точек перехода («водоразделом») между этими (низкочастотным и высокочастотным) типами спектра является кривая $g_e[\tilde{\Omega}_{ТФ}(\epsilon)]$ (рис. 4).

Аналогию можно сделать более полной, уравнивая для обоих потенциалов число параметров путем учета $\hbar \neq 0$ для кулоновского случая, т. е. обратившись к диаграмме гаунт-факторов теории Зоммерфельда (рис. 1). Аналогом ТФ параметра $\epsilon \sim E/Z^{4/3}$ при этом оказывается кулоновский параметр $(\hbar v/Ze^2)^2 \sim \omega E/Z^2$, аналогом вращательной асимптоты $g_{вр}(\Omega)$ — крамеровская «площадка» $g=1$. Обе они отвечают пределу $Z \rightarrow \infty$ при $E = \text{const}$. По мере отхода от этого предела (путем уменьшения Z) у кулоновского гаунт-фактора (рис. 1) начинается «отрастать» (а в дальнейшем и преобладать) логарифми-

* При $\omega \gg \omega_{\max}$, т. е. в фоторекомбинационной области спектра, выполнение неравенства $\Omega \gg \tilde{\Omega}$ само по себе может только облегчиться (ср. 2.2.1), однако в расчетном плане здесь возникает новое обстоятельство — существует ли, для данного ω , вакансия в оболочке для рекомбинирующего электрона.

ческая ветвь, а у ТФ гаунт-фактора (рис. 4) — транспортная ветвь (10), которая впоследствии, при $\epsilon \gg 1$, дополняется (а в конечном счете и почти вытесняется) кулоновской логарифмической зависимостью (4).

Как можно показать исходя из 2.1.3, 2.1.4, [24], отмеченная альтернативность между высокочастотным и низкочастотным типами спектра ТИ имеет в основном ту же природу, что и известная взаимная альтернативность двух предельных механизмов уширения спектральной линии — соответственно статического и ударного (см. гл. 3). В этом смысле можно говорить о существовании глубокой аналогии между ТИ и уширением линий, а в ее рамках — о двух механизмах ТИ. При этом, например, частота $\tilde{\Omega}_{ТФ}(\epsilon)$ (14) оказывается естественным аналогом известной «вайскопфовой» частоты [6, 8], см. (46).

8. Для практики интересны характеристики ТИ, усредненные по максвелловскому распределению электронных скоростей v . Спектральное распределение энергии ТИ в единицу времени из единицы объема плазмы с плотностями электронов N_e и (водородоподобных) ионов N_Z имеет, в обозначениях 2.1.3, 2.1.4, вид:

$$dQ(\omega) = N_e N_Z \langle v d\nu(\omega) \rangle, \quad (16)$$

где угловые скобки означают усреднение по v от $v_{min} = \sqrt{2\hbar\omega/m}$ (из закона сохранения энергии в акте ТИ) до ∞ ,

а полная энергия ТИ Q равна $\int_{\omega=0}^{\infty} dQ(\omega)$. В приближении Кра-

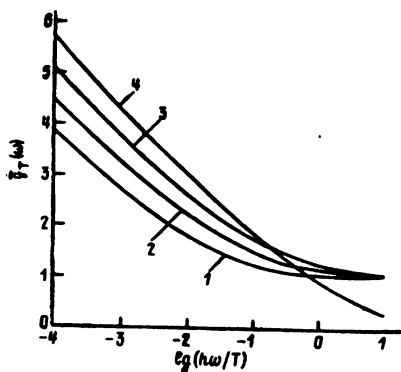


Рис. 5. Спектральные гаунт-факторы $g_T(\omega)$ ТИ электронов в кулоновском поле, усредненные по максвелловскому распределению, для различных значений параметра $Z^2 R_y/T$: 10^2 , 10, 1 и 10^{-3} для кривых 1, 2, 3 и 4 соответственно [3]

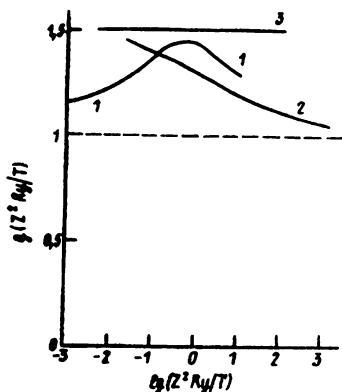


Рис. 6. Зависимость интегрального кулоновского гаунт-фактора g от T/Z^2 [25]:

1 — точный квантовомеханический расчет [3]; 2 — полуклассический расчет [27]; 3 — квазиборновское значение $g=1,52$ (развитие [20])

мерса (2), очевидно, $\langle v d\kappa(\omega) \rangle \propto Z^2 T^{-1/2} e^{-\hbar\omega/T}$ (что дает удобный метод измерения электронной температуры T по наклону спектра ТИ), $Q \propto Z^2 \sqrt{T}$. Если измерять T в эВ, N_e, N_Z — в см^{-3} , Q — в эрг/ $\text{см}^3 \cdot \text{с}$, то

$$Q_{\text{крам}}^{\text{ТИ}} = 1,54 \cdot 10^{-25} N_e N_Z Z^2 T^{1/2}. \quad (17)$$

Последние формулы справедливы (см. 2.1.3) при $\frac{Ze^2}{\hbar v_T} \sim \sqrt{\frac{Z^2 R_y}{T}} \gg 1$ (v_T — тепловая скорость электрона: $R_y = me^4/2\hbar^2 = 13,6$ эВ) и для не слишком малых ω . При невыполнении этих ограничений нужно вводить соответствующие гаунт-факторы $\bar{g}_T(\omega)$ и $g(T)$ (см. 2.1.1), представленные на рис. 5 и 6 [3, 25]. Следует обратить внимание на незначительность (в пределах 40%) изменения $g(T)$ при изменении Z^2/T на несколько порядков.

2.2. Фоторекомбинационное излучение

1. Процесс фоторекомбинации является одним из главных механизмов образования ионов меньшей кратности в горячей плазме. Он состоит в захвате плазменного электрона на уровень n многозарядного иона с испусканием фотона частоты ω , определяемой законом сохранения энергии:

$$\hbar\omega = \frac{mv^2}{2} + \frac{Z^2 R_y}{n^2}, \quad R_y = me^4/2\hbar^2, \quad (18)$$

где v — начальная скорость рекомбинирующего электрона, $Z^2 R_y/n^2$ — энергия ионизации n -го уровня иона, который мы считаем водородоподобным.

Фоторекомбинационное излучение (ФИ) является наряду с ТИ (см. 2.1), с одной стороны, источником радиационных потерь плазмы, а с другой — одной из основ диагностики многозарядных ионов в плазме. Эта последняя роль ФИ связана с тем, что его спектр, согласно (18), содержит ряд скачков, отвечающих рекомбинации на уровни с разными n . Для примера в I на рис. 21 уже был показан скачок ФИ, наблюдаемый на гелиеподобном ионе аргона в плазме токамака Т-10 [35]. Измерения интенсивности таких скачков дают информацию о концентрации соответствующих ионов в плазме.

Задача о фоторекомбинации электрона в чисто кулоновском поле ядра решается до конца, однако соответствующие общие результаты [36] (являющиеся аналогом теории Зоммерфельда для ТИ, см. 2.1.5) труднообозримы. К счастью, и для теории ФИ хорошей основой оказывается квазиклассическое приближение Крамерса. Действительно, пусть $Ze^2/\hbar v \equiv \eta \gg 1$; тогда для $n \gg 1$ движение электрона квазиклассично как до, так и после акта ФИ, который сопровождается, как и в случае ТИ,

переходом электрона с одной почти параболической траектории на другую (различие между ТИ и ФИ в знаке энергии конечного состояния электрона в рассматриваемой связи несущественно). Поэтому можно вычислить интенсивность ФИ при захвате электрона на уровень n непосредственно по формуле Крамерса (2) для ТИ, должным образом выбрав в ней интервал $d\omega$: ясно, что он должен быть равен ширине того участка ω , который приходится на долю уровня n в некотором эквивалентном континууме, заменяющем в нашем рассуждении фактический, дискретный спектр. Из (18) имеем $d\omega = -\frac{2Z^2 Ry}{\hbar n^3} dn$,

где согласно сказанному надо положить $dn = -1$. Подставляя это в (2), получаем κ_n — эффективное излучение при рекомбинации на уровень n , равное, в свою очередь, $\hbar\omega\sigma_n$, где σ_n — эффективное сечение фоторекомбинации на этот уровень*. В результате приходим к формуле Крамерса для ФИ:

$$\sigma_n^{\text{крам}} = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \frac{\hbar e^2}{m^2 c^3} \frac{\eta^4}{n(n^2 + \eta^2)}, \quad \eta = Ze^2/\hbar v. \quad (19)$$

Точное квантовомеханическое выражение для сечения фоторекомбинации на основной уровень $n=1$ имеет вид [7]

$$\sigma_1^{\text{точн}} = \frac{256\pi^2}{3} \frac{\hbar e^2}{m^2 c^3} \frac{\eta^6}{(\eta^2 + 1)^2} \frac{\exp(-4\eta \operatorname{arctg} 1/\eta)}{1 - \exp(-2\pi\eta)}. \quad (20)$$

В квазиклассическом случае $\eta \gg 1$ формула (19) обеспечивает хорошую точность не только при $n \gg 1$, но и при $n \sim 1$. Так, для $n=1$ рекомбинационный «гаунт-фактор» (см. 2.1) равен

$$g_1 \equiv \sigma_1^{\text{точн}}/\sigma_1^{\text{крам}} \approx \frac{8\pi\sqrt{3}}{e^*} \approx 0,80. \quad (21)$$

При уменьшении η g_1 , согласно (19), (20) (и тем более гаунт-факторы $g_n = \sigma_n^{\text{точн}}/\sigma_n^{\text{крам}}$ для больших n , см. рис. 7), долго остается ≈ 1 . Пройдя через плавные максимумы (существование их понятно из (19), (20), дающих для $1/2\pi < \eta < 1$. $g_1 \propto \eta^2 e^{-2\pi\eta}$), все g_n в борновском пределе $\eta \rightarrow 0$ спадают как $4\sqrt{3}\eta \ll 1$.

2. Исходя из (19) (с учетом, при необходимости, данных рис. 7), можно рассчитать, аналогично 2.1.8, различные «интегральные» характеристики фоторекомбинации: спектральное распределение $\eta(\omega)d\omega$ энергии ФИ для данного n (в силу (18) оно повторяет распределение электронных энергий), усредненную по Максвеллу скорость рекомбинации на уровень n ,

* Заметим, что и сама формула (2) для $d\kappa(\omega)$ может быть представлена в виде произведения $\hbar\omega$ на эффективное сечение ТИ $d\sigma(\omega)$ — в резком «интерпретационном» отличии от исходного, чисто классического произведения $d\kappa(\rho) = \Delta\mathcal{E}(\rho)2\eta\rho d\rho$. Это отражает отличие двух картин ТИ — квантовой (редкие акты излучения крупных квантов $\hbar\omega$ отдельными электронами) и классической (непрерывное «струение» мелких порций энергии $\Delta\mathcal{E}(\rho)$ от всех электронов).

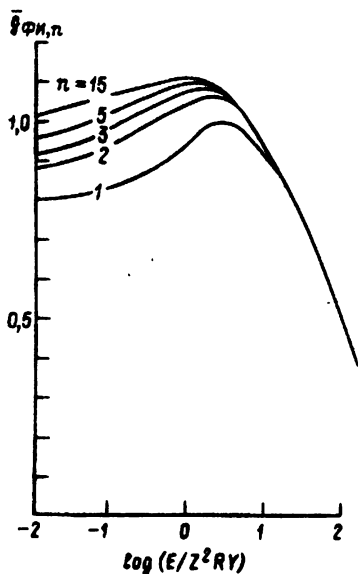


Рис. 7

Рис. 7. Гаунт-факторы g_n для фоторекомбинационного излучения электрона на водородоподобном ионе, усредненные по оболочке с главным квантовым числом n , в функции от энергии E рекомбинирующего электрона, измеренной в единицах $Z^2 Ry$ [39]

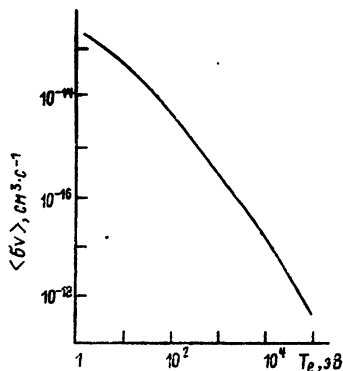


Рис. 8

Рис. 8. Скорость фоторекомбинации $\langle v\sigma \rangle$ электрона на протоне в зависимости от температуры плазмы [38]

$\langle v\sigma_n \rangle$, полное сечение рекомбинации на все уровни $\sigma_{\text{полн}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n$, полную скорость фоторекомбинации $\alpha \equiv \langle v\sigma_{\text{полн}} \rangle$, полную плотность мощности ФИ плазмы,

$$Q^{\text{ФИ}} = N_e N_Z \left\langle v \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n \left(\frac{Z^2 Ry}{n^2} + \frac{mv^2}{2} \right) \right\rangle, \quad (22)$$

(усреднение по v происходит от $v=0$ до ∞) и др.

Вычислим $\sigma_{\text{полн}}$ для $\eta \gg 1$, когда справедливо (19). В этом случае в сумме $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + \eta^2)}$ слагаемые убывают медленно при $n \ll \eta$ и быстро — при $n \gg \eta$, так что сумму можно приближенно заменить на $\eta^{-2} \int_1^{\eta} \frac{dn}{n} = (\ln \eta) / \eta^2$. Это дает

$$\sigma_{\text{полн}} \approx \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \frac{\hbar e^2}{m^2 c^3} \eta^2 \ln \eta, \quad \eta \gg 1, \quad (23)$$

что практически совпадает с результатом точной теории [36], содержащим $(\ln \eta + 0,16)$ вместо $\ln \eta$.

При $\eta \ll 1$ (19) дает неправильный «масштаб» сечения, но, как ясно из рис. 7, попрежнему правильную структуру $\sum_{n=1}^{\infty}$, которая здесь сводится к $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-3} \approx 1,20$. Согласно [37], для $\eta \leq 3$ имеем:

$$\sigma_{\text{полн}} \approx \sigma_1^{\text{точн}} (1,20 + 0,28\eta), \quad (24)$$

где $\sigma_1^{\text{точн}}$ дается формулой (20). Для $\eta = 3$ отличие «взаимодополняющих» формул (23) и (24) составляет $\approx 30\%$.

Отметим, что для наиболее представленных в плазме ионов значение $Ze^2 / \hbar v_T$ как раз и составляет несколько единиц, см. напр. [99], так что для них оценки α по (23) и (24) должны давать близкие результаты.

Результаты расчетов скорости фоторекомбинации α электрона на протоне с использованием (24) приведены на рис. 8 [38]. Оценки по формуле (23) хорошо согласуются с этими результатами при $T \leq 10$ эВ.

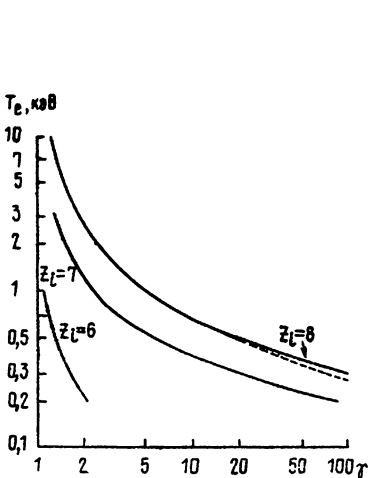


Рис. 9. Параметр γ , определяющий превышение полного излучения над тормозным, в зависимости от T_e для ионов кислорода [39]. Цифры у кривых — заряды ионов, пунктирная кривая — значения γ для коронального равновесия

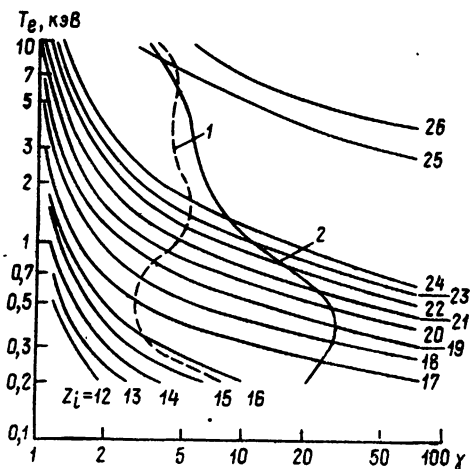


Рис. 10. Параметр γ , определяющий превышение полного излучения над тормозным, в зависимости от T_e для ионов железа [39]. Указаны значения γ для корональной модели с учетом (кривая 2) и без учета (кривая 1) диелектронной рекомбинации

Радиационные потери (22) оценим с помощью (19), всюду пренебрегая n по сравнению с η . Это дает (единицы измерения — те же, что и в 2.1.8):

$$Q_{\text{Крам}}^{\text{ФИ}} \approx 5 \cdot 10^{-24} N_e N_Z Z^4 T^{-1/2}, \quad (25)$$

что совпадает с результатом численного расчета [37].

Согласно (17) и (25) имеем $Q^{\text{ТИ}}/Q^{\text{ФИ}} \approx T(\text{эВ})/32 Z^2$, что дает удобное разграничение областей преобладания каждого из этих двух механизмов радиационных потерь. Это разграничение имеет наглядный смысл: обе величины (17) и (25) восходят к формуле Крамерса (2) с тем отличием, что в случае ТИ эффективный частотный интервал $\int d\omega$ по порядку величины равен средней энергии электрона T , а в случае ФИ — энергии связи электрона в основном состоянии атома $Z^2 R_y$.

3. Приведем результаты некоторых расчетов, иллюстрирующих роль фоторекомбинации в физике горячей плазмы, прежде всего в сравнении с конкурирующими процессами ТИ и диэлектронной рекомбинации (ДР).

На рис. 9, 10 [39] представлено в функции T_e отношение γ полного излучения (ТИ+ФИ) к тормозному для энергий фотонов $\hbar\omega$, превышающих энергию ионизации соответствующих ионов кислорода и железа. На рис. 11, 12 [39] приведены, так-

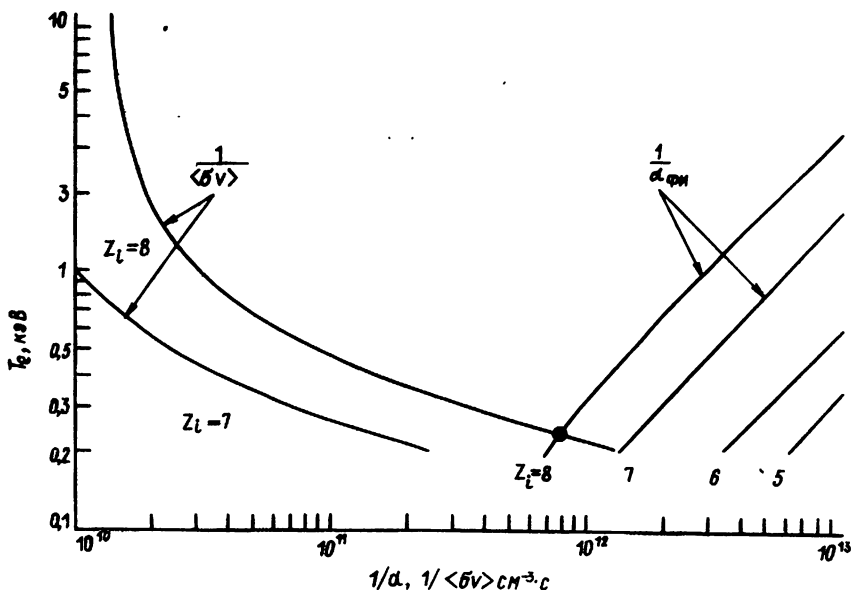


Рис. 11. Связь между обратными величинами скорости ионизации $\langle\sigma v\rangle$, коэффициента фоторекомбинации $\alpha_{\text{ФИ}}$ и электронной температурой плазмы для примеси кислорода [39]. Параметр семейства кривых — заряд иона Z_i в конечном состоянии для ионизации и в начальном — для рекомбинации. Жирными точками отмечены точки, в которых ионизация уравнивается рекомбинацией, т. е. точки коронального равновесия с $N_i=N_{i-1}$

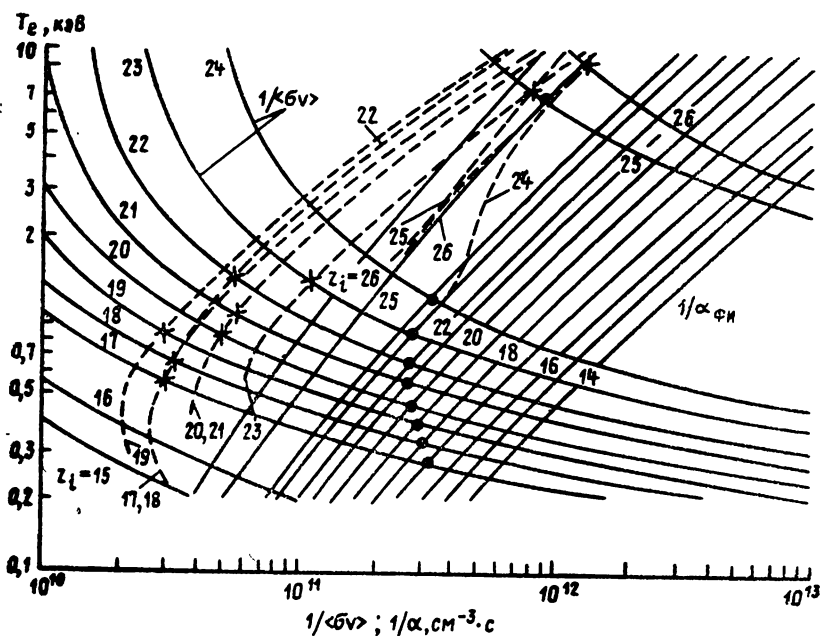


Рис. 12. Связь между обратными величинами скорости ионизации $\langle\sigma v\rangle$, коэффициента фоторекомбинации $\alpha_{\phi i}$ и электронной температурой плазмы для примеси железа [39]; --- обратная величина $(\alpha_{\phi i} + \alpha_{dr})^{-1}$ полного коэффициента рекомбинации; ххх — точки, в которых полная рекомбинация уравнивается ионизацией.

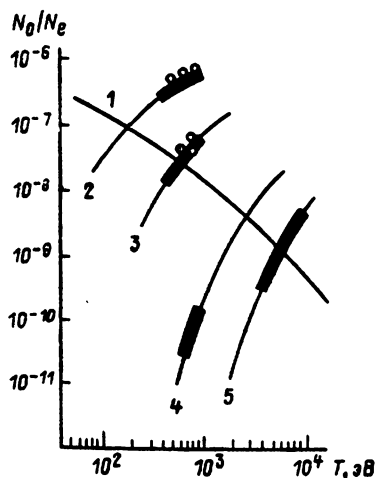


Рис. 13. Относительная концентрация N_0/N_e атомов водорода в центральной области плазмы токамака (a — радиус плазменного шнура) [38].

1 — атомы рекомбинационного происхождения; 2, 3, 4, 5 — атомы перезарядки в различных установках: 2 — в T-4 ($N_e = 6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $a = 17 \text{ см}$); 3 — в T-10 ($N_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $a = 35 \text{ см}$); 4 — в «Алкаторе» ($N_e = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $a = 8 \text{ см}$); 5 — в реакторе-токамаке ($N_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $a = 150 \text{ см}$).

Жирными отрезками на кривых 2–5 отмечены диапазоны рабочих температур соответствующих токамаков; ○○ — экспериментальные данные

же для O и Fe, (обратные) скорости ионизации, фоторекомбинации и «полной» (включающей ДР) рекомбинации, баланс которых определяет наступление коронального равновесия, типичного для разреженной горячей плазмы (см. гл. 1, 5).

Коснемся еще вопроса об определении остаточной концентрации N_0 нейтрального водорода в центральной области плазменного шнура токамака [38]. Эта концентрация создается двумя процессами: фоторекомбинацией и проникновением атомов водорода из периферийных слоев в результате эстафетной перезарядки на протонах. Сравнение обоих механизмов образования N_0 приведено на рис. 13 [38]. Видно, что в зависимости от плотности и размеров шнура фоторекомбинация может играть малую, сравнимую и определяющую роль в установлении концентрации остаточного водорода.

4. Выше мы рассматривали фоторекомбинацию в чисто кулоновском поле и притом в основном в приближении Крамерса. Соответствующие результаты обеспечивают неплохую точность в большинстве задач физики многозарядных ионов в горячей плазме. Существуют и детальные (кулоновские) численные расчеты на строгой квантовомеханической основе — как для данной энергии электрона, так и с усреднением по Максвеллу, см. напр. обзор [31].

Для некулоновского случая (многоэлектронные ионы) также разработаны приближенные методы расчета фоторекомбинации и произведены соответствующие численные табуляции [7], [4], [10].

2.3. Формулы Крамерса для вероятностей радиационных переходов

В развитие качественного рассмотрения п.п. 2.1, 2.2 кратко опишем более строгий подход к расчету излучения электронов, движущихся по сильно искривленным траекториям, который позволяет выявить важный факт универсальности структуры вероятности радиационного перехода в кулоновском поле для всех трех механизмов излучения — ТИ, ФИ и ЛИ. Условием квазиклассичности движения в непрерывном спектре является, как известно [40], неравенство $Ze^2/\hbar v \gg 1$, а в дискретном — большая величина главного квантового числа n . Квазиклассический предел в излучении представляет значительный интерес для реальной плазмы, поскольку здесь параметр $Ze^2/\hbar v$ обычно превосходит единицу. Это связано с тем, что потенциал ионизации наиболее представленных многозарядных ионов ($\sim Z^2 R_y$) заметно больше температуры T_e электронов плазмы (см. 2.2.2).

Согласно 2.1.3 формулы Крамерса отвечают излучению частот ω , достаточно больших по сравнению с характерными частотами вращения электрона в кулоновском поле $\tilde{\omega} \sim mv^3/Ze^2$. За излучение таких частот ответственны сильно искривленные

траектории электрона, проходящие вблизи от ядра, где потенциальная энергия $|U|$ превосходит кинетическую E . В этом смысле приближение Крамерса противоположно часто используемому в расчетах приближению прямолинейных пролетов, основанному на обратном условии $E \gg |U|$.

Причина универсализации спектров ТИ, ФИ и ЛИ состоит именно в том, что излучение во всех этих случаях происходит с небольшого участка сильно искривленной траектории, где $|U| \gg \gg |E|$ и излучающий электрон «не знает», останется ли он после излучения в непрерывном спектре ($E > 0$) или же перейдет в дискретный ($E < 0$).

Спектральное распределение интенсивности излучения электрона с данной энергией $E = mv^2/2$ (или квантовым числом n) и моментом $M = mvr$ (или орбитальным квантовым числом l) в последние годы неоднократно получалось и использовалось различными авторами [27, 36, 41]. Так, для ТИ соответствующие формулы получались в [27] из общих квантовых результатов Зоммерфельда [28, 29], в [41] — из анализа квазиклассических матричных элементов радиационного перехода в центрально-симметричном потенциале. Напомним, что приближение сильно искривленных траекторий ($|U| > E$) не обязательно связано с кулоновским полем. В 2.1.6 это приближение использовано для томас-фермиевского потенциала; условия его применимости указаны в [24].

Для процесса ФИ аналогичные результаты были получены в [36] на основе фурье-анализа классических траекторий. Наконец, для ЛИ вероятности радиационных переходов $n \rightarrow n'$ получались в [41] с помощью квазиклассических волновых функций дискретного спектра, после чего результаты аналитически продолжались на непрерывный спектр.

Следует отметить, что для различных механизмов ИП непосредственный интерес представляют несколько различные величины: для ТИ — эффективное излучение $dk(\omega)$, или сечение излучения кванта $d\sigma/d\omega$, см. [7, 12], для ФИ — сечение фото-рекомбинации σ_{nl} на данный дискретный уровень nl , для ЛИ — скорость радиационных переходов $nl \rightarrow n'l' = l \pm 1$. Однако для всех трех механизмов спектр излучения описывается одной и той же универсальной функцией $F(\omega)$. Ее вид наиболее просто установить на основе фурье-анализа классической, сильно искривленной траектории (см. § 70 в [26]; всюду ниже $Z=1$)

$$F(\omega) = K_{2/3}^2(l^3\omega/3) + K_{1/3}^2(l^3\omega/3), \quad (26)$$

где $K_\nu(x)$ — функции Макдональда, ω — частота испущенного излучения, l — орбитальный момент излучающего электрона.

Для случая ЛИ в качестве ω следует подставить разность энергий дискретных уровней $E_n - E_{n'} = \frac{1}{2}((n^2 - n'^2))$. В ре-

зультате для вероятности радиационного перехода получается [41]

$$A_{nn'} = \frac{2l^4 (n^2 - n'^2)}{9\pi^2 c^3 n^5 n'^5} F\left(\frac{1}{2n^2} - \frac{1}{2n'^2}\right). \quad (27)$$

Соответственно, для ФИ следует воспользоваться законом сохранения энергии: $\hbar\omega = |E_n| + mv^2/2$, что дает [36]:

$$\sigma_{nl} = \frac{8}{9} \frac{1}{c^3} \left(\frac{l}{n}\right)^5 \left(\frac{1}{p^2} + n^2\right) F\left(\frac{1}{2n^2} + \frac{p^2}{2}\right). \quad (28)$$

Видно, что формулы для ФИ могут быть получены из формул для ЛИ прямой заменой квантовых чисел $n' \rightarrow i/p$, см. [41].

Для ТИ результат при фиксированном $l = mv\rho/\hbar$, хотя и вытекает непосредственно из (26), не представляет особого физического интереса. Поэтому его следует проинтегрировать по всем значениям прицельных параметров ρ , что дает известную формулу Крамерса, ср. (2),

$$d\sigma/d\omega = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \frac{1}{c^3 p^2} \frac{1}{\omega}. \quad (29)$$

Аналогичная процедура суммирования по орбитальным моментам l в (27), (28) дает формулы Крамерса для дискретных переходов и фоторекомбинации:

$$A_{nn'} = \frac{16}{3\sqrt{3}\pi c^3 n^2 n' (n^2 - n'^2)}, \quad (30)$$

$$\sigma_n = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \frac{1}{c^3 p^4 n (n^2 + p^{-2})}. \quad (31)$$

Формулы Крамерса дают хорошее приближение к истинным вероятностям радиационных переходов даже если условия их применимости и не выполняются с большим запасом, см. [8, 41], а также 2.1, 2.2. Они играют, как уже отмечалось, важную роль для условий высокотемпературной плазмы, когда структура наиболее представленных многозарядных ионов близка к водородоподобной.

2.4. Циклотронное излучение

1. Важным каналом радиационных потерь энергии термоядерной плазмы, удерживаемой сильным магнитным полем \mathbf{H} , при температурах $T > 10$ кэВ является магнитотормозное (циклотронное) излучение электронов (ЦИ). Элементарный механизм ЦИ был довольно детально выяснен еще до начала работ по УТС, см. напр. [42, 26]*. Однако его сложность (релятивизм, наличие в спектре ряда гармоник, анизотропия относительно \mathbf{H} , диэлектрические свойства плазмы) привела к тому,

* Новая интерпретация этого механизма, основанная на его аналогии с эффектом Черенкова, предложена в [128].

что и все расчеты макроскопических характеристик ЦИ — $\eta(\omega)$, реабсорбции в слое и соответствующих РП — начиная с основополагающих работ [43—45], чрезвычайно сложны, так что до последнего времени продолжается их численное (в рамках одной и той же физической картины) уточнение — на факторы, доходящие до $2 \div 5$ в РП [46].

Ниже мы рассчитаем макроскопические характеристики ЦИ на основе упрощенной модели, допускающей достаточно простую аналитическую трактовку. Это позволит — ценой некоторой потери точности на уровне $\eta(\omega)$, но зато без довольно обычных в обзорной литературе логических скачков типа использования приводимых без вывода промежуточных формул и т. п. — ясно проследить за происхождением «параметрической» структуры РП, а также установить соответствующий приближенный закон подобия.

2. Электрон, движущийся со скоростью v по окружности в постоянном однородном магнитном поле \mathbf{H} , непрерывно излучает; это и есть ЦИ. Радиус орбиты электрона r и циклическая частота его движения ω_H равны

$$\begin{aligned} r &= \frac{mcv}{eH \sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad \omega_H = \frac{v}{r} = \frac{eH}{mc} \sqrt{1-v^2/c^2} \equiv \\ &\equiv \omega_H^{(0)} \sqrt{1-v^2/c^2}, \end{aligned} \quad (32)$$

(m — масса покоя электрона), а полная интенсивность излучения во всех направлениях [26] —

$$I = \frac{2e^4}{3m^2c^5} \frac{H^2 v^3}{1-v^2/c^2}. \quad (33)$$

Для оценки ожидаемой роли потерь на ЦИ в термоядерных реакторах умножим (33) на концентрацию электронов N_e и усредним по максвелловскому распределению v . С учетом условия магнитного удержания плазмы $H^2/8\pi > (N_e + N_i)T = 2N_e T$ и для температур $T \ll 200$ кэВ результат приблизительно пропорционален $N^2 T^2$, тогда как потери на тормозное излучение, согласно (17), пропорциональны $N^2 \sqrt{T}$. Последние, как известно, определяют температуру поджига T^* термоядерной реакции, которая для D—T-реактора составляет 4 кэВ, а для D—D-реактора — 36 кэВ. С учетом того, что скорость ядерного энерговыделения для D—T реакции примерно на два порядка больше, чем для D—D, из сказанного ясно, что **вычисленные по (33) потери на ЦИ существенно меньше энерговыделения при $T = T^*$ в реакции D—T и, напротив, всегда превышают энерговыделением в реакции D—D.**

Отсюда следует, что потери на ЦИ малосущественны для D—T реактора (они лишь повышают T_{DT}^* с 4 кэВ до 7 кэВ), но еще не следует, что они безусловно губительны для D—D-реактора, поскольку формула (33) не учитывает возможной реабсорбции ТИ в объеме плазмы. (Тоже относится и к пред-

полагаемым реакторам на неводородном топливе, например D—He³, В¹¹—р и др., для которых значения T^* еще выше.).

Коэффициент поглощения излучения любого типа зависит от его частоты ω . (Для термически равновесной плазмы он связан законом Кирхгофа с ее спектральной излучательной способностью). Это обстоятельство (наряду с диагностическими проблемами [3, 47]) подводит к необходимости выяснения того, как полная интенсивность (33) распределена по спектру.

3. Частотный спектр ЦИ состоит из основной «циклотронной» частоты ω_H (32) и ее гармоник $n\omega_H$ ($n=2, 3, 4, \dots$). Такая структура спектра объясняется тем, что плотность тока j в каждой точке круговой траектории электрона как функция времени t имеет вид последовательности δ -функций, отстоящих друг от друга на период $2\pi/\omega_H$. Поэтому в разложении j , как периодической функции, в ряд Фурье фигурируют только частоты $n\omega_H$; они же, естественно, содержатся и в спектре ЦИ. Интенсивность n -ой гармоники определяется квадратом модуля фурье-компоненты электромагнитного поля ЦИ для частоты $\omega=n\omega_H$, т. е. соответствующего временного фурье-интеграла от $e^{-ikr(t)}$, где k — волновой вектор ЦИ, r — радиус-вектор электрона. Поскольку с учетом (32):

$$kr = kr \cos \theta \sin \omega_H t = \frac{n\omega_H}{c} r \cos \theta \sin \omega_H t = \frac{nv}{c} \cos \theta \sin \omega_H t,$$

видно, что номер гармоники n входит в I , в частности, в комбинации с v/c . Это указывает на релятивистскую природу эффекта гармоник, а также на то, что этот эффект может быть существенным уже при небольшом v/c . (При $v \ll c$ преобладающая доля энергии излучается на основной частоте $\omega_H \approx \omega_H^0$, а интенсивности I_n даются членами ряда по степеням $(v/c)^2$ [42, 48], коэффициенты которого, однако, быстро растут с n . Например, для $E=50$ кэВ, когда $v^2/c^2=1/5$, имеем $I_1:I_2:I_3=1:1/2:1/5$, тогда как при температуре $T=50$ кэВ на гармоники с $n \geq 2$ приходится уже 94% излучаемой энергии [3]). Для наших целей оказывается достаточной асимптотическая формула при $n \gg 1$ [26, с. 261]

$$I_n = \frac{e^4 H^2 \sqrt{n}}{2 \sqrt{\pi} m^2 c^3} (1 - v^2/c^2)^{5/4} \times \\ \times \left[\frac{v/c}{1 + \sqrt{1 - v^2/c^2}} \exp(\sqrt{1 - v^2/c^2}) \right]^{2n}, \quad (34)$$

формально применимая при $n(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2} \gg 1$, но, например, в пределе $v/c \rightarrow 0$ воспроизводящая правильное значение I_n даже для $n=1$ (совпадающее с (33)) с ошибкой всего в 25%.

4. Для расчета спектральной излучательной способности термически равновесной плазмы на частотах ЦИ примем следующую упрощенную модель: 1) полностью «расцепим» по-

перечное $v_{\perp} \equiv v$ и продольное v_{\parallel} (по отношению к \mathbf{H}) движения электрона в том смысле, что первое будем считать ответственным только за интенсивность гармоник ЦИ в соответствии с (34), а второе — только за доплеровское смещение каждой из них; при этом распределения v_{\perp} и v_{\parallel} будем описывать отдельными максвелловскими законами для температуры T ; 2) во всех случаях, когда в строгом расчете возникала бы зависимость от угла θ между \mathbf{H} и направлением испускания ЦИ (доплеровское смещение гармоник, излучательная способность плазмы), мы будем ею пренебрегать.

В последней связи отметим, впрочем, что при рассматриваемых слабо- или умеренно-релятивистских температурах эффект анизотропии испускания ЦИ выражен (по крайней мере в интеграле (33) по спектру) еще не очень сильно. Так, даже при $E=20$ кэВ максимальная (под углом 90° к \mathbf{H}) интенсивность ЦИ превышает среднюю по всем углам всего лишь в 1,5 раза.

5. Запишем спектральное распределение $dI_n(\omega)$ интенсивности n -ой гармоники для данного v , определяемое ее доплеровским уширением, в свою очередь обусловленным максвелловским распределением v_{\parallel} . Для интересующих нас $T = (10 \div 60)$ кэВ $\ll mc^2 = 511$ кэВ это достаточно сделать (в отличие от последующего усреднения по $v_{\perp} = v!$) в нерелятивистском приближении, что дает:

$$dI_n(\omega) = \frac{I_n}{\sqrt{\pi} n \sqrt{\bar{\beta}_{\parallel}^2 (1 - \beta^2)} \omega_H^{(0)}} \times \exp \left[-\frac{(\omega - n\omega_H^{(0)} \sqrt{1 - \beta^2})^2}{\bar{\beta}_{\parallel}^2 n^2 \omega_H^{(0)2} (1 - \beta^2)} \right] d\omega, \quad (35)$$

где I_n дается формулой (34), $\bar{\beta}_{\parallel}^2 \equiv \frac{1}{c^2} \bar{v}_{\parallel}^2 \approx \frac{T}{mc^2}$; $\beta = \frac{v}{c}$, $\omega_H^{(0)} = \frac{eH}{mc}$.

Спектральная излучательная способность плазмы (по всем направлениям испускания ЦИ), рассчитанная на один электрон, получается из (35) суммированием по всем n и усреднением по релятивистскому двумерному распределению Максвелла для β :

$$\langle \frac{dI(\omega)}{d\omega} \rangle = \int_{\beta=0}^{\infty} d\omega(\beta) \sum_{n=1}^{\infty} dI_n(\omega) / d\omega, \quad (36)$$

где

$$d\omega(\beta) = d\omega(\varepsilon) = \frac{e^{mc^2/T} e^{-\varepsilon/T}}{mc^2 T (1 + T/mc^2)} \varepsilon d\varepsilon; \quad \varepsilon = mc^2 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (37)$$

Приближенное вычисление (36) удастся провести аналитически, используя наличие в задаче, для интересующих нас условий, двух больших параметров: $mc^2/T \equiv \mu \gg 1$ и $\omega/\omega_H^{(0)} \equiv$

$\equiv v \gg 1$. Как интегрирование по β , так и суммирование по n (также сводящееся, ввиду $n_{эф} \gg 1$, к интегрированию) выполняются методом «перевала», основанным на наличии достаточно узкого максимума в каждом из двух подынтегральных выражений. (В частности, за ЦИ данной частоты $\omega \gg \omega_H^{(0)}$ ответственна лишь относительно узкая область «хвостовых» — и потому уже существенно релятивистских — скоростей $v \sim \bar{v} \gg \sqrt{T/m}$: электроны с $v \gg \bar{v}$ в силу (37) слишком малочисленны, а для электронов с $v \ll \bar{v}$ эффективный номер гармоники $n_{эф} \sim \frac{\omega}{\omega_H} \gg 1$ оказывается в силу (34) слишком высоким). Результат имеет простой вид:

$$\left\langle \frac{dI(v)}{dv} \right\rangle = \frac{1}{2^{3/4} \sqrt{2n}} \frac{\mu^{1/4}}{1 + 1/\mu} \frac{e^2}{c} \omega_H^{(0)2} \cdot v^{3/4} e^{-1,04 \sqrt{\mu} v}. \quad (38)$$

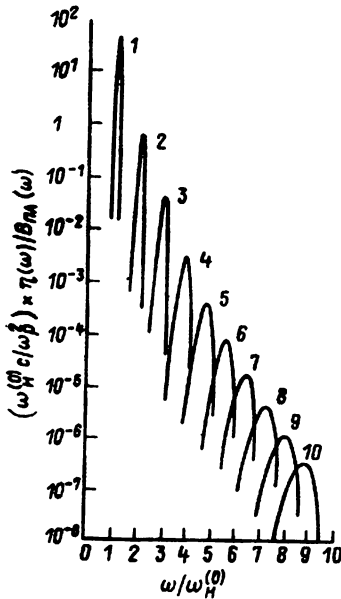


Рис. 14

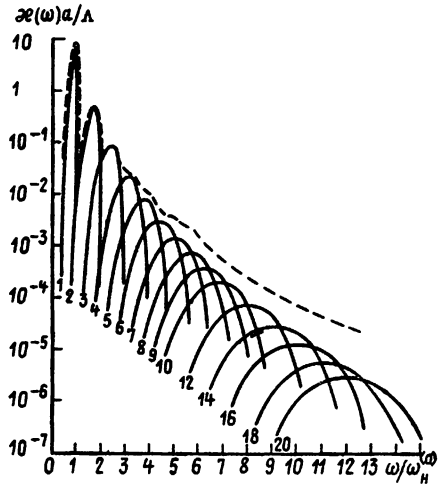


Рис. 15

Рис. 14. Спектр интенсивности циклотронного излучения термически равновесной, оптически тонкой плазмы в единицах рэлей — джинсовской интенсивности излучения черного тела (или, что эквивалентно в силу закона Кирхгофа, безразмерный коэффициент поглощения ЦИ $\chi(\omega)a/\Lambda$, где Λ см. (82) в функции от безразмерной частоты $\omega/\omega_H^{(0)}$ для электронной температуры $T_e = 10$ кэВ [49]. Цифры у кривых — номера гармоник ЦИ

Рис. 15. Спектр интенсивности циклотронного излучения термически равновесной, оптически тонкой плазмы в единицах рэлей-джинсовской интенсивности излучения черного тела в функции от безразмерной частоты $\omega/\omega_H^{(0)}$ для электронной температуры $T_e = 50$ кэВ: суммарная кривая по всем гармоникам [[49, 79]

Примеры спектров ЦИ плазмы, рассчитанных численно, приведены на рис. 14, 15 [49, 3, 79]. При сопоставлении их с (38) следует учесть, что они нормированы на рэлей-джинсовскую интенсивность излучения черного тела (т. е. в сравнении с (38) поделены на $\text{const } \omega^2 T$) и, главное, отвечают (применительно к конкретному углу испускания $\theta = 90^\circ$) иному — квадратичному, а не линейному — механизму доплеровского уширения гармоник.

Применение (38) для оценки радиационных потерь термодерной плазмы см. в гл. 4.

3. КОНТУРЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ, УШИРЕННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯМИ

3.1. Механизмы уширения.

Связь с теорией неупругих переходов

Описание основных механизмов уширения линий в спектрах ЛИ плазмы было дано в I, причем основное внимание там было уделено интегральным по спектру критериям реализации того или иного механизма. Здесь мы ограничимся случаем уширения парными (бинарными) столкновениями излучающего атома с заряженными частицами плазмы, но зато более подробно остановившихся на характере спектрального распределения интенсивности ЛИ.

Уширение линий (УЛ) парными столкновениями, скажем, с электронами плазмы имеет много общего с процессом ТИ. Действительно, в обоих случаях плазменный электрон пролетает мимо атома (или иона) и излучается квант частоты ω . Различие состоит лишь в том, что в случае ТИ этот квант излучается самим налетающим электроном, тогда как при УЛ он излучается внутриатомным электроном. Это различие, однако, малосущественно, если оба процесса рассматривать как излучение кванта составной системой: «возмущающая частица + излучающий атом». Именно такой подход для процессов УЛ в газе использовался А. Яблонским [50] и находится в тесной связи с той формулировкой процесса ТИ, которая была предложена М. Борном (см. [51] гл. 22, § 2).

Основываясь на указанной аналогии, контур линии ЛИ можно выразить, так же как и спектр ТИ, через некоторое сечение излучения кванта $\sigma(\Delta\omega, \nu)$, где $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ — расстройка между наблюдаемой частотой ω и невозмущенной частотой перехода ω_0 . Наиболее просто это сделать в рамках классической модели уширения [6, 52]. В этой модели дипольный момент $d(t)$ излучающего атома рассматривается как классический осциллятор, частота которого испытывает смещение $\kappa(t)$ вследствие штарковского сдвига энергетических уровней атома в электрическом

поле $F(t)$ уширяющей частицы. Контур атомной линии $I(\omega)$ в этой модели имеет простой вид [6, 53]:

$$I(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma(\omega)}{\Delta\omega^2 + \gamma^2(0)}, \quad (39)$$

где

$$\gamma(\omega) = Nv \int_0^\infty 2\pi\rho d\rho w_{\text{уш}}(\rho, v, \Delta\omega) \equiv Nv\sigma(\Delta\omega, v) \quad (40)$$

— частота уширяющих столкновений, выражающаяся через сечение излучения кванта $\sigma(\Delta\omega, v)$, связанное, в свою очередь, с вероятностью перехода

$$w_{\text{уш}}(\rho, v, \Delta\omega) = \left| \int_{-\infty}^\infty dt \kappa(t) \cos \left[\int^t \kappa(t') dt' - \Delta\omega t \right] \right|^2. \quad (41)$$

Порядок величины сечения легко оценить из (40), (41), заметив, что для прямолинейного пролета частицы ($r^2(t) = \rho^2 + v^2 t^2$) сдвиг частоты $\kappa = C_n r^{-n}$ равен:

$$\kappa(t) = C_n (\rho^2 + v^2 t^2)^{-n/2}, \quad (42)$$

где $n=2$ для линейного и $n=4$ для квадратичного штарк-эффекта, см. [6].

Для оценки полагаем в (40) $\Delta\omega=0$, откуда видно, что наибольший вклад в сечение вносят значения $\omega \sim 1$, которым соответствуют эффективные значения прицельного параметра

$$\rho_{\text{эф}} \sim (C_n/v)^{2/n} \equiv \rho_{\text{В}}, \quad (43)$$

где $\rho_{\text{В}}$ называется радиусом Вайскопфа (см. [6, 53]). Отсюда для частоты столкновений (40) получается

$$\gamma \sim Nv\pi\rho_{\text{В}}^2. \quad (44)$$

В частности, для линейного штарк-эффекта ($n=2$):

$$\gamma \sim NC_2^2/v. \quad (45)$$

Радиус Вайскопфа определяет характерное время корреляции τ_c (или обратную вайскопфовскую частоту $\Omega_{\text{В}} = \tau_c^{-1}$), равное

$$\tau_c \sim \rho_{\text{В}}/v = \Omega_{\text{В}}^{-1}. \quad (46)$$

Контур линии (39), (40) является универсальной функцией параметра $\Delta\omega\tau_c$ (или $\Delta\omega/\Omega_{\text{В}}$), являющегося полным аналогом индекса модуляции, описанного в I (гл. 4). Приведенная оценка (44), (45) отвечает, очевидно, значениям $\Delta\omega\tau_c \ll 1$. Соответствующая часть контура линии $\Delta\omega \ll \Omega_{\text{В}}$ называется ударной и, как видно, описывается простой формулой Лоренца с постоян-

ной шириной $\gamma(0)$, равной частоте уширяющих столкновений. Ударная ширина линии γ может на несколько порядков превосходить естественную (радиационную) ширину уровней.

В обратном предельном случае $\Delta\omega\tau_c \gg 1$ ($\Delta\omega \gg \Omega_B$) основной вклад в вероятность перехода (41) вносит окрестность таких точек t_k , в которых

$$\kappa(t_k) = \Delta\omega. \quad (47)$$

Условие (47) выделяет определенную область координат частиц $r_k = (\rho^2 + v^2 t_k^2)^{1/2}$, вносящую вклад в уширение. Такая однозначная связь между статическим штарковским сдвигом частоты атома и наблюдаемой частотой и служит, как указывалось в I, исходным предположением статической теории уширения линий.

Оценка (41) по методу стационарной фазы дает

$$w_{yш} \sim |\kappa(t_k)|^2 / |\dot{\kappa}(t_k)|, \quad (48)$$

где $\dot{\kappa}$ — производная $\kappa(t)$. Величина $|\kappa(t_k)/\dot{\kappa}(t_k)|$ пропорциональна, как нетрудно сообразить, отношению времени пребывания сдвига κ вблизи его значения $\kappa(t_k) = \Delta\omega$. Для статистического ансамбля атомов это время определяет, очевидно, вероятность попадания сдвига частоты κ в заданный интервал значений вблизи $\Delta\omega$, т. е. функцию распределения частотных сдвигов $W(\Delta\omega)$. Таким образом, в согласии с постулатом статической теории уширения (см. I, гл. 4), контур линии выражается через статическую функцию распределения частотных сдвигов.

Вид статического контура линии легко найти из (40), оценив из (47) характерные расстояния r_ω , вносящие вклад в уширение $r_\omega \sim (C_n/\Delta\omega)^{1/n}$. Полагая затем в (48) $\kappa(t_k) \sim \Delta\omega v/r_\omega$ и подставляя $\gamma(\Delta\omega) \sim N v r_\omega^2 \cdot (\Delta\omega r_\omega/v)$ из (40) в (39), получаем [6]

$$I_{ст}(\omega) \sim N r_\omega^3 / \Delta\omega \sim N C_n^{3/n} / (\Delta\omega)^{1+3/n}. \quad (49)$$

Таким образом, статический контур линии не зависит от скорости уширяющих частиц, а определяется лишь видом статического потенциала взаимодействия $\kappa(r)$, вызывающего уширение.*

Описанный подход к теории УЛ, основанный на расчете вероятности перехода (41) и сечения (40), обнаруживает глубокую аналогию с теорией неупругих переходов при атомных столкновениях [54—56]. Действительно, структура формулы (41) совпадает со структурой вероятности неупругого перехода в методе искаженных волн, см. [51, 55]. При этом ударное приближение для $\rho v \Delta\omega/v \ll 1$ соответствует борновскому при-

* Именно поэтому рассматриваемый подход более уместно называть статической теорией уширения вместо более ранних терминов «статистическая» или «квазистатическая» теория.

ближению, а статическое для $\rho_V \Delta\omega/v \ll 1$ — адиабатическому приближению в теории неупругих переходов между двумя уровнями, разделенными энергетическим интервалом $\hbar \Delta\omega$ [55]. Это соответствие не является случайным, а отражает тот факт, что процесс УЛ действительно является неупругим переходом в составной (компаунд) системе «излучающий атом + уширяющая частица + электромагнитное поле». Отмеченное обстоятельство стало особенно ясным после работ, посвященных процессам уширения и неупругим переходам в сильном электромагнитном (лазерном) поле, где последнее выступает полноправным (третьим) партнером в столкновении двух атомов. Подробное описание процессов поглощения в лазерном поле можно найти в обзоре [56].

В свете сказанного условие (47) можно рассматривать как условие пересечения термов в указанной выше компаунд-системе. Действительно, в (47) на равных правах входят параметры всех трех участников акта уширения: частота перехода в излучающем атоме ω_0 , частота электромагнитного поля излучения ω и взаимодействие с уширяющей частицей κ . При этом структура вероятности перехода (48) в точности совпадает с соответствующей структурой в теории неупругих переходов Ландау-Зинера, см. [40]. Ясно также, что при изменении знака $\Delta\omega$, приводящем к отсутствию условия резонанса (47), в области $|\Delta\omega| \gg \Omega_V$ контур линии, как и сечение неупругого перехода, экспоненциально спадает с ростом $|\Delta\omega|$, см. [51, 55]. Отметим, что условие пересечения термов (47) не обязательно должно быть связано с парным взаимодействием частиц. В [57] рассмотрено поглощение лазерного излучения в условиях, когда пересечение термов обусловлено штарковскими сдвигами в многочастичном (хольцмарковском) микрополе ионов плазмы.

Статическое распределение интенсивности (49) реализуется в крыле линии, при $\Delta\omega \gg \Omega_V \sim v^2/C_2$. В этой области оно совпадает с асимптотикой хольцмарковской функции распределения $H(\beta)$ (I, гл. 4). В плазме спектральная линия уширяется частицами двух сортов — ионами и электронами, для которых параметры Ω_V резко различаются: $\Omega_{Ve} \gg \Omega_{Vi}$. Обычно для ионов статическая теория справедлива почти на всем контуре линии, тогда как для электронов — лишь в ее далеком крыле. Таким образом, по мере удаления в крыло линии все большая часть частиц плазмы начинает уширять статически. Это обстоятельство принято характеризовать параметром $R(\Delta\omega)$, определяющим долю статически уширяющих частиц и равным:

$$R(\Delta\omega) = I(\Delta\omega)/I_{ст}(\Delta\omega) = 1 + \gamma(\Delta\omega/\Omega_{Ve})/\gamma_{ст}(\Delta\omega/\Omega_{Ve}), \quad (50)$$

где $I_{ст}$ — статический контур линии (49), вклад ионов полагается статическим всегда (слагаемое 1), а электронов — описывается отношением полной «переменной» ширины $\gamma(\Delta\omega)$ к ее

статическому пределу, см. (39), (40). Таким образом, например, для линейного штарк-эффекта в атоме водорода ($n=2$, $\gamma_{ст} \propto (\Delta\omega/\Omega_{Be})^{-1/2}$) параметр R изменяется от единицы (статичны только ионы) до двух (статичны как ионы, так и электроны).

Статическое распределение интенсивности для водородных линий реализуется либо в далеком крыле линии (большие $\Delta\omega$), либо для высоковозбужденных уровней, у которых константа Штарка $C_2 \sim n^2$ достаточно велика (параметр Ω_{Be} — мал). Обе эти возможности были проверены экспериментально. На рис. 16, представлены данные экспериментов [58] в далеком крыле линии L_α в сопоставлении с результатами ряда теоретических расчетов [59]. Видно постепенное увеличение доли статически уширяющих частиц при удалении в крыло линии. На рис. 17

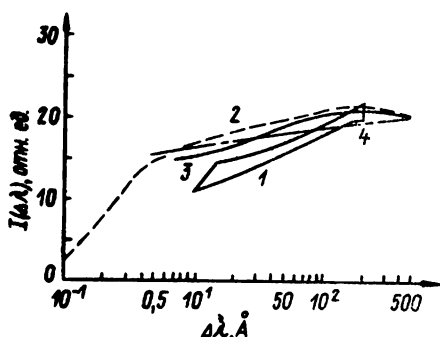


Рис. 16. Контур линии L_α в далеком крыле:

1—эксперимент [58]; 2—расчет [59]; 3—расчет [61]; 4—адиабатическая модель [52, 53]; $N_e = 8,4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T = 12\,200^\circ \text{ K}$

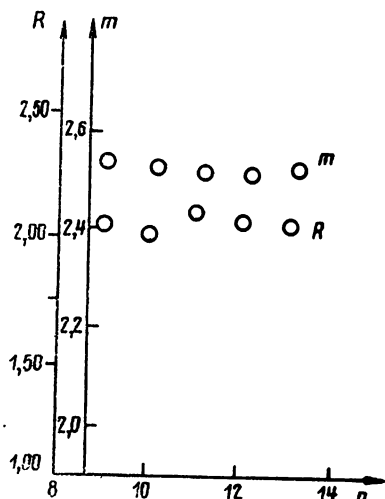


Рис. 17. Относительное число R статически уширяющих частиц и показатель степени m , определяющие закон спада интенсивности в крыле линии для высших членов серии Бальмера [60]

показаны экспериментально измеренные [60] параметры статического уширения R и m высоковозбужденных линий серии Бальмера (H_8-H_{15}). Согласно (49), закон спада интенсивности в крыле линии имеет вид:

$$I(\Delta\lambda) \propto R(\Delta\lambda)^{-m}. \quad (51)$$

Значения $R \approx 2$ и $m \approx 5/2$, наблюдаемые экспериментально, близки к предсказаниям теории.

3.2. Уширение классически движущимися частицами. Точные решения

Подавляющее большинство результатов теории уширения получено на основе классического описания движения уширяющих частиц, как ионов, так и электронов, см. [6, 53]. Основной проблемой здесь был учет реальной динамики (эволюции) дипольного момента излучающего атома в поле уширяющей частицы, который отнюдь не всегда ведет себя как классический осциллятор, рассмотренный в п. 3.1. Решение этой проблемы для неводородных атомов (например, гелия) было получено довольно давно, см. [4—6]. Уровни энергии в таких атомах, как известно, не вырождены по значению орбитального квантового числа l , а разделены некоторым энергетическим интервалом ΔE (изолированы). Поэтому для медленных столкновений, когда $\rho\Delta E/v \gg 1$, возмущение не вызывает неупругих переходов между подуровнями (оно адиабатично), и эволюция излучающего атома хорошо описывается классической моделью осциллятора. Напротив, при $\rho\Delta E/v \ll 1$ преобладают неупругие столкновения, величиной ΔE можно пренебречь, и ширина линии описывается формулами той же структуры, что и при линейном штарк-эффекта в водороде (45). Что касается перехода к статическому уширению, то здесь вопрос решался относительно просто: при уменьшении скорости v уширяющихся частиц вначале неупругое (неадиабатическое) ударное уширение переходило, согласно [4—6], в ударное же адиабатическое (упругое), и лишь затем, уже в рамках классически-адиабатической модели, прослеживался переход к статическому пределу.

В случае водородного атома величина $\Delta E \equiv 0$, и потому учет эффектов неадиабатичности необходим с самого начала. В рамках ударной теории их учет изменяет в оценке (45) лишь численное значение эффективной константы Штарка S_2 , см. [53]. При переходе же к большим $\Delta\omega$ (статическому пределу) возникает характерная трудность, связанная с необходимостью одновременно проследить как за изменением механизма уширения (ударность — статичность), так и за исчезновением эффектов неадиабатичности. Эта трудность была преодолена в работах [61—62], где было показано, что в рамках дипольного приближения эволюция волновой функции водородного уровня с данным n в поле уширяющей заряженной частицы может быть прослежена точно, см. также [53].

Суть метода легко уяснить, проследив за эволюцией волновой функции $\psi(t)$ атома водорода в поле $\mathbf{F}(t) = e\mathbf{r} \cdot r^{-3}(t)$, создаваемом уширяющей заряженной частицей. Это поле в процессе столкновения изменяется по величине (модулю) и, кроме того, поворачивается на некоторый угол $\theta(t)$. Направим ось Ox вращающейся системы координат вдоль поля $\mathbf{F}(t)$;

тогда волновые функции в неподвижной (ψ) и вращающейся (ψ') системах будут связаны соотношением:

$$\psi(t) = \exp[iL_z\theta(t)]\psi'(t), \quad (52)$$

где L_z — оператор углового момента атома.

Подставляя (52) в уравнение Шредингера, находим:

$$i\hbar \frac{\partial \psi'}{\partial t} = [H_0 + d_x F(t) + \hbar L_z \dot{\theta}(t)] \psi'(t). \quad (53)$$

Из (53) видно, что во вращающейся системе координат у атома появляется дополнительное взаимодействие $L_z \dot{\theta}$, обусловленное мгновенной угловой скоростью вращения $\dot{\theta}$. Его появление является, очевидно, следствием теоремы Лармора [26].

Решающим для нахождения функции ψ' является то обстоятельство, что отношение обоих взаимодействий в (53) не зависит от времени. В этом легко убедиться для любого центрально-симметричного поля, используя закон сохранения углового момента:

$$Mv\rho = Mr^2(t)\dot{\theta}(t), \quad \dot{\theta}(t) = v\rho/r^2(t). \quad (54)$$

Из (54) видно, что отношение $F(t)$ к $\dot{\theta}(t)$ не зависит от времени, а определяется лишь (постоянными) параметрами столкновения.

Указанное обстоятельство позволяет найти у атома выделенные направления квантования, не меняющиеся в процессе столкновения. В результате волновая функция атома приобретает вид [61]:

$$\psi'(t) = u(\rho, v) \exp \left[iC(\rho, v) \int_0^t F(\tau) d\tau \right]. \quad (55)$$

Видно, что (как это ясно уже из (54)) эволюция атомного состояния во времени определяется, как и в классической модели осциллятора, одним только модулем электрического поля $F(t)$. Эффекты неадиабатичности сказываются лишь на зависимости амплитуд u и эффективных штарковских констант C от параметров столкновения ρ и v .

На рис. 16 приведены результаты расчетов контура линии на основе точных решений [61], а также в модели осциллятора. Различие результатов обоих расчетов лежит в пределах 20%, что объясняется отмеченным выше отсутствием принципиальных изменений в характере эволюции точной волновой функции (55) по сравнению с приближенной.

Описанный метод может быть распространен на линии H — подобных ионов, где уже необходим учет кривизны траекторий уширяющих электронов. Это было сделано в работах [62].

Приведенные результаты основывались на дипольном приближении. В ряде случаев необходим выход за его рамки. Это

относится к УЛ электронами при больших энергиях, а также к уширению в далеких крыльях линии L_α как электронами, так и ионами. Ударная теория уширения электронами, основанная на общих методах теории неупругих столкновений, развивалась в [4—6]. В работах [63] дана общая формулировка задачи об уширении электронами, не связанная с дипольным приближением. Соответствующие расчеты удается провести лишь численными методами.

Вопрос о поведении интенсивности линии L_α в далеком крыле весьма сложен еще и потому, что статическое уширение ионами здесь также становится существенно недипольным. С последним обстоятельством тесно связан вопрос об асимметрии контура линии L_α в далеких крыльях [64]. Последовательный подход к ионному уширению здесь должен основываться на использовании термов молекулярного иона H_2^+ , см. [65].

3.3. Квантовая теория уширения

Квантовая теория УЛ уже довольно давно использовалась для описания как статической [50], так и ударной [4—6] областей уширения, см. также [53]. В последние годы основные усилия здесь направлены на получение общих результатов, позволяющих описать переход между статической и ударной областями уширения, а также более полно учесть другие квантовые эффекты в УЛ [63, 66].

Квантовый подход к проблеме УЛ наиболее близок к теории ТИ. Действительно, как уже отмечалось в 3.1, в обоих случаях речь идет об излучении кванта $\hbar\omega$ в процессе взаимодействия частиц. В случае УЛ это взаимодействие позволяет атому излучить частоту ω , заметно отличную от собственной частоты перехода ω_0 . Такой процесс возможен вследствие того, что уширяющая частица по-разному взаимодействует с атомом в верхнем («a») и нижнем («b») состояниях. В результате часть энергии $\hbar\Delta\omega \equiv \hbar(\omega - \omega_0)$ передается на внешние степени свободы в соответствии с законом сохранения:

$$E_a - E_b = \frac{\hbar^2}{2M}(q_a^2 - q_b^2) = \hbar\Delta\omega, \quad (56)$$

где $E_{a,b}$ — энергия уширяющей частицы массы M с импульсом $q_{a,b}$, взаимодействующей с излучающим атомом в верхнем (a) и нижнем (b) состояниях.

Интенсивность излучения, которую так же как и в ТИ можно выразить через сечение $d\sigma/d\omega$ излучения кванта [54, 66], равна произведению интенсивности $I_0 = 4\omega^4 |\mathbf{d}_{ab}|^2 / 3c^3$ излучения кванта на некоторый множитель, определяющий вероятность излучения атома на смещенной частоте $\omega \neq \omega_0$. Этот множитель, называемый контуром линии, определяется, очевидно, степенью различия волновых функций уширяющей частицы, взаимодействующей с атомом в верхнем (ψ_a) и нижнем (ψ_b) состояниях.

Различие функций ψ_a и ψ_b может быть охарактеризовано интегралом перекрытия A_l их радиальных частей $R_l(qr)$, отвечающих орбитальному моменту l :

$$A_l = \int_0^{\infty} dr \cdot r^2 R_l^{(a)}(q_a r) R_l^{(b)}(q_b r). \quad (57)$$

Если потенциалы взаимодействия атома с уширяющей частицей в состояниях « a » и « b » одинаковы, то интеграл (57) отличен от нуля только при $q_a = q_b$, что означает, в соответствии с (56), полное отсутствие эффектов уширения. Напротив, если хотя бы одно из состояний атома обладает большим потенциалом взаимодействия с уширяющей частицей (например, высоковозбужденный уровень), то различие q_a и q_b в (57), (56) может быть значительным — уширение велико.

Контур линии $J(\omega)$ с помощью (57) выражается в виде [6, 50, 53]:

$$J(\omega) = N \frac{\pi^2 \hbar}{E_a q_b} \sum_l (2l+1) |A_l|^2, \quad (58)$$

где N — плотность уширяющих частиц.

Формула (58), полученная впервые в [50], отвечает переходам между невырожденными атомными уровнями в сферически-симметричном потенциале. В [50] с помощью подстановки в (57) квазиклассических волновых функций показано, как получаются результаты статической теории уширения. В [6] на основе использования асимптотического выражения для волновых функций получены результаты квантовой ударной теории уширения, где ударная ширина линии связана с фазами рассеяния. В [67] с помощью квазиклассических функций прослежен переход от ударной к статической теории уширения. Отметим, что формулы, аналогичные (58), используются для исследования особенностей поглощения света в квазимолекулярных системах.

При исследовании вырожденных систем (водорода или H — подобных ионов) формула (58) должна быть модифицирована с учетом вырождения уровней [66]. Здесь, как и в случае УЛ классическими частицами (40), можно воспользоваться особенностями дипольного потенциала $V_d = R_i r_A R_i^{-3}$ взаимодействия дипольного момента атома $e r_A$ с уширяющей частицей, для определенности — ионом [66]. В самом деле, дипольный потенциал спадает с расстоянием до иона R_i по такому же закону ($\propto R_i^{-2}$), что и центробежный потенциал $V_{\text{ц}} = l_i^2 R_i^{-2}$ (l_i — орбитальный момент уширяющего иона). Поэтому сумма обоих потенциалов будет содержать в качестве множителя при R_i^{-2} дополнительный интеграл движения

$$\Lambda = l_i^2 - 2M(R_i r_A) / R_i. \quad (59)$$

Отсюда ясно, что для решения задачи достаточно воспользоваться волновыми функциями, отвечающими определенным собственным значениям λ оператора Λ . При этом ясен также и аналитический вид этих функций: он отличается от волновых функций свободного движения (функций Бесселя [40]) лишь заменой целочисленных значений орбитального момента l нецелыми значениями λ . Для H — подобных ионов волновая функция является более сложной ввиду наличия дополнительного кулоновского взаимодействия; но и она выражается в явном аналитическом виде [40, 66].

Контур линии в случае вырождения уровней отличается от (58) наличием дополнительного суммирования по различным λ — каналам рассеяния [66]. Интегралы перекрытия также допускают расчет в аналитическом виде как для нейтрального водорода [53], так и для H — подобного иона [66].

Интересный вопрос возникает при исследовании связи описанных квантовых решений с классическими. Эту связь удаётся установить прямым предельным переходом от квантовых результатов к классическим [66, 53]. Так, для нейтрального атома водорода критериями перехода к классике являются условия:

$$\sqrt{MC_2} \gg 1 \text{ при } \Delta\omega \ll \Omega_B; \quad \Delta\omega \ll Mv^2 \text{ при } \Delta\omega \gg \Omega_B. \quad (60)$$

Видно, что классический подход применим для достаточно высоких линий (большие значения $C_2 \sim n^2$), тяжелых частиц ($M \gg 1$) и не слишком далекого крыла линии ($\Delta\omega \ll Mv^2$).

По мере удаления в крыло линии нарушается дипольное приближение, так что вместо асимптотического приходится использовать точный потенциал взаимодействия, причем с учетом электронного обмена [63]. В такой общей постановке задача об уширении резко усложняется и, по существу, мало отличается от задач неупругого рассеяния электронов на атомах. Численные расчеты [63], проведенные для линии L_α , показывают, что результаты более общей теории отличаются от полученных в дипольном приближении примерно на 50% при удалении в крыло на $\Delta\lambda = 60 \text{ \AA}$. Интересно, что более полные расчеты приводят к худшему согласию с экспериментом на рис. 16. Здесь, по-видимому, необходимы более полные расчеты также и ионного уширения.

3.4. Метод кинетического уравнения в теории уширения линий

Метод кинетического уравнения широко используется для исследования линий поглощения лазерного излучения в газе [8, 9]. Многочисленные попытки применения этого метода к описанию уширения линий в плазме ограничивались, как правило, случаем ударного уширения. Выше все изложение осно-

ывалось на более элементарной трактовке процессов уширения, непосредственно связанной с динамикой излучающего атома в полях частиц, движущихся по определенным траекториям. Такой подход во многом аналогичен методу расчета диэлектрической проницаемости плазмы [68], также основанному на учете движения частиц по индивидуальным траекториям. Более распространенным методом расчета коллективных свойств плазмы является метод кинетического уравнения, см. напр. [9, 68]. Однако в теории уширения практически все конкретные и новые результаты были получены именно первым, более элементарным, способом. Тем не менее, развитие методов кинетической теории применительно к уширению линий в плазме безусловно актуально как с точки зрения общих принципов, так и конкретных результатов, связанных с учетом коллективных свойств плазмы. Последовательное изложение методов кинетической теории применительно к электромагнитным процессам (включая УЛ) содержится в [9].

Из числа разнообразных версий кинетической теории УЛ мы остановимся на работе [69]. Исходными уравнениями здесь служат уравнения цепочки Боголюбова для многочастичной функции распределения атома, взаимодействующего с частицами плазмы. Замыкание этой цепочки на втором моменте приводит к замкнутой системе из двух интегродифференциальных уравнений. В отличие от ряда других работ, решение этой системы в [69] проведено не по теории возмущений (что было бы эквивалентно ударному приближению), а методом функции Грина. В качестве гриновской функции в [69] выбрано точное решение двухчастичной задачи рассеяния уширяющей частицы плазмы на излучающем атоме. Такой выбор обеспечивает получение перехода в уширении от ударного предела к статическому. Указанным методом можно корректно провести также и учет коллективных свойств плазменного микрополя. Дело в том, что в реальной плазме расстояния $r_{эф} \sim \rho_B$, ответственные за уширение, обычно гораздо меньше дебаевского радиуса ρ_D :

$$\rho_B / \rho_D \sim C_2 \omega_p / v^2 \sim n^2 \hbar \omega_p / kT \ll 1. \quad (61)$$

Следовательно, на тех расстояниях $r \sim \rho_D$, где существенны коллективные эффекты, уже применима теория возмущений (т. к. $r \gg \rho_B$), в рамках которой эффекты уширения выражаются через парную корреляционную функцию электрического микрополя плазмы, непосредственно связанную с ее диэлектрической проницаемостью [68, 69]. И наоборот, там, где существен отказ от теории возмущений (при $r \lesssim \rho_B$), коллективные эффекты не играют роли.

Явной демонстрацией возможностей кинетической теории УЛ служит недавняя работа [70], где в качестве базисной системы волновых функций используются точные квантово-

механические решения, описанные в п. 3.3. Результаты [70] позволяют получить явные формулы для контура водородных линий при одновременном учете как штарковского, так и доплеровского механизмов уширения. Обобщение этих методов дано в работе [71].

4. ЗАПИРАНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ

4.1. Излучение слоя равновесной плазмы

4.1.1. Общие соотношения и оценки

В ряде случаев выход излучения интересующих нас частот ω происходит в условиях существенной его реабсорбции внутри объема плазменной системы; это явление мы будем называть «запиранием» излучения в плазме. Анализ этой ситуации применительно к основным механизмам излучения плазмы, рассмотренным в гл. 2, 3, и посвящена данная глава.

Вначале, не конкретизируя механизм испускания — поглощения излучения, рассмотрим перенос излучения в плоскопараллельном слое термически однородного вещества толщиной a . Для интенсивности I_ω излучения частоты ω , отнесенной к единице телесного угла в направлении нормали x к границе слоя, имеем уравнение переноса:

$$\frac{dI_\omega}{dx} = \eta(\omega) - \kappa(\omega) I_\omega, \quad (62)$$

где $\eta(\omega)$ — спонтанная излучательная способность единицы объема вещества в единицу телесного угла, $\kappa(\omega)$ — эффективный (т. е. с учетом индуцированного испускания) коэффициент поглощения. Примем, что компонента вещества, ответственная за испускание — поглощение излучения частоты ω , находится в термодинамическом равновесии*, тогда величины $\eta(\omega)$ и $\kappa(\omega)$ связаны законом Кирхгофа [2, 3]

$$\frac{\eta(\omega)}{\kappa(\omega)} = B_{пл}(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1}, \quad (63)$$

где $B_{пл}$ — планковская интенсивность равновесного (черного) излучения для температуры плазмы T .

Решая уравнение (62) с граничным условием $I_\omega(0) = 0$ (мы вычисляем поток излучения только в одну сторону), используя (63) и интегрируя по всем ω , находим полную интенсивность

* Для тормозного и циклотронного механизмов излучения плазмы это означает максвелловское распределение электронов, а для линейчатого излучения — бoльцмановское распределение атомов (ионов) — во всех случаях для энергий, связанных условием $E_2 - E_1 = \hbar\omega$.

излучения по нормали к поверхности слоя на его границе $x=a$ (ясно, что именно эта величина наиболее удобна для качественных оценок в случаях более сложной геометрии):

$$I_{\perp}(a) = \int_0^{\infty} B_{\text{пл}}(\omega) \left[1 - \exp\left(-\frac{\eta(\omega)}{B_{\text{пл}}(\omega)} a\right) \right] d\omega \equiv \int_0^{\infty} I_{\perp\omega}(a) d\omega. \quad (64)$$

С ростом a от 0 до ∞ как спектральная интенсивность $I_{\perp\omega}(a)$ выходящего излучения, так и его полная интенсивность (64) монотонно возрастают, совершая плавный переход от предела **объемного** излучения ($I_{\perp\omega} \approx \eta(\omega)a$, $I_{\perp} \approx a \int_0^{\infty} \eta(\omega) d\omega$) к пределу **поверхностного** излучения ($I_{\perp\omega} \approx B_{\text{пл}}(\omega)$, $I_{\perp} \approx \int_0^{\infty} B_{\text{пл}}(\omega) d\omega \sim \sim \sigma T^4$) и все время оставаясь меньше каждого из них. Последнее обстоятельство дает простой и бесспорный способ оценки сверху для радиационных потерь (РП) термически равновесной системы: реальные потери **меньше** наименьшего из двух вышеуказанных предельных значений. Применительно к плазме, в случае переноса излучения в тормозном континууме, когда обе функции $B_{\text{пл}}(\omega)$ и $\eta(\omega)$ имеют один и тот же частотный масштаб T/\hbar , такая оценка всегда обеспечивает неплохую точность. Если же частотные масштабы этих функций существенно различны (циклотронное и линейчатое излучения), то граница сверху, извлекаемая из сопоставления σT^4 с $a \int_0^{\infty} \eta(\omega) d\omega$, оказывается слишком далекой и потому малополезной, так что приемлемое приближение к результату точного расчета (64) может дать только оценка, основанная на разбиении полного спектра на участки $\kappa(\omega)a \geq 1$ («запертые» частоты, планковское насыщение интенсивности) и $\kappa(\omega)a \leq 1$ («незапертые» частоты):

$$I_{\perp}(a) \sim \int_{\kappa(\omega)a > 1} B_{\text{пл}}(\omega) d\omega + a \int_{\kappa(\omega)a < 1} \eta(\omega) d\omega. \quad (65)$$

Согласно (64), РП слоя целиком определяются видом излучательной способности $\eta(\omega)$, а значит — конкретным элементарным механизмом излучения. Разнообразие механизмов излучения приводит, в частности, к разнообразию типов зависимости РП от характерного размера системы a в промежуточной (наиболее интересной) области **частичного** запираения. Ниже будут проанализированы РП слоя термически равновесной плазмы с учетом запираения излучения, обусловленного тормозным (а также тесно связанного с ним, согласно 2.2, фоторекомбинационным), линейчатым и циклотронным механизмами.

4.1.2 Тормозное и фоторекомбинационное излучение

Применим (64) к случаю тормозного механизма испускания — поглощения в «водородоподобной» плазме с плотностью ионов N_i и электронов $N_e = ZN_i$ (Z — заряд иона). Величину $\eta(\omega)$ найдем в приближении Крамерса, проводя усреднение по максвелловскому распределению электронных энергий от $\hbar\omega$ до ∞ (ср. (16) и далее):

$$\begin{aligned} \eta(\omega) &= \frac{1}{4\pi} N_e N_i \left\langle v \frac{dx}{d\omega} \right\rangle = \\ &= \frac{8}{3\sqrt{6}\pi} \frac{e^6}{c^3 m^{3/2}} Z^3 N_i^2 (kT)^{-1/2} e^{-\hbar\omega/kT}. \end{aligned} \quad (66)$$

Подстановка (66) в (64) дает [72]

$$I_{\perp}(\alpha) = \frac{(kT)^4}{4\pi^2 c^2 \hbar^3} \int_0^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\alpha \frac{1-e^{-x}}{x^3}\right) \right] \frac{x^2 dx}{e^x - 1} \quad (67)$$

— универсальную функцию безразмерного «параметра черноты» слоя:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{32\pi^{5/2}}{3\sqrt{6}} \frac{\hbar^2 e^6}{cm^{3/2}} Z^3 N_i^2 (kT)^{-7/2} a = \\ &= 2,03 \cdot 10^{-37} Z^3 \frac{N_i^2 (\text{см}^{-3}) a (\text{см})}{T^{7/2} (\text{эВ})}. \end{aligned} \quad (68)$$

Отношение интенсивности (67) тормозных РП слоя к соответствующей интенсивности черного излучения $B(T) = \frac{\pi}{60} \frac{(kT)^4}{c^2 \hbar^3}$, как функция α , представлено на рис. 18. При $\alpha \rightarrow 0$ это отношение стремится к $15\alpha/\pi^4$ (объемное излучение), при $\alpha \rightarrow \infty$ — к единице (черное, поверхностное излучение); в широком диапа-

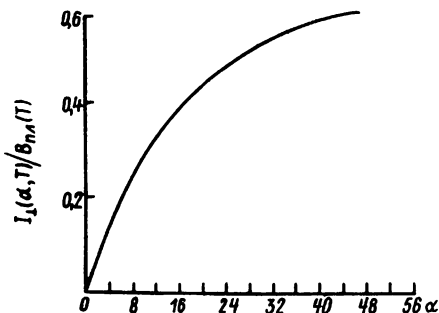


Рис. 18. Отношение интенсивности тормозного излучения слоя термически равновесной плазмы к интенсивности черного излучения той же температуры как функция «параметра черноты» слоя α [72]

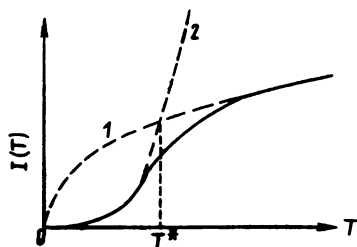


Рис. 19. Температурная зависимость тормозных радиационных потерь плазменного слоя заданной толщины и плотности. Асимптоты: 1 — объемное тормозное излучение ($I \propto \sqrt{T}$); 2 — черное излучение ($I \propto T^4$)

зоне $0,1 \leq \alpha \leq 100$, охватывающем практически всю промежуточную область частичного запираения, оно хорошо аппроксимируется зависимостью $\gamma/\alpha/10$ [73]. В частности, при $\alpha \approx 25$ имеем $I_{\perp}(\alpha) = \frac{1}{2}B(T)$, что дает для «получерной» толщины слоя $a_{1/2}$ (см):

$$a_{1/2} \approx 25 a/\alpha = 1,23 \cdot 10^{38} Z^{-3} N_i^{-2} (\text{см}^{-3}) T_{\text{эВ}}^{7/2}. \quad (69)$$

Полная интенсивность $I(a)$ РП слоя получается интегрированием по полусфере выражения (67), в котором a заменено на $a/\cos \theta$ — путь, проходимый лучом в плазме. Приведем результаты для противоположных пределов (σ — постоянная Стефана—Больцмана):

$$I(a) \approx \sigma T^4 \left[1 - \frac{15}{2\pi^{7/2}} (3\alpha)^{7/8} \exp\left(-\frac{4}{3}(3\alpha)^{1/4}\right) \right], \quad (3\alpha)^{1/4} \gg 3, \quad (70)$$

$$I(a) \approx \sigma T^4 \frac{30\alpha}{\pi^4} (\ln 1/\alpha + 1,58), \quad \alpha \ll 1. \quad (71)$$

Из (70) и (64) видно, что интегрально излучение запирается с ростом a заметно медленнее, чем любая его монохроматическая «линия». Из (71) видно, что РП оптически тонкого (для большинства направлений) слоя не просто пропорциональны его объему $V \propto a$, а содержат еще $\ln 1/\alpha$, отражающий тот факт, что для достаточно косых лучей слой оказывается оптически толстым.

Обсудим теперь зависимость интенсивности I_{\perp} от температуры при заданной толщине слоя (а также N_i и Z), см. рис. 19. Эта зависимость наглядно иллюстрирует разграничение областей объемных и поверхностных РП за счет тормозного излучения. В качестве «переходного» значения $T = T^*$ выберем то, которое отвечает пересечению обеих асимптот I_{\perp} (67), а именно, $B(T) \propto T^4$ и $15/\pi^4 \alpha B(T) \propto \sqrt{T}$. Это дает (ср. (69)):

$$\alpha(T^*) = \frac{\pi^4}{15} \approx 6,45; \quad \frac{I_{\perp}}{B(T)} \Big|_{T=T^*} \approx 1/4, \quad (72)$$

$$T^*(\text{эВ}) = 1,93 \cdot 10^{-11} Z^{6/7} N_i^{4/7} (\text{см}^{-3}) a^{2/7} (\text{см}). \quad (73)$$

Формула (73) в сочетании с рис. 19 удобна для качественных оценок. Так, для большинства подходов к проблеме УТС $Z_{\text{эф}} \sim 1a^{2/7}$ (см) ~ 1 (причем от токамака до лазерного УТС $a^{2/7}$ варьирует в пределах всего лишь одного порядка), так что $T^*(\text{эВ}) \sim 2 \cdot 10^{-11} N_i^{4/7} \text{см}^{-3}$). Для систем с магнитным удержанием (скажем, $N_i \sim 10^{14} \text{см}^{-3}$ получаем $T^* \sim 2 \cdot 10^{-3} \text{эВ}$, а так как типичная термоядерная температура $T_{\text{Т/Я}} \sim 10^4 \text{эВ}$, то тормозное излучение разреженной термоядерной плазмы является чисто объемным и соответствующие РП в $(T/T^*)^{7/2} \approx a_{1/2}/4a$ раз, т. е. на много порядков, меньше чернотельных (что, собственно, и является одним из решающих благоприятных условий принци-

пальной осуществимости этого подхода к УТС!). С другой стороны, для некоторых систем с инерционным удержанием, например, для лазерного УТС, представляют интерес плотности N_i вплоть до 10^{27} см $^{-3}$, которым отвечает $T^* \sim 6 \cdot 10^4$ эВ $> T_{Т/Я}$, так что здесь эффект запираия ТИ в плазме уже существует.

Из рис. 19 ясно также, что **любое** качественное изменение режима радиационных потерь в ходе некоторого процесса нагрева или охлаждения плазмы приводит к их **уменьшению** (по меньшей мере относительному). Так, отмеченное выше условие осуществимости УТС связано, в сущности, с «отпиранием» ТИ по мере разогрева плазмы (переход с ветви $\sim T^4$ на ветвь $\sim \sqrt{T}$). Обратный процесс — запираие излучения (переход с ветви \sqrt{T} на ветвь T^4) — существует для физики так называемо-го «радиационного коллапса» плазменного фокуса [74] [75].

Обобщение проведенного рассмотрения на случай запираия также и **фоторекомбинационного** излучения дано в [73]. Оказывается, что в приближении «среднего иона» [2] учет ФИ сводится, эффективно, к увеличению параметра черноты α (68) во всех вышеприведенных формулах в 6—7 раз.

4.1.3. Линейчатое излучение

В случае излучения, обусловленного дискретными (связанно-связанными) переходами в атомах и ионах, в интеграле (64) функция $\eta(\omega)$ имеет один или несколько частотных масштабов $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$ (рис. 20), гораздо более «тонких», чем масштаб T/\hbar

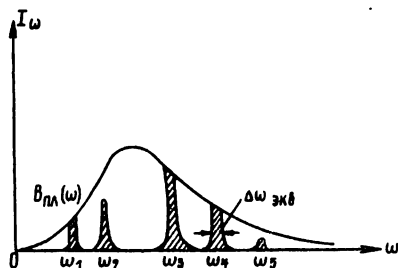


Рис. 20. Интенсивности «запертых» и «незапертых» спектральных линий. $B_{пл}(\omega)$ — планковская интенсивность; $\Delta\omega_{экв}$ — «эквивалентная ширина» запертой линии

функции $B_{пл}(\omega)$. Последняя, таким образом, почти не изменяется на протяжении тех узких интервалов ω , в которых заметно отлична от нуля функция $[1 - \exp(\dots)]$, так что, с учетом (63):

$$I_{\perp}(a) \approx \sum_i B_{пл}(\omega_i) \int_0^{\infty} [1 - \exp(-\kappa_i(\omega) a)] d\omega \equiv$$

$$\equiv \sum_i V_{\text{пл}}(\omega_i) \Delta\omega_{\text{экв}}^{(i)}(a), \quad (74)$$

где введена «эквивалентная ширина» линии с центром ω_i :

$$\Delta\omega_{\text{экв}}^{(i)}(a) = \int_0^{\infty} [1 - \exp(-\kappa_i(\omega)a)] d\omega, \quad (75)$$

приближенно равная, очевидно, ширине того интервала ω (вблизи ω_i), на котором $\kappa(\omega)a \geq 1$. Для линии с протяженными крыльями $\Delta\omega_{\text{экв}}$ растет с ростом a (a именно $\propto \sqrt{\text{пл}\kappa_0 a}$ для доплеровского контура и $\propto \sqrt{a}$ — для лоренцовского, где κ_0 — эффективный коэффициент поглощения в центре линии, см. ниже), так что с ростом размеров системы ее радиационные потери возрастают быстрее чем просто пропорционально ее поверхности.*

Возвращаясь к рис. 20, видим, что в силу (74) и (75) полные РП в линиях определяются суммой заштрихованных площадей, причем это относится не только к более сильным, запертым линиям ($\omega_1, \omega_3, \omega_4, \dots$), спектральные интенсивности которых ограничены планковской кривой $V_{\text{пл}}(\omega)$, но и к слабым незапертым линиям ($\omega_2, \omega_5, \dots$), интенсивности которых равны $a = \int \eta_i(\omega) d\omega$; ширины этих линий на рис. 20 — это обычные ширины линий испускания (доплеровская, ударная и т. д.).

Рассмотрим конкретный пример — излучение в изолированной — резонансной линии неводородоподобного атома или иона в холодной плазме с параметрами $T_e \leq 10$ эВ, $N_e (10^{14} \div 10^{16}) \text{ см}^{-3}$ [76]. При сильной реабсорбции $(\Delta\omega)_{\text{экв}}$ определяется формой крыльев линии поглощения, где преобладает ударное уширение вследствие квадратичного штарк-эффекта в полях заряженных частиц. В этом случае контур линии — лоренцовский:

$$\kappa(\omega) = \frac{\kappa_0}{1 + \left((\omega - \omega_0) / \frac{\Gamma}{2} \right)^2} (1 - e^{-\hbar\omega/kT}), \quad (76)$$

где $\kappa_0 \approx 2\pi \lambda_0^2 \frac{\gamma}{\Gamma} \frac{g_1}{g_0} N_0$ ($\lambda_0 = \frac{c}{\omega_0}$, γ, Γ — естественная и ударная ширины линии, g_1, g_0 — статистические веса верхнего и нижнего уровней, N_0 — плотность числа атомов на нижнем уровне); $\Gamma = 11,4 N_e C_4^{2/3} \bar{v}_e^{1/3}$ [8], где C_4 — постоянная квадратичного штарк-эффекта для данной линии, N_e и \bar{v}_e — концентрация и тепловая скорость электронов.

Подстановка (76) в (75) дает для $\kappa_0 a \gg 1$, когда $(\Delta\omega)_{\text{экв}} \gg \Gamma$ (но все еще $(\Delta\omega)_{\text{экв}} \ll T/\hbar$, $(\Delta\omega)_{\text{экв}} \ll \omega_0$):

$$(\Delta\omega)_{\text{экв}}^{\text{лор}} = \Gamma \sqrt{\text{пл}\kappa_0 a (1 - \exp(-\hbar\omega_0/T))}. \quad (77)$$

* Это справедливо, очевидно, для области a , удовлетворяющей неравенствам: $\kappa_0 a \gg 1$, $\Delta\omega_{\text{экв}}(a) \ll T/\hbar$.

(Для доплеровского контура линии поглощения: $(\Delta\omega)_{\text{экв}}^{\text{доп}} = \Gamma_{\text{доп}} \sqrt{\ln[\kappa_0 a (1 - \exp(-\hbar\omega_0/T))]}$, где κ_0 дается прежним выражением с заменой Γ на $\Gamma_{\text{доп}}$. Зависимости $\Delta\omega_{\text{экв}}$ от $\kappa_0 a \propto N_0 a$ при одновременном учете доплеровского и лоренцовского механизмов уширения можно найти в [77]).

Подставляя $B_{\text{пл}}(\omega_0)$, κ_0 и Γ в (77), (74) и интегрируя по полусфере, находим полную интенсивность РП в линии:

$$I(a) = \pi I_{\perp}(a) \approx 0,38 \frac{\hbar\omega_0^2}{c \left(e^{\frac{\hbar\omega_0}{T}} - 1 \right)} C_4^{1/3} \nu_e^{-1/6} \times \\ \times \sqrt{\gamma \frac{g_1}{g_0} N_e N_0 a \left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega_0}{T}} \right)} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{с.} \quad (78)$$

При наличии ряда запертых линий РП определяются суммой выражений вида (78). Подчеркнем, однако, что вклад запертых линий в полные потери (64) не обязательно превышает вклад незапертых линий — например в том случае, когда последние расположены под средней частью планковской кривой, а первые сильно усечены ее крыльями (такую ситуацию легко представить с помощью рис. 20). Сумма величин типа (78) сложным образом зависит от параметров плазмы и конкретной структуры спектра, причем значения γ , C_4 , N_0 сильно меняются от линии к линии, так что вклады линий даже с близкими частотами могут сильно различаться между собой.

Интересно отметить, что в случае, когда для некоторой линии одновременно выполняются условия близости ω_0 к планковскому максимуму, большой вероятности перехода (γ), сильного штарк-эффекта (C_4) и сильной реабсорбции (N_0) (параметры T , N_e , a предполагаются заданными условиями эксперимента), уже одна эта линия, согласно (78), может обусловить большие радиационные потери. Пусть, например, имеется плазменный цилиндр диаметром $d=5$ см и длиной $L \gg d$ при $T=3$ эВ, $N_e=5 \cdot 10^{15}$ см $^{-3}$. Пусть, далее, существует линия с $\hbar\omega_0=6$ эВ, $\gamma=5 \cdot 10^8$ с $^{-1}$, $C_4=10^{-12}$ см $^4 \cdot$ с $^{-1}$, $N_0=10^{15}$ см $^{-3}$, $g_1/g_0=2$. Цилиндричность системы приближенно учтем, подставив в (78) $a=d/2$. Мощность РП с единицы длины цилиндра равна $\pi d I(d/2) = 70$ кВт/см. При $L=100$ см и вкладываемой в плазму мощности $W=20$ МВт (реальный физический пример), эти потери составляют ≈ 7 МВт, т. е. 35% от W . Напомним, что они обусловлены излучением всего лишь в одной спектральной линии! (Попытки оценить РП для данного случая в приближении оптически тонкого или, наоборот, черного тела привели бы (особенно во втором случае) к совершенно ошибочным, несуразно большим значениям).

Разумеется, обычно имеет место «рассогласование» множителей в (78), так что РП в каждой отдельной линии оказываются значительно меньше. С другой стороны, довольно вели-

ко может быть само число существенных линий. Поэтому надежная теоретическая оценка радиационных потерь даже равновесной среды обычно требует детальных численных расчетов, учитывающих конкретную структуру спектра, заселенности и времена жизни атомных состояний и степень реабсорбции излучения с учетом реальных механизмов уширения линий (см., напр., [78]).

4.1.4. Циклотронное излучение

Этот случай занимает некоторое промежуточное положение между двумя рассмотренными ранее: исходный спектр излучения является линейчатым, а результирующий (38), учитывающий тепловое движение электронов — непрерывным, как и спектр ТИ. Излучательную способность $\eta(\omega)$ найдем с помощью (38) на основе модели, описанной в 2.4.4 (здесь нам важна ее изотропность), что, очевидно, дает

$$\eta(\omega) = \frac{1}{4\pi} N_e \left\langle \frac{dI(\nu)}{d\nu} \right\rangle \frac{d\nu}{d\omega} = \frac{1}{4\pi} \frac{N_e}{\omega_H^{(0)}} \left\langle \frac{dI(\nu)}{d\nu} \right\rangle. \quad (79)$$

Подставляя (79), (38) в (64), интегрируя (64) обычным образом по полусфере (результативно это сводится к умножению на π) и заменяя, в силу крайней малости отношения $\hbar\omega_H^{(0)}/T$, функцию Планка $B_{\text{пл}}(\omega)$ ее рэлей-джинсовским разложением $B_{\text{р-д ж}} = \text{const } \omega^2 T$, находим полную мощность ЦИ с единицы поверхности плазменного слоя:

$$I(a) = \pi I_{\perp}(a) = \frac{1}{12\pi^2 c^2} (\omega_H^{(0)})^3 T (\nu^*)^3, \quad (80)$$

где введено обозначение

$$(\nu^*)^3 \equiv 3 \int_0^{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi}{4 \cdot 2^{3/4}} \frac{\mu^{5/4}}{\sqrt{e}} \frac{\Lambda \nu^{-5/4}}{1 + 1/\mu}\right) \times \right. \\ \left. \times e^{-\frac{2\sqrt{2}}{e} \nu \mu \bar{\nu}} \right] \nu^2 d\nu. \quad (81)$$

Здесь, как и прежде, $\mu = mc^2/T$, а Λ — характерный безразмерный параметр теории запырания ЦИ [43]:

$$\Lambda = \omega_p^2 a / c \omega_H^{(0)} \quad (82)$$

($\omega_p = \sqrt{4\pi N_e e^2 / m}$ — плазменная (ленгмюровская) частота). По порядку величины Λ равно оптической толщине плазмы на основной циклотронной частоте $\omega_H^{(0)}$ (в условиях наступившего слияния ее с первой гармоникой) и, соответственно, очень велико (см. рис. 21). Именно поэтому толщины слоя a «хватает» на запырание, кроме основной частоты, еще и целого ряда ее гармоник. Эта ситуация, наглядно отраженная на рис. 22 по результатам численных расчетов [43, 44], объясняет смысл

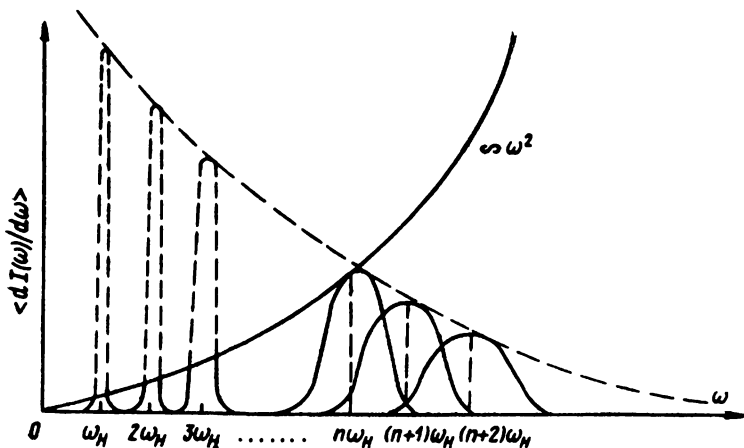


Рис. 21. Интенсивности запертых и незапертых гармоник циклотронного излучения при доплеровском механизме уширения: — рэлей-джинсовская интенсивность черного излучения. — — огибающая максимумов уширенных гармоник ЦИ оптически тонкой плазмы. (Рисунок схематический; в частности, в отличие от рис. 14, 15 масштаб по оси ординат не логарифмический)

введения величины ν^* (80), (81): ν^* — это номер гармоники ЦИ, вплоть до которой излучение сильно заперто и, соответственно, является практически рэлей-джинсовским; ν^* есть, очевидно, верхний предел интеграла, получающегося из (81) путем замены выражения в квадратных скобках на 1, а по порядку величины — то значение ν , при котором показатель экспоненты в (81) (оптическая толщина слоя) сравнивается с 1.* Из последней оценки особенно ясно видно, почему для практически интересных $\Lambda \gg 10^3$ (и $\mu \geq 10$) получается $\nu^* \gg 1$.

Заметим, что эффективные частоты ЦИ $\omega^* = \nu^* \omega_H^{(0)}$ для практически интересных параметров термоядерной плазмы, удерживаемой магнитным полем, приходится на диапазон длинных, миллиметровых волн (что, конечно, уже само по себе качественно разъясняет несравненно большую роль реабсорбции ЦИ по сравнению, например, с гораздо более «жестким» тормозным излучением).

Дальнейший расчет радиационных потерь слоя $I(a)$ (80) удобно проводить в терминах величины $(\nu^*)^3$ (81). Последняя формула легко приводится к виду

$$(\nu^*)^3 = 9,38 \frac{1}{\mu^2} \int_0^{\infty} [1 - \exp(-\Lambda' t^{-5/2} e^{-t})] t^5 dt, \quad (83)$$

* Часто именно это значение ν и принимают за само ν^* (см. рис. 22). Это по существу равносильно неучету вклада незапертых гармоник ($\nu \geq \nu^*$) и тем самым — недооценке $I(a)$ (80) на фактор ~ 2 [79]. В нашем, аналитическом, расчете эта проблема не возникает.

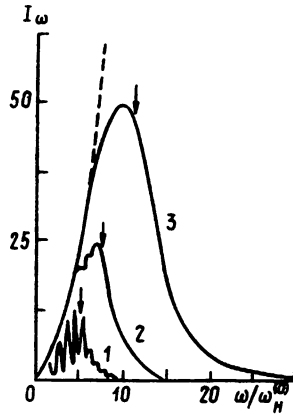


Рис. 22. Кривые, иллюстрирующие эффект ре-абсорбции циклотронного излучения для $\Lambda = 10^4$ [43,3]:
 --- рэлей-джинсовская интенсивность излучения черного тела. Стрелками указаны значения $\nu^* = \omega^*/\omega_{H^0}^{(0)}$, для которых $\alpha(\omega^*) = 1$. 1 — $T_e = 10$ кэВ; 2 — $T_e = 25$ кэВ; 3 — $T_e = 50$ кэВ. I_ω в ед. $kT\omega_{H^0}^{(0)2}/(8\pi^2c^2)$

где введен новый безразмерный параметр

$$\Lambda' \equiv 0,312 \frac{\mu^{5/2}}{1 + 1/\mu} \Lambda. \quad (84)$$

Интеграл в (83) — универсальная функция от Λ' , благодаря чему Λ' оказывается **параметром подобия** задачи — отчасти аналогичным параметру α (68) в запираии тормозного излучения, но не имеющим столь наглядного физического смысла. Результат численной табуляции интеграла представлен на рис. 23. Используя великость Λ' в практически интересных слу-

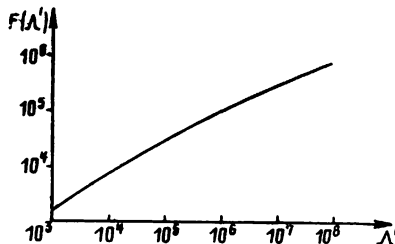


Рис. 23. Универсальная функция, определяющая приближенный закон подобия (86) для наибольшего «номера гармоники» ν^* пиклотронного излучения, запираемого в спое плазмы

чаях, интеграл можно аппроксимировать и аналитически, что приводит к простой формуле

$$v^* \simeq \frac{1}{\mu} \ln^2 (\mu^{5/2} \Lambda). \quad (85)$$

(Подставляя (83) или (85) в (80), видим, что радиационные потери слоя на ЦИ могут быть (как и потери на ТИ (67), но более формально) представлены в виде произведения степен-больцмановского значения σT^* на некоторую универсальную функцию «оптической толщины» слоя).

В свете сказанного, значения v^* должны удовлетворять приближенному (в силу сделанных упрощающих предположений) закону подобия

$$v^*/T = f(\Lambda/T^{5/2}), \quad (86)$$

где f — некоторая известная универсальная функция (в ее аргументе положено $1 + \frac{1}{\mu} \approx 1$, что вносит погрешность не более 1%).

На рис. 24 представлено семейство кривых $(v^*)^3$ в функции параметров Λ (82) и T , рассчитанное численно в [46] (эти расчеты в настоящее время следует считать наиболее полными). Сопоставим эти результаты с результатами нашего, более грубого, рассмотрения.

Проверка выполнимости закона подобия (86) для семейства кривых рис. 24 показывает, что он приближенно соблюдается — с точностью до фактора не хуже 1,5 (для $\Lambda_{\min} = 10^3$; для $\Lambda_{\min} = 10^6$ этот фактор уменьшается до 1,1). Это означает, что при перестройке кривых рис. 24 в соответствующих «натуральных» переменных они сольются, с указанной точностью, в единую универсальную кривую.

Абсолютные значения $(v^*)^3$, вычисленные из (83) или (85), также хорошо согласуются с данными рис. 24 — точнее, в пределах фактора 1,5, что значительно меньше расхождений между [46] и [43], [45], отмеченных в [46] (см. 2.4.1).

Согласно (80) и в силу $v^* \gg 1$, радиационные потери слоя на ЦИ значительно превышают рэлей-джинсовские потери на основной частоте $\omega_H^{(0)}$. С другой стороны, в силу сильного запы-рания наиболее интенсивных гармоник ЦИ эти потери все же гораздо меньше объемного излучения, соответствующего (33). Последнее обстоятельство наглядно иллюстрируется «срезанием» незапертой интенсивности (пунктир) на рис. 21, а также семей-ством кривых, описывающих долю объемного ЦИ, способную выйти за пределы плазменного слоя [43, 79], рис. 25.

Семейство кривых рис. 25 также может быть приближенно перестроено в единую кривую, поскольку отношение радиаци-онных потерь Q конечного объема плазмы на ЦИ с учетом его реабсорбции к соответствующей чисто объемной величине Q_{06} («потенциально возможные» РП), как нетрудно убедиться с по-

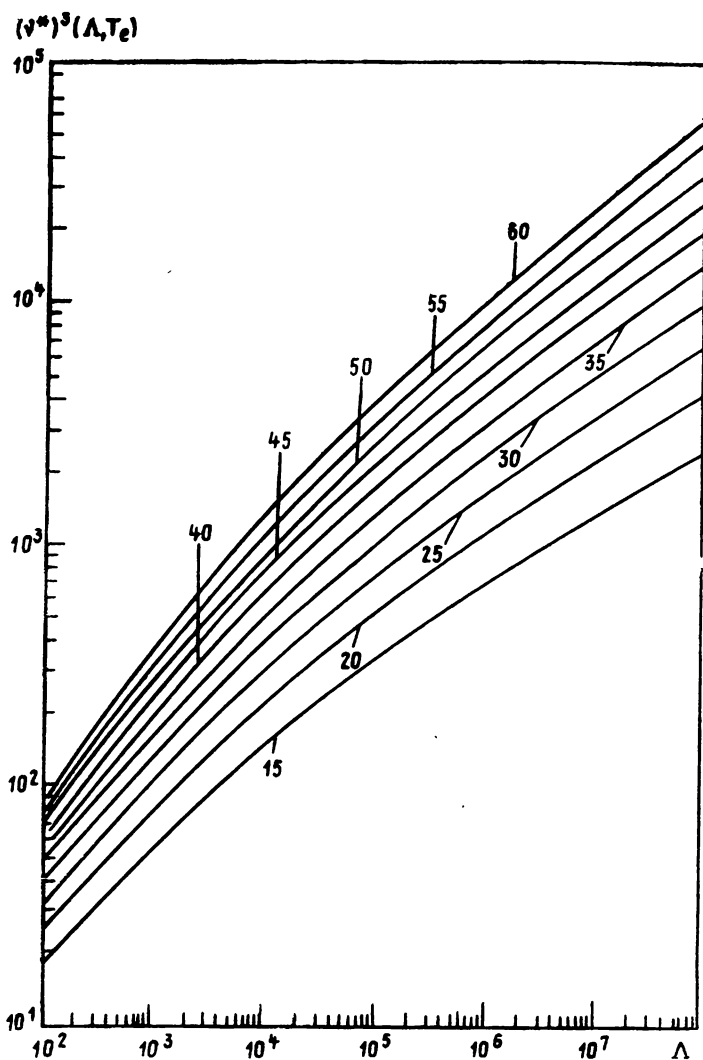


Рис. 24. Семейство кривых $(v^*)^3$ в функции параметров Λ (82) и T_e [46]. Цифры у кривых — значения T_e , кэВ

мощью предшествующих формул, удовлетворяет закону подобия:

$$Q/Q_{06} \approx 0,30F(\Lambda')/\Lambda', \quad (87)$$

где $F(\Lambda')$ — интеграл, входящий в (83) (рис. 23).

В [80] для Q/Q_{06} была предложена простая «эмпирическая» аппроксимационная формула, полученная путем обработки результатов ряда численных расчетов [43], [45], [81]:

$$Q/Q_{06}^{(0)} \approx 60/\mu^{3/2} \sqrt{\Lambda}. \quad (88)$$

Прямое сопоставление (87) и (88) имеет смысл лишь для «низких» температур $T \lesssim 10$ кэВ, поскольку величина $Q_{06}^{(0)}$ в (88) вычислена без учета циклотронных гармоник ($n \geq 2$) и потому, с учетом сказанного перед формулой (34), в общем случае существенно отлична от Q_{06} в (87). Заметим, впрочем, что параметры подобия в (87) и (88) довольно близки: $\Lambda/T^{5/2}$ и Λ/T^3 соответственно.

Отметим еще, что коэффициент поглощения ЦИ $\kappa(\omega) = \eta(\omega)/B$ пл (ω), вычисленный с помощью (79), неплохо согласуется с результатами детальных численных расчетов [82].

Проведенный выше учет запираания ЦИ в плазме не исчерпывает всех физических вопросов, связанных с циклотронными РП термоядерных систем. Упомянем только два фактора. Первый, снижающий радиационные потери, — это использование металлических отражателей для рассматриваемых (миллиметровых) волн. Другой, повышающий РП, — это расстройка резонансного характера реабсорбции ЦИ, обусловленная довольно типичной для термоядерных систем пространственной неоднородностью магнитного поля [81]. Одновременный учет обоих

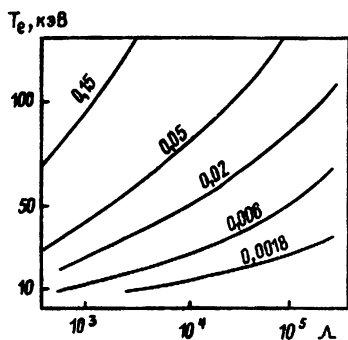


Рис. 25

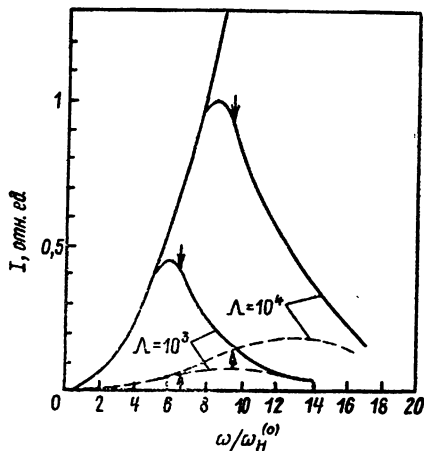


Рис. 26

Рис. 25. Доля объемного циклотронного излучения, выходящая из слоя плазмы, в функции параметров Λ (82) и T_e [43, 79]

Рис. 26. Спектральное распределение потерь на циклотронное излучение (в относительных единицах) из слоя плазмы при $T_e = 50$ кэВ, для $\Lambda = 10^3$ и 10^4 , когда плазма окружена отражающими на 90% стенками (пунктир) и без отражения (сплошные кривые). Стрелками отмечены значения $\omega^*/\omega_H^{(0)}$, для которых $\kappa(\omega^*)a = 1$. Огибающая слева парабола — излучение черного тела (закон Рэлея—Джинса) [79]

этих дополнительных факторов может быть достигнут, если в формулах типа (87) и т. п. произвести замену [80]

$$\Lambda' \rightarrow \Lambda' / (1-r)(1+\chi), \quad (89)$$

где r — коэффициент отражения поверхности отражателей, χ — параметр неоднородности поля, которых для тора равен

$$\chi = \sqrt{\frac{2mc^2}{\pi T}} \cdot \frac{a}{R} \quad (a \text{ и } R \text{ — малый и большой радиусы тора}).$$

Влияние отражателей на радиационные потери плазмы на ЦИ проиллюстрировано на рис. 26 [79]. Анализ роли циклотронных РП в энергобалансе термоядерных реакторов содержится в [43, 79, 3, 80]. Для D—T-реактора, как уже указывалось, эти РП малоопасны. Для D—D-реактора они обуславливают необходимость достаточных для запираания ЦИ размеров системы, которые, однако, при использовании отражателей могут быть доведены до практически приемлемых значений ≥ 1 м.

4.2. Излучение конечного объема неравновесной плазмы в резонансной линии

4.2.1. Время выхода резонансного фотона из системы

Картина запираания («пленения») линейчатого излучения, в отличие от тормозного или циклотронного, не исчерпывается простым анализом раздела 4.1 и в целом ряде важных случаев (термоядерная, астрофизическая и другие разреженные плазмы) требует более тщательного рассмотрения. Дело в том, что для реализации больцмановского распределения по уровням (см. сноску перед формулой (63)) требуются значительно более жесткие условия, чем для реализации максвелловского распределения электронов, обычно легко поддерживаемого частыми электрон-электронными столкновениями. А именно, процесс девозбуждения (тушения) электронным ударом должен превалировать над процессом спонтанного радиационного распада — только в этом случае реализуется его равновесие с «детально-обратным» ему процессом возбуждения электронным ударом, а следовательно и взаимное термическое равновесие рассматриваемой пары атомных уровней, без которого, в свою очередь, не выполняется и закон Кирхгофа (63), лежащий в основе использованной в 4.1 формулы (64). Иными словами, рассмотрение 4.1.3 справедливо лишь для случая большого «параметра тушения» $\beta \equiv N_e \langle v \sigma_{\text{туш}} \rangle \tau \gg 1$, где v — скорость электрона, $\sigma_{\text{туш}}$ — сечение тушающего столкновения, τ — среднее время жизни возбужденного состояния относительно спонтанного высвечивания, угловыми скобками обозначено усреднение

по максвелловскому распределению v . (Если еще, для общности, учесть, что температура и плотность плазмы могут зависеть от координат, то этот случай отвечает модели «локального термодинамического равновесия» (ЛТР)). Воспользовавшись результатами гл. I, 3 для сечения возбуждения электронным ударом $\sigma_{\text{возб}}$, легко найти выражение для скорости тушения $\langle v\sigma_{\text{туш}} \rangle$: она должна, вместе со скоростью возбуждения, поддерживать больцмановское распределение, т. е. должно быть $N_0 N_e \langle v\sigma_{\text{возб}} \rangle = N_1^B N_e \langle v\sigma_{\text{туш}} \rangle$, где $N_1^B = g_1/g_0 N_0 e^{-\Delta E/T}$ (индексами 0 и 1 обозначены нижний и верхний уровни, g_0 и g_1 — их статистические веса, $\Delta E = E_1 - E_0$). Для одного из простых способов выбора $\sigma_{\text{возб}}$ это дает, например:

$$\beta = 2,7 \cdot 10^{-13} \frac{N_e}{(\Delta E)^{7/2}} \sqrt{x} [1 - xe^x \text{Ei}(x)], \quad (90)$$

где $x = \Delta E/T$, Ei — интегральная экспонента, N_e выражено в см^{-3} , ΔE — в эВ.

Легко убедиться, что в большинстве случаев, представляющих интерес для физики горячей разреженной плазмы, $\beta \ll 1$; именно в этом смысле мы и будем говорить ниже о неравновесной плазме. Здесь, в отличие от раздела 4.1, где перенос излучения происходил по заданному (термически равновесному) «фону возбуждений», этот фон уже не задается, а формируется (по меньшей мере отчасти) самим излучением. Поскольку эффективные пробеги резонансных фотонов достаточно велики, уравнение радиационного переноса возбуждения оказывается более сложным — интегральным. Это — так называемое уравнение Бибермана—Холстейна [83], [84], методы решения которого изложены, в частности, в [95, 11, 10, 85], см. также обзор [76]; ниже мы ограничимся качественными оценками соответствующих эффектов [86, 76].

Рассмотрим наиболее интересный случай оптически толстой системы ($\kappa_0 a \gg 1$, где κ_0 — коэффициент поглощения в центре ω_0 резонансной линии, a — размер системы) в условиях, далеких от ЛТР ($\beta \ll 1$). В этом случае резонансный фотон (или, что эквивалентно, возбуждение атома), мигрируя из центра системы к ее краю, может испытать большее или меньшее число актов поглощения — переизлучения в зависимости от того, как «распорядится случай» частотами ω в этих последовательных актах. Введем коэффициент поглощения $\kappa(\omega)$ (см. напр. (76)) и профиль линии испускания $P(\omega)$ (нормированный условием $\int_0^\infty P(\omega) d\omega = 1$) и примем, что не только $\kappa(\omega)$, но и $P(\omega)$ является заданной функцией ω , не зависящей от характера возбуждения атома (иона). Это допущение называется «моделью полного перераспределения по частоте в акте переизлучения».

Оно позволит нам использовать удобную величину [84]

$$T(\rho) \equiv \int_0^{\infty} P(\omega) e^{-\kappa(\omega)\rho} d\omega \quad (91)$$

— взвешенную вероятность прохождения фотоном расстояния ρ «прострельно», т. е. без единого акта поглощения.

Ниже мы ограничимся случаем $P(\omega)/\kappa(\omega) = \text{const}$, типичным для переноса в резонансной линии. Основная особенность функции $T(\rho)$ в этом случае — ее медленный спад с ρ . Действительно, в интеграле (91) в силу $\kappa_0 a \gg 1$ «выедается» центральная область ω , в которой $\kappa(\omega)\rho \gg 1$, а с другой стороны — несущественна и область самых далеких крыльев, где хотя и $\kappa(\omega)\rho \ll 1$, но уже очень мало $P(\omega)$. Основной вклад в интеграл дают частоты, для которых $\kappa(\omega)\rho \sim 1$, т. е. пробег фотонов как раз порядка ρ . Это соответствует крыльям линии (не слишком далеким). Выясним вид зависимости $T(\rho)$, например, для лоренцовского профиля $P(\omega) \propto \kappa(\omega)$ (76). В этом случае в крыле линии $P(\omega) \propto \kappa(\omega) \propto (\omega - \omega_0)^{-2}$, так что $\kappa(\omega_{\text{эф}})\rho \sim 1$ дает $|\omega - \omega_0|_{\text{эф}} \propto \sqrt{\rho}$ и, следовательно, $T(\rho) \sim 2 \int_{|\omega - \omega_0|_{\text{эф}}}^{\infty} P(\omega) d\omega \propto |\omega - \omega_0|_{\text{эф}}^{-1} \propto 1/\sqrt{\rho}$. Аналогичная оценка для доплеровского профиля $P(\omega) \propto \kappa(\omega)$ дает $T(\rho) \propto 1/\rho \sqrt{\ln \rho}$. Результат вычисления имеет вид («ас» означает асимптотический, в смысле $\kappa_0 \rho \gg 1$):

$$T_{\text{лор}}^{\text{ас}}(\rho) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi \kappa_0 \rho}}, \quad T_{\text{доп}}^{\text{ас}}(\rho) \approx \frac{1}{\kappa_0 \rho \sqrt{\pi \ln \kappa_0 \rho}}. \quad (92)$$

По смыслу величины $T(\rho)$ и в полном соответствии с результатами строгого рассмотрения среднего времени $\bar{t}(r)$ миграции резонансного фотона на расстояние \geq заданного r от точечного источника в бесконечной среде при $\beta=0$ (т. е. в отсутствие тушения) [87], или, что практически эквивалентно, времени высвечивания слоя толщины r [84], имеем

$$\bar{t}(r) \sim \tau / T_{\text{ас}}(r) \gg \tau. \quad (93)$$

Для монохроматической линии ($P(\omega) = \delta(\omega - \omega_0)$) мы имели бы, согласно (91), $T(\rho) = e^{-\kappa_0 \rho}$, и миграция фотона носила бы характер обычной диффузии:

$$\bar{t}_{\text{диф}}(r) \simeq \frac{3}{2} \tau (\kappa_0 r)^2 \gg \tau. \quad (94)$$

Формулы (93), (94) выражают факт временной задержки миграции фотона в результате его многократных поглощений — переизлучений с «застреванием» в атоме всякий раз на время τ ; эффективное число таких актов переизлучения $N_{\text{эф}} = \bar{t}/\tau \gg 1$. При этом вид функции $\bar{t}(r)$ существенно зависит от формы линии. Здесь, в соответствии с крутизной спада $T_{\text{ас}}(\rho)$ (см. 92) и «монохроматическое» $e^{-\kappa_0 \rho}$, проявляется своего ро-

да «иерархия недиффузионности» радиационного переноса возбуждения — возрастание роли крыльев линии в ряду профилей: монохроматический — доплеровский — лоренцовский. В сущности, вид зависимости $\bar{t}(r)$ отражает результат конкуренции между двумя альтернативными механизмами выхода фотона на расстояние r — обычной диффузией (94) в ядре линии и антидиффузионным (прострельным) вылетом сразу на это расстояние в ее крыле. В частности, в промежуточном, доплеровском случае оба механизма как бы уравниваются друг друга: с точностью до слабо меняющегося множителя $\sqrt{\ln \kappa_0 r}$ здесь имеет место зависимость $\bar{t}_{\text{доп}} \propto t \kappa_0 r$, т. е. фактическая картина пространственной миграции фотона, сопровождающейся перераспределением его по частоте, в среднем эквивалентна, грубо говоря, его равномерному перемещению по спрямленному (радиальному) пути с неизменной частотой ω_0 .

Описанная картина миграции фотона для различных контуров линии позволяет качественно понять соответствующие законы распространения волны возбуждения, вызванной световой вспышкой в оптически плотном газе [88]. Действительно, строгое решение, проведенное в [88], дает следующие законы движения фронта волны возбуждения: $r \propto \sqrt{t}$ — монохроматическая линия, $r \propto t / \sqrt{\ln t}$ — доплеровский профиль, $r \propto t^2$ — лоренцовский профиль. Такой переход от диффузионного распространения волны возбуждения через почти равномерное к равноускоренному находится в очевидном соответствии с (93), (94).

Отмеченная выше «иерархия недиффузионности» проявляется, естественно, и в относительном вкладе диффузионного и антидиффузионного механизмов в эффективную вероятность $1/\bar{t}(r)$ ухода фотона в единицу времени на расстояние r . В случае обычной диффузии ситуация тривиальна, а в случае недиффузионного переноса вклады ядра линии ($\kappa(\omega)r \gg 1$) и ее крыльев ($\kappa(\omega)r \leq 1$) по порядку величины сравнимы, причем для доплеровского профиля эти вклады одинаковы, тогда как для лоренцовского вклад крыльев превышает вклад ядра в 3 раза.

Из сказанного ясно, что при переносе излучения в резонансной линии с протяженными крыльями не реализуется в чистом виде не только диффузионный (это хорошо известно), но и антидиффузионный случай, и по порядку величины вероятность выхода фотона может быть оценена в рамках любого из этих двух механизмов (с должным разграничением ядра линии и ее крыльев), что мы и выражаем с помощью неопределенного, обобщающего понятия «недиффузионный перенос». Более того, и сама структура формул недиффузионного переноса может быть получена в рамках естественного качественного обобщения диффузионного результата (94) [86]. Для этого положим

$$1/\bar{t}(r) = \frac{1}{\tau} \frac{2l_{\text{эф}}^2(r)}{3r^2}, \quad (95)$$

где $l_{\text{эф}}^2(r)$ — эффективный квадрат пробега для сферы радиуса r , т. е. величина $\kappa^{-2}(\omega)$, взвешенная по спектру $P(\omega)$ с учетом того, что для всех «прострельных» фотонов пробег не превосходит r :

$$l_{\text{эф}}^2(r) = 2 \left[\int_{\omega_0}^{\omega_{\text{гп}}(r)} P(\omega) \kappa^{-2}(\omega) d\omega + r^2 \int_{\omega_{\text{гп}}(r)}^{\infty} P(\omega) d\omega \right]. \quad (96)$$

Здесь $\omega_{\text{гп}}$ — частота, разграничивающая крыло линии и ее ядро, определенная условием $\kappa(\omega_{\text{гп}})r = 1$. Вычисление (при $\kappa_0 r \gg 1$) приводит для \bar{t} к результату (93), (94) и притом с численными коэффициентами, близкими к [84, 87].

При анализе радиационного переноса возбуждения в системе конечных размеров a величину $\bar{t}(a) \sim \tau/T_{\text{ac}}(a)$ (93) или ее «локальный» аналог $\bar{t}(\mathbf{r}) \approx \tau/\bar{T}(\mathbf{r})$ (усреднение — по всем направлениям вылета фотона из данной точки \mathbf{r}) часто называют эффективным временем жизни $\tau_{\text{эф}}$ и, соответственно, величину $1/\bar{t}(a) \sim T_{\text{ac}}(a)/\tau = T_{\text{ac}}(a)A_{10} \equiv A_{\text{эф}}$ — эффективной вероятностью испускания фотона атомом, рассматривая ее как обобщение коэффициента Эйнштейна A_{10} на случай оптически толстой системы и используя в этом качестве для упрощенной трактовки задач кинетики излучения путем их приближенного сведения к оптически тонкому случаю.

4.2.2. Длина тушения. Диаграмма областей излучения

Для ряда задач физики плазмы существен вопрос об интегральных радиационных потерях системы конечного объема V в данной резонансной линии и, в частности, об их зависимости от размеров системы, т. е. о том, является ли ее излучение объемным или поверхностным. Для термически равновесного вещества ($\beta \gg 1$) ответ на последний вопрос целиком определяется оптической толщиной системы $\kappa_0 a$ в центре линии; при $\kappa_0 a \ll 1$ излучение носит объемный, а при $\kappa_0 a \gg 1$ поверхностный* характер (см. 4.1.1, 4.1.3). Если же условия далеки от равновесных ($\beta \ll 1$), то ответ тривиален лишь в случае $\kappa_0 a \ll 1$, тогда как при $\kappa_0 a \gg 1$ он зависит от соотношения между параметрами β и $T(a) \ll 1$ (связь $T(a)$ с $\kappa_0 a$ дается формулами (92)).

Действительно, отношение $\beta/T(a)$ в силу определения β (см. 4.2.1) и (93) равно $N_e \langle \nu \sigma_{\text{туш}} \rangle \bar{t}(a)$ — среднему числу туша-

* С той оговоркой, что в силу (75) сама глубина излучающего поверхностного слоя растет с ростом характерных размеров системы a .

щих столкновений за время жизни возбуждения в системе, и если это отношение мало, то почти каждый фотон, рожденный внутри объема в результате «первичного» (обычно электронного) возбуждения, поглощаясь и переизлучаясь, в конечном счете выходит за пределы системы. Это означает, что при $\beta \ll T(a)$ система произвольной, в том числе и большой ($T(a) \ll 1$), оптической толщины излучает как оптически тонкий излучатель — из всего объема [89, 90]. Напротив, при $\beta \gg T(a)$ в преобладающей части объема происходит эффективное тушение возбуждений, вследствие чего излучение носит поверхностный характер: при этом полная планковская интенсивность (74), (75), достигается, естественно, лишь в больцмановском пределе $\beta \gg 1$.

Из сказанного ясно, что характерной «длиной запираания» излучения, сравнение которой с размерами системы a определяет, будут ли ее радиационные потери объемными или поверхностными, в случае $\beta \ll 1$ является длина Λ , удовлетворяющая уравнению $T_{ac}(\Lambda) = \beta$ — так называемая длина термализации. Физический смысл Λ состоит в том, что на расстояниях от поверхности $\geq \Lambda$ излучение приходит в равновесие со средой, а на еще больших глубинах возбуждение сред становится термически равновесным — «термализуется». При $\beta \gg 1$, как уже говорилось, длиной запираания излучения является просто $1/\kappa_0$ — длина пробега «центрального» фотона до поглощения (т. е. в данном случае — и до тушения). Для произвольного β длины Λ и $1/\kappa_0$ можно обобщить в единую величину — длину тушения [86]

$$l_{\text{туш}} \approx \left(\frac{\beta+1}{\beta}\right)^\nu \frac{1}{\kappa_0}, \quad (97)$$

где $\nu=1/2$, $\nu \approx 1$ и $\nu=2$ соответственно для монохроматической, доплеровской и лоренцовской линий (ср. определение Λ и (92)). В случае объемного излучения интегральный поток фотонов в данной резонансной линии равен

$$\mathfrak{N}_{об} = \frac{\beta}{\beta+1} \frac{N_1^B}{\tau} V. \quad (98)$$

Эта формула непосредственно следует из очевидного равенства $\mathfrak{N} = N_1 V / \tau$, где N_1 (плотность числа возбужденных атомов) определяется из уравнения баланса процессов возбуждения и девозбуждения:

$$N_0 N_e \langle v \sigma_{\text{возб}} \rangle = N_1 N_e \langle v \sigma_{\text{туш}} \rangle + N_1 / \tau, \quad (99)$$

с учетом соотношения для больцмановской заселенности N_1^B и определения β (см. 4.2.1).

В пределе $\beta \gg 1$ имеем $\mathfrak{N} \approx N_1^B V / \tau$, а при $\beta \ll 1$, в силу соотношений перед (90), $\mathfrak{N} \approx N_0 N_e \langle v \sigma_{\text{возб}} \rangle V$. В первом случае излу-

чение определяется равновесной заселенностью верхнего уровня и говорят о «больцмановском» излучателе, во втором оно определяется скоростью заселения верхнего уровня в результате электронных возбуждений и говорят о «корональном» излучателе. Для проблемы радиационных потерь на примесях в горячей разреженной плазме типична именно последняя ситуация (гл. 5).

В этой связи отметим, что обсужденный выше случай объемного излучения оптически толстой системы, хотя и довольно «экзотичен» для лабораторных плазм все же может встретиться на практике, например, в излучении резонансной линии L_α нейтрального водорода в достаточно крупной плазменной системе. Так, для значений $N_0 \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T \sim 2 \text{ эВ}$, $a \sim 150 \text{ см}$ (начальная стадия разряда в токамаке следующего поколения) получаем $\beta \sim 10^{-4}$ и, при доплеровском уширении линии, $T(a) \sim 0,3$, так что действительно $\beta \ll T(a) < 1$.

Диаграмма областей излучения представлена на рис. 27. Кривая $a = I_{\text{туш}}(\beta)$ разграничивает области объемного и поверх-

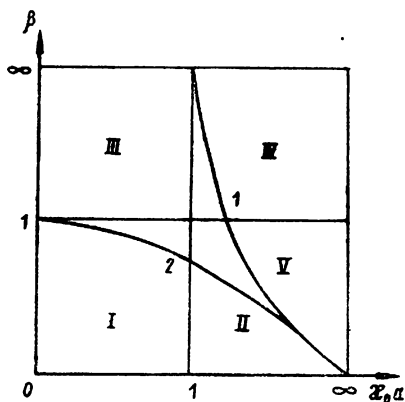


Рис. 27. Схема областей параметров плазменной системы $x_0 a$ (оптическая толщина в центре резонансной линии) и β (параметр тушения), отвечающих различным типам радиационных потерь системы [86]. Масштабы по осям координат — логарифмические. Уравнения кривых:

1 — $a = I_{\text{туш}}$, 2 — $T(a) = \beta$. Вся область левее кривой 1 — объемное, область правее ее — поверхностное излучение. Подобласти: I + II — корональный, III — больцмановский, IV — планковский излучатель

ностного излучения, а в области $x_0 a \gg 1$, $\beta \ll 1$ (оптически толстая система со слабым тушением) — еще и подобласти так наз. чистого рассеяния $\beta \ll T(a)$ и полубесконечной среды $T(a) \ll \beta$ (по астрофизической терминологии). В указанной области с ней сливается кривая $T(a) = \beta$, разграничивающая области равновесной (больцмановской) и сильно неравновесной (корональной) заселенностей возбужденного уровня.

4.2.3. Обсуждение ограничений теории

В заключение подчеркнем, что выше анализировались лишь те аспекты теории запираания излучения, которые важны в ситуации, более или менее типичной для проблемы УТС — терми-

чески однородной плазменной системы, оторванной от стенок разрядной камеры*. При этом главный упор делался на выяснение качественных зависимостей от небольшого числа основных параметров и на единообразную трактовку запирания излучения в линиях и континууме.

Из большого числа обойденных нами усложняющих факторов упомянем три.

1) Термическая неоднородность плазмы, т. е. зависимость параметров T , N_e , N_0 и др. от координат (часто и от времени). Она имеет место при резко неоднородном распределении источников или стоков энергии (звезды, взрыв, системы без магнитной термоизоляции и т. п.). Для условий ЛТР соответствующее обобщение теории с исчерпывающей ясностью изложено в [2], для неравновесных условий оно дано в [92, 93]. Спектральный аспект вопроса детально проанализирован в [94].

2) Неполное перераспределение по частоте в акте переизлучения. Использованная нами модель полного перераспределения (ПП) (91) (с обычной для резонансной линии конкретизацией $P(\omega) \propto \kappa(\omega)$) справедлива тогда, когда переизлучающий атом успевает «забыть» о деталях своего (предшествующего) радиационного возбуждения. Это обычно выполняется, если достаточно заметно уширение линий окружающими частицами; поскольку при этом речь идет о «перемешивании» состояний внутри данного атомного уровня, соответствующие требования к плотности частиц во всяком случае значительно мягче, чем для неупругих процессов, ответственных за поддержание ЛТР (см. 4.2.1 в связи с условием $\beta \gg 1$). Есть и другие факторы, благоприятствующие ПП — в частности, анализ реального (точно решаемого) перераспределения при доплеровском уширении [95, 94] показывает, что результативно оно близко именно к ПП. Однако при переносе излучения в резонансных рентгеновских линиях (в межзвездной среде), когда становится большой естественная ширина линии ($\propto Z^4$), а штарковская и доплеровская ширины пропорциональны, соответственно, Z^{-3} и Z , переизлучающий атом уже не успевает «забыть» о деталях радиационного возбуждения, так что модель ПП может полностью нарушиться [96].

3) Коллективные эффекты. При нарушении условия $\omega \gg \omega_p$, где $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi N e^2}{m}}$ — электронная плазменная частота, становится необходимым и практически важным учет коллективных плазменных эффектов в излучении [3]. И наконец, упомянем еще

* Реалистичность такой упрощенной постановки задачи в рамках общей теории переноса излучения следует из [91].

«один (также «длинноволновый») эффект многочастичной природы — нарушение условия $N_1 \lambda_0^3 \ll 1$, в принципе приводящее к взаимодействию излучающих атомов через общее радиационное поле [97, 94]. Однако анализ, подытоженный в [10], выявляет наличие эффектов, нарушающих ожидаемую в случае $N \lambda_0^3 \gg 1$ когерентность (к ним относится, в частности, доплеровское уширение), так что границы применимости обычной теории переноса в резонансной линии оказываются существенно шире, чем это следовало бы из ограничения $N \lambda_0^3 \ll 1$. В [98] также приведены некоторые соображения в пользу того, что переход от обычного, одночастичного случая $N \lambda_0^3 \ll 1$ к многочастичному $N \lambda_0^3 \gg 1$ не приводит к существенному изменению формул для переноса излучения.

5. РАДИАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ОПТИЧЕСКИ ПРОЗРАЧНЫХ ТЕРМОЯДЕРНЫХ СИСТЕМ

5.1. Ионизационное равновесие в горячей плазме

Потери энергии плазмы на излучение (радиационные потери — РП) сильно зависят от типа представленных в плазме многозарядных ионов. Распределение ионов по кратностям ионизации (т. е. их зарядам Z) называется ионизационным равновесием. Ионизационное равновесие горячей плазмы (в отличие от холодной) устанавливается в результате баланса ионизации электронами и рекомбинации двух типов: фото- и диэлектронной. Расчет ионизационного равновесия в этих условиях производится на основе простых соотношений:

$$N_{Z+1}/N_Z = S_Z/R_{Z+1}, \quad (100)$$

где N_Z — концентрация ионов с зарядом Z , S_Z и R_{Z+1} — скорости ионизации и рекомбинации.

Равновесие (100) называется корональным, поскольку оно типично для плазмы солнечной короны. Как уже указывалось, оно сильно отличается от термодинамически равновесного распределения Саха. Отличие обусловлено тем, что процессы ионизации и рекомбинации в (100) не являются детально обратными.

Расчеты ионизационного равновесия на основе соотношений (100) неоднократно проводились различными авторами [99—102]. В таблице 1 приведено ионизационное (корональное) равновесие для ионов железа [102].

Как видно из таблицы, при $T_e \gtrsim 2$ кэВ количество ионов Fe с тремя и более электронами (Li — подобных и более сложных) резко уменьшается и наиболее представленным ионом становится He-подобный ион Fe XXV, обладающий замкнутой ($1s^2$) электронной оболочкой.

Таблица 1

Относительные концентрации ионов Fe при различных T_e

$Z+1$ T_e , кэВ	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
0,80	0,087	0,157	0,217	0,239	0,174	0,083	0,031	0,000	0,000	0,000	0,000
1,00	0,011	0,034	0,082	0,162	0,217	0,198	0,147	0,093	0,056	0,000	0,000
1,20			0,017	0,053	0,112	0,166	0,206	0,216	0,223	0,000	0,000
1,50					0,026	0,066	0,143	0,266	0,489	0,000	0,000
1,70					0,010	0,034	0,099	0,247	0,605	0,000	0,000
2,00						0,014	0,058	0,206	0,712	0,000	0,000
2,50							0,027	0,150	0,792	0,026	0,000
3,00							0,014	0,112	0,811	0,060	0,000
5,00								0,041	0,648	0,276	0,034
7,00								0,016	0,419	0,433	0,131
10,00									0,208	0,472	0,315
14,00									0,094	0,401	0,504
20,00									0,038	0,295	0,666
30,00									0,014	0,195	0,791

В реальной плазме термоядерных установок (например, токамака) ионизационное равновесие может заметно отличаться от коронального, см. напр. [103, 104], а также I, гл. 5. Причиной этого отличия могут быть, например, радиальная диффузия примесей и их перезарядка на нейтральных атомах водорода (остаточных или вводимых в плазму для ее нагрева).

Наличие этих процессов эквивалентно, очевидно, дополнительному каналу рекомбинации ионов. Ее скорость в случае диффузии можно характеризовать некоторым эффективным временем ухода ионов τ , а в случае перезарядки — скоростью перезарядки $\nu_{H\sigma}^{exch}$ (см. I, гл. 3). В результате соотношение (100) изменится:

$$N_{Z+1}/N_Z = S_Z / [R_{Z+1} + (N_0/N_e)\nu_{H\sigma}^{exch} + (N_e\tau)^{-1}]. \quad (101)$$

Сдвиг ионизационного равновесия проявляется, согласно (101) в том, что при данной температуре T_e в плазме будут присутствовать ионы заметно меньшей кратности ионизации, чем согласно таблице 1. Таким образом, ионизационное равновесие в плазме будет эффективно соответствовать меньшей температуре. На рис. 28 показано изменение среднего заряда иона $\langle Z \rangle = \sum Z N_Z / \sum N_Z$ в плазме с температурой $T_e = 10$ кэВ и плотностью $N_e = 10^{14}$ см $^{-3}$ при введении в нее пучка нейтральных атомов водорода с эквивалентной плотностью тока j (А/см 2) [105]. Видно, что даже при такой высокой температуре введение нейтралов может изменить $\langle Z \rangle$ на несколько единиц.

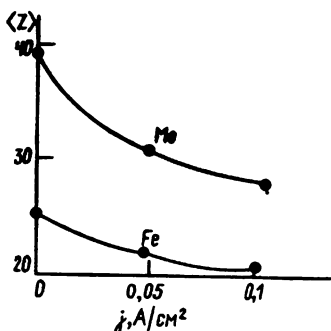


Рис. 28. Зависимость среднего заряда $\langle Z \rangle$ ионов Fe и Mo от эквивалентной плотности тока j инжектируемых нейтральных атомов водорода в плазме с параметрами $N_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, $T_e = 10 \text{ кэВ}$ [105]

Вопросы, связанные с диффузией примесей, а также с нестационарностью ионизационного равновесия в термоядерной плазме, рассмотрены в [103, 106, 107].

5.2. Радиационные потери на ионах примесей

Выделение РП в качестве отдельного слагаемого в общем энергобалансе оправдано тем, что излучение, в отличие от вещества, в конечном итоге выходит из плазмы, унося с собой часть ее энергии. Любой атомный процесс, сопровождающийся излучением, дает вклад в РП плазмы. Поэтому полная мощность Q РП плазмы складывается из РП для отдельных механизмов излучения. В рамках корональной модели мощность Q пропорциональна, очевидно, произведению $N_e N_Z$ концентраций электронов и ионов. Поэтому удобно представлять РП плазмы в форме удельных РП в расчете на один электрон и один ион примеси:

$$q = Q/N_e N_Z \text{ (Вт} \cdot \text{см}^3\text{)}. \quad (102)$$

Согласно сказанному, удельные РП плазмы состоят из ряда слагаемых:

$$q^{tot} = q^{ТИ} + q^{ФИ} + q^{ЛИ} + q^{ДР} + \dots, \quad (103)$$

где соответствующими индексами отмечены потери при процессах ТИ, ФИ, ЛИ, ДР (дизэлектронной рекомбинации) и т. д., получаемые путем расчета РП на отдельном ионе с последующим взвешиванием по ионизационному равновесию.

Величины $q^{ТИ}$ и $q^{ФИ}$ оцениваются обычно по формулам Крамера (17), (25) с некоторым эффективным Гаунт-фактором, как правило, довольно близким к единице [3].

Потери $q^{ЛИ}$ равны, как отмечалось в I, сумме скоростей электронного возбуждения K^{ext} уровней, умноженных на соответствующие энергии переходов ΔE . Как правило, значения K^{ext} для переходов с $\Delta n = 0$ сильно превосходят значения K^{ext} для $\Delta n \neq 0$, так что присутствие в плазме ионов с достаточно сложной оболочкой, обладающих переходами с $\Delta n = 0$, резко увеличивает величину $q^{ЛИ}$.

Потери $q^{ДР}$ вычисляются обычно с помощью формулы

Берджесса для скорости ДР (см. I, гл. 3), умноженной на сумму энергии релаксации возбужденного остова и потенциала ионизации прорекомбинировавшего иона.

Соотношение между различными слагаемыми в (103) сильно зависит от температуры T_e , т. е. от типа представленных в плазме ионов. Так, при малых T_e присутствующие в плазме сложные ионы легко возбуждаются электронным ударом, и преобладающим оказывается слагаемое $q^{ЛИ}$. С увеличением T_e происходит все более сильная обдирка ионов вплоть до голых ядер, так что преобладающими потерями становятся $q^{ТИ}$ и $q^{ФИ}$. Отметим, что сумма $q^{ТИ} + q^{ФИ}$, взятая для полного $Zя$, т. е. простая функция вида $C_1 Zя^2 \sqrt{T_e} + C_2 Zя^4 / \sqrt{T_e}$ (C_1 и C_2 — постоянные) качественно описывает суммарные РП (103) на примеси не только при столь высоких, но и при любых термоядерных температурах [108], поскольку допускаемое здесь завышение эффективного заряда иона с остовом (уже малоэлектронным) в ТИ и ФИ компенсируется, в грубом приближении, полным неучетом потерь на ЛИ и ДР.

Расчеты РП горячей плазмы неоднократно проводились различными авторами [99—102], использовавшими различные аппроксимации для скоростей элементарных процессов. Тем не менее, различие между окончательными численными данными по РП находится в пределах 30%.

На рис. 29 приведены результаты расчета РП

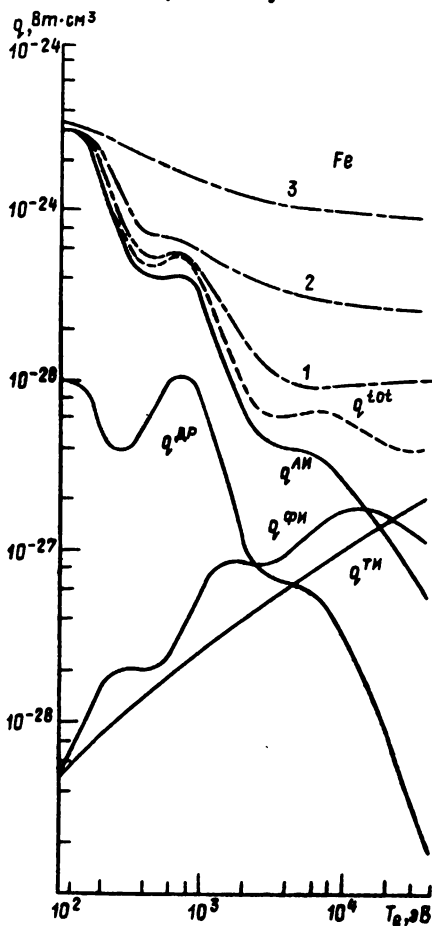


Рис. 29. Удельные радиационные потери (РП) q плазмы на ионах железа в зависимости от температуры T_e . Указаны вклады отдельных механизмов излучения $q^{ТИ}$, $q^{ФИ}$, $q^{ДР}$, $q^{ЛИ}$ в полные РП — q^{tot} , а также возрастание РП при различных концентрациях нейтрального водорода:

1 — $N_0/N_e = 10^{-4}$; 2 — $N_0/N_e = 10^{-3}$; 3 — $N_0/N_e = 10^{-2}$

водородной плазмы на примеси железа. Указан вклад каждого из механизмов в полные РП. Виден характерный резкий спад величины РП в диапазоне температур от 1 кэВ до 2 кэВ. Он объясняется резким уменьшением $q^{ЛИ}$ вследствие «выгорания» сложных ионов, обладающих легко возбуждаемыми переходами с $\Delta n=0$ (см. табл. 1).

Из анализа рис. 29 и табл. 1 ясно, что РП являются чувствительной функцией ионизационного равновесия плазмы. Это обусловлено, как уже отмечалось, особенностью потерь $q^{ЛИ}$, резко возрастающих при появлении в плазме сложных ионов, обладающих переходами с $\Delta n=0$. С этим же связано резкое увеличение РП при сдвигах ионизационного равновесия типа (101). В частности, на рис. 29 показано увеличение РП плазмы, обусловленное перезарядкой ионов примеси на атомах водорода с относительной концентрацией $N_0/N_e=10^{-6} \div 10^{-4}$. Это увеличение обусловлено, в основном, двумя эффектами: уже отмечавшимся возрастанием $q^{ЛИ}$ вследствие появления ионов нижней кратности ионизации и излучением непосредственно после перезарядки ионов примеси, образующихся в высоковозбужденных состояниях. Расчеты этого эффекта проведены в работах [105, 109—111].

В связи с обсуждаемыми эффектами неравновесности следует указать и на возможный вклад в РП быстрых тяжелых частиц (как самой плазмы, так и вводимых в нее для нагрева). Дело в том, что хотя скорости ионизации и возбуждения переходов с $\Delta n \neq 0$ протонами, как правило, пренебрежимо малы по сравнению со скоростями электронного возбуждения, однако для переходов с $\Delta n=0$ эти скорости, как можно заключить из оценки сечений по работам [112, 113], сравниваются уже при температуре $T_e \sim T_i \sim 2$ кэВ; в дальнейшем скорости возбуждения протонами начинают даже превосходить скорости электронного возбуждения. В условиях обычного коронального равновесия (100) это возрастание компенсируется тем, что сложные ионы, обладающие переходами с $\Delta n=0$, «выгорают» по мере роста T_e . Однако, при отклонениях от коронального равновесия, обсуждавшихся выше, вклад протонного возбуждения в РП может оказаться и не малым.

5.3. Критерий зажигания. «Летальные» концентрации примесей*

Рассмотрим энергобаланс плазмы с учетом ее РП на ионах — как основных, так и примесных. Закон сохранения для плотности внутренней энергии плазмы E имеет вид:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = P_{\text{выд}} - P_{\text{тер}}, \quad (104)$$

* Разделы 5.3, 5.4 написаны совместно с В. И. Гервидсом.

где $P_{\text{выд}}$ и $P_{\text{тер}}$ — мощности, выделяемые и теряемые внутри плазмы. Их удобно представить в виде ряда слагаемых:

$$P_{\text{выд}} = P_{\text{синт}} + P_{\text{доп. нагр.}} \quad (105)$$

$$P_{\text{тер}} = Q_{\text{изл}} + E/\tau_E + (1 - \eta_c) P_{\text{синт}}, \quad (106)$$

где $\eta_c P_{\text{синт}}$ — термализуемая в плазме часть мощности ядерного синтеза $P_{\text{синт}}$, $P_{\text{доп. нагр.}}$ — мощность дополнительного нагрева плазмы внешними источниками (пучком, СВЧ-излучением), $Q_{\text{изл}}$ — мощность РП плазмы на компонентах ядерного топлива и примесях всех сортов, член E/τ_E , характеризующийся временем удержания τ_E , описывает потери энергии за счет всех неизлучательных механизмов (теплопроводность, перезарядка и т. д.).

Мощность, затрачиваемая на нагрев плазмы, очевидно, равна

$$P_{\text{нагр}} = \eta_c P_{\text{синт}} + P_{\text{доп. нагр.}} \quad (107)$$

Удобно ввести коэффициент X возврата энергии (КВЭ) [110]), указывающий долю энергии, которую необходимо вернуть в плазму для ее нагрева:

$$X = P_{\text{нагр}}/P_{\text{синт}} = \eta_c + P_{\text{доп. нагр.}}/P_{\text{синт}}. \quad (108)$$

Учитывая зависимость основных величин от концентрации N ядерного топлива ($N = N_D + N_T = 2N_{D,T}$ для D—T реактора): $P_{\text{синт}}, Q_{\text{изл}} \propto N^2$, $E \propto N$, введем удельные величины $\bar{P}_{\text{синт}} = P_{\text{синт}}/N^2$, $q_{\text{изл}} = Q_{\text{изл}}/N^2$, $\bar{E} = E/N$.

Используя (105—108), перепишем (104) в виде:

$$N\tau_E = \frac{\bar{E}}{X\bar{P}_{\text{синт}} - q_{\text{изл}} - (\partial E/\partial t)/N}. \quad (109)$$

Локальный критерий положительности энергобаланса получается из требования неубывания внутренней энергии плазмы, $\partial E/\partial t \geq 0$, что дает:

$$N\tau_E \geq \frac{\bar{E}}{X\bar{P}_{\text{синт}} - q_{\text{изл}}}. \quad (110)$$

Запишем условие (110) в явном виде для D—T реактора с одинаковой температурой T всех частиц плазмы

$$N\tau_E \geq \frac{\frac{3}{2} T \left\{ 2 + \sum_Z [1 + \bar{Z}(Z)] f_Z \right\}}{\frac{1}{4} X \langle v\sigma_{DT} \rangle E_F - \left(1 + \sum_Z f_Z \right) \left(q_1 + \sum_Z f_Z q_Z \right)}. \quad (111)$$

Здесь $\bar{Z}(Z)$ — средний заряд иона примеси с атомным номером Z , $\langle v\sigma_{DT} \rangle$ — скорость D—T-реакции, $E_F = 17,6$ МэВ — ее энергетический выход, $f_Z = N_Z/N$ — относительная концентрация примеси сорта Z , q_1 и q_Z — суммарные мощности РП на компонен-

тах ядерного топлива и примеси Z . В (111) учтено условие электронейтральности плазмы:

$$N_e = N(1 + \sum_Z(Z))f_Z. \quad (112)$$

Обширная табуляция правой части (111) выполнена в [100, 114]. Известный критерий зажигания [79] следует из (111) в предположении, что плазма чистая ($f_Z=0$, $N=N_e$), а КВЭ равен $X=1/2$:

$$N_e \tau_E \geq 3T / [\frac{1}{8} \langle v \sigma_{DT} \rangle E_f - q_1]. \quad (113)$$

Правая часть (113) проходит через минимум, равный $(N_e \tau_E)_{min} \approx 10^{14}$ см⁻³с, откуда и следует общепринятая форма «критерия Лоусона»:

$$N_e \tau_E \geq (N_e \tau_E)_{min} \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}\text{с}. \quad (114)$$

Как видно из (111), при некоторой концентрации примеси f_Z величина $N \tau_E \rightarrow \infty$, т. е. самоподдерживающаяся реакция становится невозможной. Концентрации f_Z^∞ , при которых РП начинают превосходить энерговыделение термоядерной D—T ($X=0,2$) реакции для данной температуры, называют «летальными» [99]. В таблице 2 приведены значения летальных концентраций для ряда элементов при температуре $T=10$ кэВ [114]:

Таблица 2

«Летальные» концентрации примесей

T_e , кэВ	Элемент				
	C Z=6	Ti Z=22	Fe Z=26	Mo Z=42	W Z=74
10	6,8%	0,4%	0,25%	0,1%	0,013%
15	8,7%	0,82%	0,53%	0,25%	0,056%

Видно, что даже небольшое количество примеси может «погасить» термоядерную реакцию. Эти цифры могут стать еще более угрожающими при наличии сдвига ионизационного равновесия, обусловленного, например, перезарядкой на атомах нейтрального водорода, см. (101), а также [110].

Можно определить также «абсолютную» летальную концентрацию f_Z^{abc} как

$$f_Z^{abc} = \max f_Z^\infty(T), \text{ (max по } T) \quad (115)$$

т. е. как такую концентрацию примеси, которая гасит термоядерную реакцию при **любой** температуре [99].

Результаты расчетов абсолютных летальных концентраций для D—T-реакции ($X=0,2$) хорошо аппроксимируется формулой [99]:

$$f_z^{abc} \approx 2,75 \cdot Z^{-1,67}. \quad (116)$$

5.4. О режимах работы термоядерного реактора

Проблема работы термоядерного реактора на основе токамака рассмотрена в [115]. Здесь мы, следуя [110], кратко коснемся лишь той ее стороны, которая связана с РП и критерием Лоусона.

При анализе режима работы реактора необходимо рассматривать все введенные выше величины как звенья единого цикла работы реактора, обладающие определенными КПД. При этом соответствующие параметры следует понимать как средние по объему и по времени значения. Допустим, что мощность (106), теряемая плазмой, может быть использована потребителем. Если $\eta_T P_{\text{тер}}$ — используемая мощность (из которой $\varepsilon \eta_T P_{\text{тер}}$ оставляется на нужды самой электростанции, а $(1-\varepsilon)\eta_T P_{\text{тер}}$ получают внешние потребители) и $\varepsilon_{\text{н}} \varepsilon_{\text{н}} \eta_T P_{\text{тер}}$ — мощность, получаемая устройствами дополнительного нагрева с КПД $\eta_{\text{н}}$, то $P_{\text{доп-нагр}} = \eta_{\text{н}} \varepsilon_{\text{н}} \eta_T P_{\text{тер}}$. Возможны еще и неучтенные потери энергии, поэтому потребуем

$$\eta P_{\text{тер}} \geq P_{\text{доп-нагр}}, \quad (117)$$

где $\eta = \eta_{\text{н}} \varepsilon_{\text{н}} \eta_T$. Учитывая, что в среднем $\langle \partial E / \partial t \rangle = 0$, так что, согласно (104), $\langle P_{\text{тер}} \rangle = \langle P_{\text{выд}} \rangle$, из (117), (105) получим прежний критерий положительности энергобаланса (110) с КВЭ, равным

$$X = \eta_c + \eta / (1 - \eta). \quad (118)$$

Из (118) видно, что возможны два режима работы реактора, соответствующие преобладающей роли нагрева плазмы либо за счет термализации энергии синтеза ($\eta_c \gg \eta / (1 - \eta)$), либо за счет дополнительных источников ($\eta_c \ll \eta / (1 - \eta)$). Доля η_c термализуемой энергии для D—T-реакции равна $\eta_c = (E_{\alpha} / E_p) \eta_{\alpha} = 0,2 \eta_{\alpha}$, где η_{α} — доля α -частиц, задерживаемых в плазме. В реакторе следует ориентироваться на значение $\eta_{\alpha} \approx 1$. Видно, что режим, в котором преобладающую роль играет дополнительный подогрев плазмы, трудно осуществим, так как он требует слишком больших значений произведения нескольких КПД: $\eta = \eta_{\text{н}} \varepsilon_{\text{н}} \eta_T \geq 0,17$.

В режиме саморазогрева плазмы ($\eta_c \gg \eta / (1 - \eta)$) ограничений на η нет, но имеется проигрыш в величине КВЭ. В отсутствие примесей при $X=0,2$ минимальное значение правой части (111) в рассматриваемом режиме равно $(N_e \tau_E)_{\text{min}} = 1,7 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3} \text{ с}$ [110], что, естественно, несколько хуже значения параметра Лоусона (114), предполагающего больший КВЭ: $X=0,5$.

6. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ В ПЛАЗМЕ

В достаточно горячей плазме ($T \sim 1$ кэВ и выше) могут происходить реакции между легкими атомными ядрами, сопровождающиеся их перестройкой и зачастую большим энерговыделением — так называемые термоядерные реакции (ТЯР). Они являются, как правило, процессами образования более прочно связанных ядер из более рыхлых и потому сопровождаются «выделением энергии» — точнее, выделением в продуктах реакции избыточной кинетической энергии, в точности равной увеличению суммарной энергии связи. Поскольку ядра с наибольшей энергией связи находятся в средней части периодической системы Менделеева, типичным механизмом экзоэнергетических ТЯР является слияние (синтез) легчайших ядер в более тяжелые; однако благодаря особой прочности ядра He^4 возможны также и экзоэнергетические реакции деления легких ядер, например $^{11}\text{B} + p \rightarrow 3^4\text{He} + 8,68 \text{ МэВ}$. Большое энерговыделение в ряде ТЯР обуславливает их важность для астрофизики, ядерной и прикладной физики; дополнительный важный аспект ТЯР — их роль в дозвездных и звездных процессах синтеза ядер химических элементов.

Все ТЯР происходят лишь при сближении реагирующих ядер на расстояние порядка радиуса действия ядерных сил, что невозможно без преодоления электростатического барьера взаимного кулоновского отталкивания ядер (рис. 30)*, высота которого $E_B \approx Z_1 Z_2 e^2 / R$ ($Z_1 e$, $Z_2 e$ — заряды ядер, R — сумма их радиусов) даже для пары $\text{D} + \text{D}$ составляет ~ 200 кэВ, а для других — еще больше. Поэтому для плазмы с температурой, скажем, $\sim (1 \div 10)$ кэВ, наиболее типичной как для современных направлений УТС, так и для проблемы звездных источников энергии, преодоление барьера носит характер туннельного, глубоко подбарьерного прохождения, вероятность которого описывается известной гамовской экспонентой; последняя имеет в пределе $E \ll E_B$ (E — относительная энергия ядер) вид [40]

$$\exp(-2\pi Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v), \quad (119)$$

где $v = \sqrt{2E/\mu}$ — относительная скорость ядер, μ — их приведенная масса.

Барьерный, чисто кулоновский множитель (119), конечно, еще не определяет полную вероятность ТЯР. Имеется еще сечение собственно ядерного превращения, определяющее «масштабный фактор» всего процесса (резко различный для разных

* Мы не касаемся механизмов «холодного» ядерного синтеза, связанных с сильным уменьшением самого кулоновского барьера либо в результате его смятия колоссальным давлением в недрах плотных звезд ($\rho \gg 10^4 \text{ г/см}^3$) — так называемые пикноядерные реакции [116], либо в результате его «срезания» (рис. 30) вследствие прямого кулоновского экранирования ядра захваченным на боровскую орбиту мюоном — так наз. мюонный катализ [117], [118].

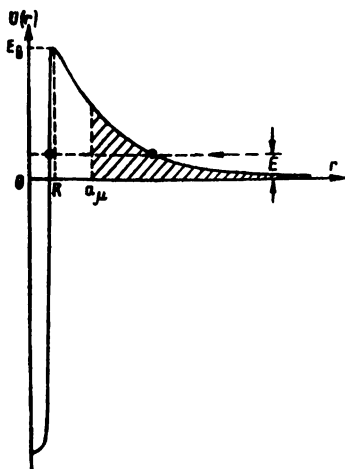


Рис. 30. Кулоновский барьер $U(r)$ межъядерного отталкивания. Штриховкой показано «срезание» барьера на боровском радиусе a_μ отрицательного мюона в кулоновском поле одного из сталкивающихся ядер, лежащее в основе явления μ — катализа [117, 118]

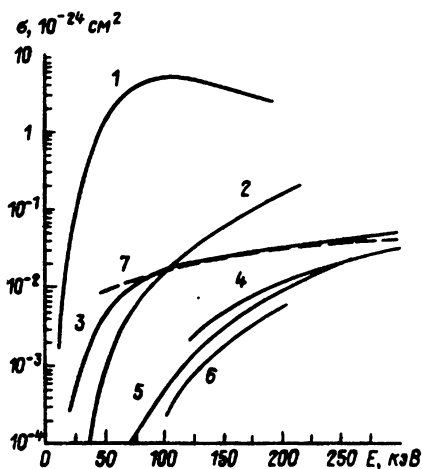


Рис. 31. Сечения реакций ядерного синтеза в функции энергии налетающей (первой в скобках) частицы [79]:

1 — реакция $T(d, n)^4\text{He} + 17,6$ МэВ; 2 — $^3\text{He}(d, p)^4\text{He} + 18,3$ МэВ; 3 — $D(d, n)^3\text{He} + 3,3$ МэВ и $D(d, p)T + 4,0$ МэВ; 4 — $^6\text{Li}(d, n)^7\text{Be} + 3,4$ МэВ (или $^6\text{Li}(d, \alpha)^4\text{He}$); 5 — $^7\text{Li}(d, p)^7\text{Li} + 5,0$ МэВ и $T(^3\text{He}, \alpha)^4\text{He}$, где a и b обозначают конечные продукты реакции в трех ее каналах, а именно: $d + ^4\text{He}$ (43% полной вероятности), $p + n + ^4\text{He}$ (51%), $p + ^4\text{He}$ (6%); 6 — $^6\text{Li}(d, \alpha)^4\text{He} + 22,35$ МэВ; 7 — $T(t, 2n)^4\text{He} + 11,3$ МэВ

реакций) и нередко само зависящее резонансным образом от энергии. (Ср. «дисперсионный» профиль (76) уширенной резонансной спектральной линии, имеющий — при всем отличии атомных масштабов от ядерных — сходную физическую природу — конечность времени жизни некоторой составной системы). Большой масштаб сечения и его резонансная зависимость (обычно сильно размытая) особенно характерны для реакций, сопровождающихся образованием ядра ^4He , в том числе для важнейшей, на современном этапе УТС, реакции $D+T \rightarrow ^4\text{He} + n + 17,6$ МэВ и для упомянутой ранее одной из перспективных «чистых» (безнейтронных) реакций $^{11}\text{B} + p \rightarrow 3^4\text{He} + 8,68$ МэВ; в последнем случае резонансная зависимость оказывается даже основной (табл. 3). Напротив, сечения реакций, обусловленных т. н. слабым взаимодействием, чрезвычайно малы, так что, например, фундаментальная для энерговыделения Солнца реакция $p + p \rightarrow D + e^+ + \nu + 2,2$ МэВ ($\sigma_{\text{max}} \sim 10^{-47}$ см²) непосредственно (в лаборатории) вообще не наблюдалась.

Помимо возможной резонансной зависимости сечения, универсальная зависимость (119) может оказаться неадекватной и

по более простой причине — в разработках по УТС ныне заметное место заняли системы, в которых ядерные реакции происходят не только «тепловым» (а следовательно, подбарьерным) образом, но и в результате столкновений ядер плазмы, как мишеней, с ядрами инжектируемого пучка, энергия которых сравнима с E_B .

В табл. 3, 4 и на рис. 31 для ряда ядерных реакций, могущих представить интерес в проблеме УТС, приведены значения энерговыделения и сечения σ в функции от энергии налетающей (в формулах реакций — первой слева) частицы [119] [120].

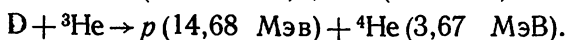
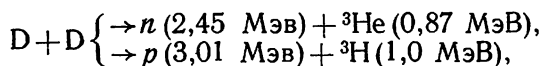
Таблица 3

Экзоэнергетические реакции между легкими ядрами

Реакция	Энерговыделение, МэВ*	σ_{\max} (10^{-24} см ²) — наибольшее сечение в обл. энергий ≤ 1 МэВ	Энергия (МэВ) налет. частицы, отвеч. σ_{\max}
$p + p \rightarrow d + e + \nu$	2,2	10^{-23}	—
$p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	5,5	10^{-6}	—
$p + t \rightarrow \alpha + \nu$	19,7	10^{-6}	—
$d + d \rightarrow t + p$	4,0	0,16 (при 2 МэВ)	2,0
$d + d \rightarrow {}^3\text{He} + n$	3,3		0,09
$d + d \rightarrow \alpha + \gamma$	24,0	—	—
$d + t \rightarrow \alpha + n$	17,6	5,0	0,13
$t + d \rightarrow \alpha + n$	17,6	5,0	0,195
$t + t \rightarrow \alpha + 2n$	11,3	0,10	1,0
$d + {}^3\text{He} \rightarrow \alpha + p$	18,4	0,71	0,47
${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow \alpha + 2p$	12,8	—	—
$n + {}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + t$	4,8	2,6	0,26
$p + {}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + {}^3\text{He}$	4,0	10^{-4}	0,3
$p + {}^7\text{Li} \rightarrow 2\alpha + \gamma$	17,3	$6 \cdot 10^{-3}$	0,44
$d + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^7\text{Li} + p$	5,0	0,01	1,0
$d + {}^6\text{Li} \rightarrow 2\alpha$	22,4	0,026	0,60
$d + {}^7\text{Li} \rightarrow 2\alpha + n$	15,0	10^{-3}	0,2
$p + {}^9\text{Be} \rightarrow 2\alpha + d$	0,56	0,46	0,33
$p + {}^9\text{Be} \rightarrow {}^6\text{Li} + \alpha$	2,1	0,35	0,33
$p + {}^{11}\text{B} \rightarrow 3\alpha$	8,7	0,6	0,675
$p + {}^{15}\text{N} \rightarrow {}^{12}\text{C} + \alpha$	5,0	0,69 (при 1,2 МэВ)	1,2

* Распределение энерговыделения между продуктами реакции обычно обратно пропорционально их массам.

Приведем также примеры возможных ядерных циклов, обладающих «цепными» свойствами [121] [122]. «Катализированный» цикл D—D включает следующие основные реакции:

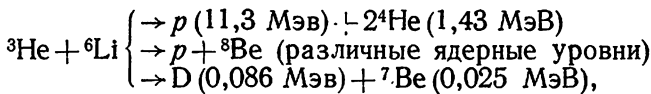
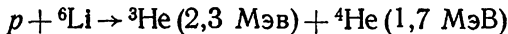


Экзоэнергетические реакции между легкими ядрами

Реакция	Энерговыделение, МэВ	Примечание
$t + {}^3\text{He} \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow d + \alpha \\ \rightarrow p + \alpha + n \\ \rightarrow p + \alpha + n \end{array} \right.$	14,3 5,4+1,3+5,4 (соответственно) 10+0,4+1,6 (соответственно)	41% от полного σv 55% от полного σv 4% от полного σv
$d + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^7\text{Be} + n$	3,4	
$d + {}^6\text{Li} \rightarrow p + \alpha + t$	2,6	
$d + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^3\text{He} + \alpha + n$	1,8	
${}^3\text{He} + {}^6\text{Li} \rightarrow p + 2\alpha$	16,9	
$t + {}^7\text{Li} \rightarrow 2n + 2\alpha$	15,1	
${}^3\text{He} + {}^7\text{Li} \rightarrow p + 2\alpha + n$	10,7	
$d + {}^7\text{Be} \rightarrow p + 2\alpha$	16,8	
$t + {}^7\text{Be} \rightarrow p + n + 2\alpha$	10,5	
${}^3\text{He} + {}^7\text{Be} \rightarrow 2p + 2\alpha$	11,3	
$\alpha + {}^9\text{Be} \rightarrow n + {}^{12}\text{C}$	5,7	
${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li} \rightarrow p + {}^{11}\text{B}$	12,2	
${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + n + {}^7\text{Be}$	1,9	
${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li} \rightarrow 3\alpha$	20,9	
${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li} \rightarrow n + {}^{11}\text{C}$	9,5	
${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li} \rightarrow d + {}^{10}\text{B}$	3,0	
${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li} \rightarrow t + {}^9\text{B}$	0,8	

* Этот перечень включает реакции, не вошедшие в табл. 3, но отраженные на графиках скоростей термоядерного энерговыделения (рис. 32—37)

Цикл $p-{}^6\text{Li}$ включает реакции:



а также другие реакции, в которых сжигаются ядра D и ${}^7\text{Be}$.

На рис. 32—37 представлены скорости термоядерного энерговыделения $\langle \sigma v \rangle Q_+$ для плазмы с температурой T , где в качестве Q_+ (МэВ) взяты энерговыделения соответствующих реакций только в заряженных частицах [123]. Видно, что оптимальные значения $\langle \sigma v \rangle Q_+$ для различных топлив имеют, в общем, сравнимый порядок величины, однако соответствующие им температуры плазмы с ростом величины $Z_1 Z_2$ смещаются, естественно, в сторону все более высоких температур плазмы. Дополнительная информация по реакции $p + {}^{11}\text{B}$ представлена на рис. 38, 39 [125].

Здесь уместно вкратце пояснить, почему вообще имеет смысл использовать для УТС, хотя бы в перспективе, «альтер-

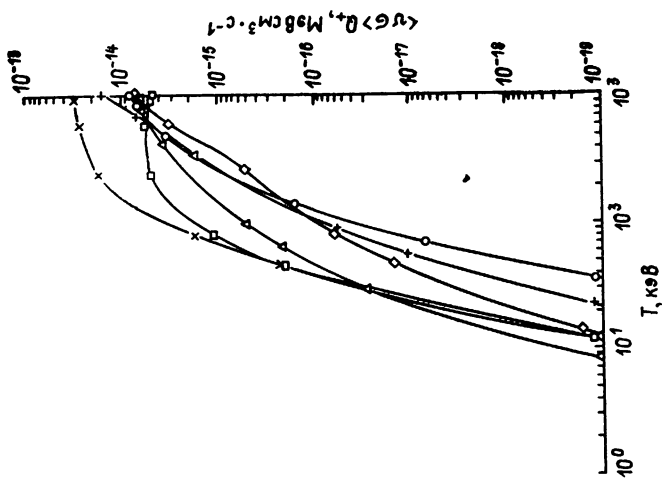


Рис. 32. Зависимость скоростей энерговыведения $\langle \sigma v \rangle Q_+$ термоядерных реакций (в заряженных частицах) от ионной температуры плазмы [123]:
 □ — реакция $p + \text{He}$; ○ — $\text{He} + \text{Li}$; △ — $p + \text{Li}$; + — $\text{He} + \text{He}$; × — He ; — $p + \text{He}$; ◇ — $p + \text{Li}$

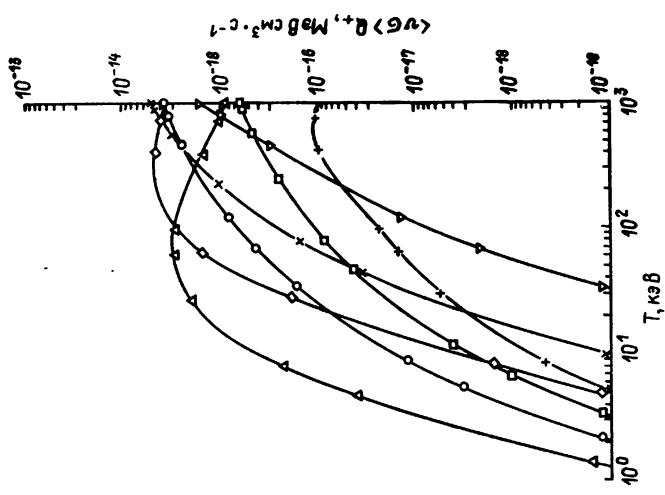


Рис. 33. Зависимость скоростей энерговыведения $\langle \sigma v \rangle Q_+$ термоядерных реакций (в заряженных частицах) от ионной температуры плазмы [123]:
 □ — реакция $d + d$; ○ — реакция $d + d$ катализированная (т. е. такая, в которой продукты реакции первого поколения, t и He , стают сразу же после своего рождения)
 △ — $d + t$; + — $t + t$; × — $t + \text{He}$; ◇ — $d + \text{He}$; ▽ — $\text{He} + \text{He}$

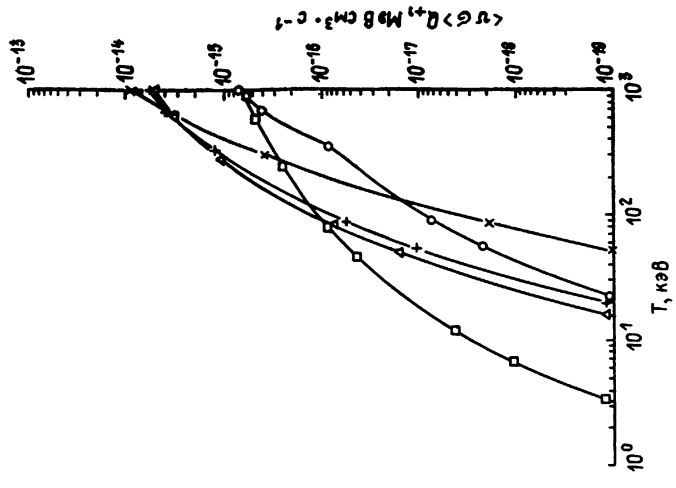


Рис. 34. Зависимость скоростей энерговыделения $\langle \sigma v \rangle Q_+$ термоядерных реакций (в заряженных частицах) от ионной температуры плазмы [123]:
 \square — реакция $d+d$; \circ — $d+Tl$; \times — $d+Tl \rightarrow Tl+p$;
 \triangle — $d+Tl \rightarrow Tl+n$; \diamond — $d+Tl \rightarrow Tl+2\alpha$;
 $+$ — $d+Tl \rightarrow He+Tl$

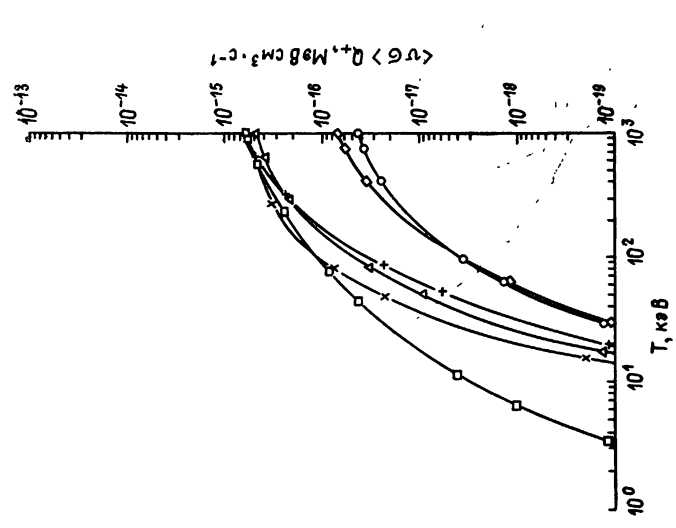


Рис. 35. Зависимость скоростей энерговыделения $\langle \sigma v \rangle Q_+$ термоядерных реакций (в заряженных частицах) от ионной температуры плазмы [123]:
 \square — реакция $d+d$; \circ — $d+Tl$; \triangle — $d+Tl$; \times — $d+Tl$; \diamond — $d+Tl$; $+$ — $d+Tl$

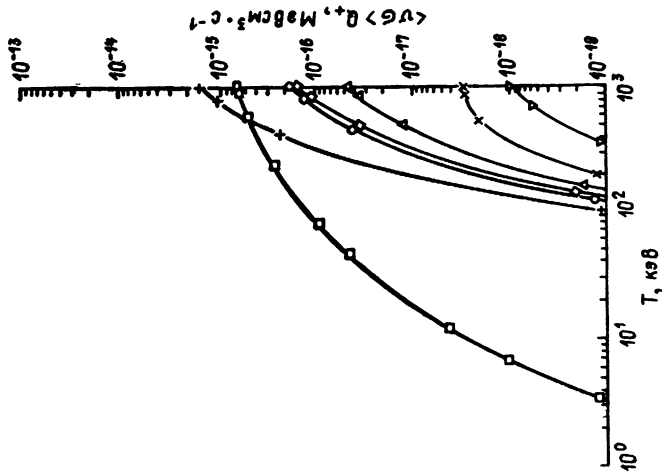


Рис. 36. Зависимость скоростей энергоделяния $\langle v\sigma \rangle Q_+$ термоядерных реакций (в заряженных частицах) от ионной температуры плазмы [123]:
 \square — реакция $d+d$; \circ — ${}^9\text{Li}+{}^9\text{Li} \rightarrow {}^{18}\text{B}+p$; \triangle — ${}^9\text{Li}+{}^9\text{Li} \rightarrow {}^9\text{Li}+{}^9\text{Li}+n$; \times — ${}^9\text{Li}+{}^9\text{Li} \rightarrow {}^8\text{Li}+{}^2\text{He}$; \diamond — ${}^9\text{Li}+{}^9\text{Li} \rightarrow {}^{10}\text{B}+d$; ∇ — ${}^9\text{Li}+{}^9\text{Li} \rightarrow {}^{10}\text{B}+p$

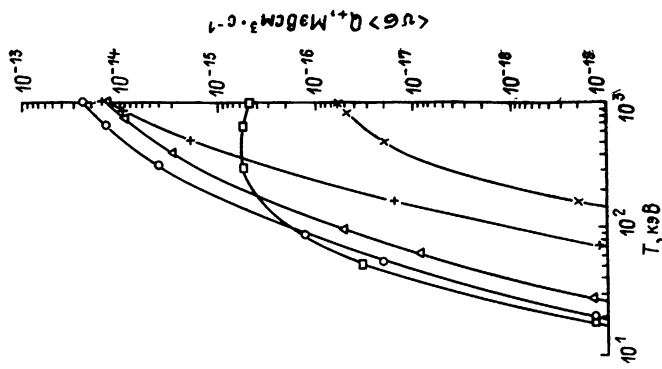


Рис. 37. Зависимость скоростей энергоделяния $\langle v\sigma \rangle Q_+$ термоядерных реакций (в заряженных частицах) от ионной температуры плазмы [123]:
 \square — реакция $p+{}^9\text{Be}$; \circ — $d+{}^9\text{Be}$; \triangle — $t+{}^9\text{Be}$; \times — $\alpha+{}^9\text{Be}$

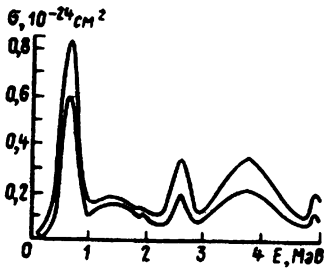


Рис. 38

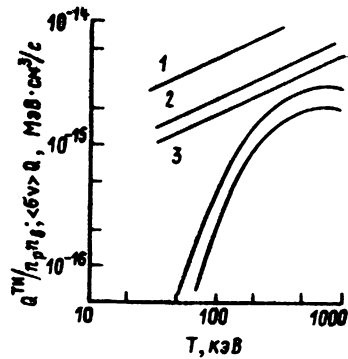


Рис. 39

Рис. 38. Сечение σ ядерной реакции ${}^{11}\text{B} + p \rightarrow 3\alpha + 8,68 \text{ МэВ}$ в функции энергии протона E [125]. Верхняя кривая — «оптимистический», нижняя — «пессимистический» вариант экспериментальных данных

Рис. 39. Энерговыведение $\langle \sigma v \rangle Q^+$ термоядерной реакции ${}^{11}\text{B} + p \rightarrow 3\alpha$; как функция ионной температуры T_i плазмы (кривые — «оптимистическая» и «пессимистическая») в сравнении с радиационными потерями на тормозное излучение (прямые) для электронной температуры $T_e = T_i$ и трех значений относительной концентрации $\alpha = N_B/N_p$ ядер бора и протонов $\alpha = 1, 0,33$ и $0,089$ для прямых 1, 2 и 3 соответственно [125]

нативные» (неводородные) ядерные топлива в условиях, когда заведомо существует такое во всех отношениях апробированное топливо как DT, для которого оптимальная температура плазмы составляет всего (10–15) кэВ. Дело в том, что топливные циклы, основанные на дейтерии ($D-D$, $D-{}^3\text{He}$, $D-{}^6\text{Li}$), а еще лучше — на обычном водороде ($p-{}^{11}\text{B}$, $p-{}^6\text{Li}$), обладают рядом преимуществ перед доминирующим в настоящее время циклом $D-T-Li$, в свете которых последний может оказаться «всего лишь» промежуточным этапом в окончательном решении проблемы УТС. К числу этих преимуществ (речь пойдет о реакторах на $p-{}^{11}\text{B}$ и $p-{}^6\text{Li}$) относятся [121]: 1) практическая неисчерпаемость и дешевизна топлива; 2) отсутствие газообразной радиоактивности; 3) отсутствие необходимости производства трития и работы с ним; 4) простое устройство blankets — он является просто первой стенкой (поскольку энергия высвобождается здесь главным образом в заряженных частицах и электромагнитном излучении); 5) отсутствие радиационных повреждений конструкционных материалов; 6) низкий уровень наведенной радиоактивности. Благодаря этому термоядерный реактор на «протонном» топливе должен быть больше похож на угольную топку, чем на обычный ядерный реактор.

В качестве примера приведем результат недавнего детального анализа энергобаланса цикла $p-{}^{11}\text{B}$ [122]. Оказывается, что в реакторе этого типа возможно даже зажигание; так, при относительной концентрации бора и водорода $N_B/N_p = 0,1$ и

температурах $T_i=300$ кэВ, $T_e=160$ кэВ отношение мощностей термоядерного энерговыделения и тормозного излучения равно 1,08. Эти более оптимистические, по сравнению с прежними расчетами [124, 125, 126], результаты связаны с учетом двух новых, благоприятных для ТЯР физических эффектов [121]: а) самой возможности цикла, т. е. участия продуктов первичной ядерной реакции в последующих реакциях; (например, для приведенного выше цикла $p-{}^6\text{Li}$, речь идет об участии в них ядер ${}^3\text{He}$, а затем и быстрых протонов с энергией 11,3 МэВ). б) упругого ядерного рассеяния энергичных продуктов реакции на ядрах исходного топлива, в результате чего возникают новые энергичные частицы, распространяющие ядерную реакцию.

В заключение, возвращаясь к более «современным» температурам плазмы $T \sim (1 \div 10)$ кэВ, поясним, почему уже при таких температурах достаточно эффективно протекают реакции D—T и даже D—D. Дело здесь в скошенной форме кулоновского барьера и, следовательно, в его (относительно!) большей проницаемости, чем, например, проницаемость гораздо более крутого барьера активации в химии. Если в последнем случае температурная зависимость типичных химических реакций имеет вид $\exp(-\text{const}/T)$, то для ТЯР эта зависимость, извлекаемая из максимума $v=v_m$ произведения гамовской экспоненты (119) на максвелловскую экспоненту $\exp(-\mu v^2/2kT)$, имеет вид

$$\langle v\sigma \rangle \propto \exp \left[-\frac{3}{2} \left(\frac{4\pi^2 Z_1^2 Z_2^2 e^4 \mu}{\hbar^2 kT} \right)^{1/3} \right], \quad (120)$$

т. е. $\langle v\sigma \rangle \propto \exp(-\text{const}/T^{1/3})$, что означает хотя и быстрый, но все же не в такой степени как в «химическом» случае, спад вероятности ТЯР с убыванием T . Только поэтому ТЯР могут эффективно протекать при температурах, в десятки раз более низких, чем высота кулоновского барьера E_B . Формула (120) применима (отвлекаясь от возможной резонансной зависимости σ) лишь при больших значениях показателя экспоненты.

Существование сравнительно узкой области относительных энергий ядер вблизи $E_m = 1/2 \mu v_m^2$, вносящей основной вклад в полную скорость $\langle v\sigma \rangle$ ТЯР, имеет простой физический смысл: для более частых столкновений с $E \ll E_m$ слишком мала проницаемость барьера, а наиболее эффективные по проницаемости столкновения с $E \gg E_m$ слишком редки. Оптимальная энергия E_m приходится на «хвостовую» часть максвелловского распределения; например, для ТЯР D—D: $E_m/kT = 6,25 T_{\text{кэВ}}^{-1/3} \gg 1$.

Расчет скорости ТЯР для случая немаксвелловского (усеченного) распределения ядер проведен в [127]. Он показывает, что начиная со средних энергий порядка нескольких кэВ, когда оптимальный номер «хвоста» соответствующего (с той же средней энергией) максвелловского распределения E_m/kT уже

не является большим, наличие или отсутствие полного максвелловского распределения ядер практически некритично для значения $\langle v\sigma \rangle$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лисица В. С., Коган В. И. В сб. Итоги науки и техники, сер. Физика плазмы, под ред. В. Д. Шаfranова, ВИНТИ, 1982, Т. 3
2. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966
3. Бекефи Дж. Радиационные процессы в плазме, М.: МИР, 1971
4. Грим Г. Спектроскопия плазмы. М., Атомиздат, 1969
5. Грим Г. Уширение спектральных линий в плазме, М.: МИР, 1978
6. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Физматгиз, 1963
7. Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Наука, 1977
8. Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Е. А., Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука, 1979
9. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов. М.: Наука, 1980
10. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982
41. Иванов В. В. Перенос излучения и спектры небесных тел. М.: Наука, 1969
12. Крайнов В. П., Смирнов Б. М. Излучательные процессы в атомной физике. М.: Высшая школа, 1983
13. Жданов В. П. Элементарные процессы в высокотемпературной плазме. Препринт 80—110 ИЯФ Сиб. Отд. АН СССР, Новосибирск, 1980
14. Kraters H. A., «Phil. Mag.», 1923, 46, 836
15. Koch W. H., Motz J. W., «Rev. Mod. Phys.», 1959, 31, 920
16. Жданов В. П. — «ЖЭТФ», 1977, 73, 112
17. Tseng H. K., Pratt R. H., «Phys. Rev.», 1971, 3A, 100
18. Lee C. M., Kissel L., Pratt R. H., Tseng H. K., «Phys. Rev.», 197 13A, 1714
19. Lee C. M., Pratt R. H., Tseng H. K., «Phys. Rev.», 1977, 16A, 2169
20. Кириллов В. Д., Трубников Б. А., Трушин С. А. — «Физ. плазмы», 1975, 1, 218
21. Гервидс В. И., Коган В. И. — «Письма в ЖЭТФ», 1975, 22, 308
22. Жданов В. П., Чибисов М. И. — «Письма в ЖЭТФ», 1976, 23, 199; ЖТФ, 1977, 47, 1804
23. Жданов В. П. — «Физ. плазмы», 1978, 4, 128
24. Коган В. И., Кукушкин А. Б. — Препринт ИАЭ-3660/6, 1982; «Письма в ЖЭТФ», 1983, 6, 272
25. Гервидс В. И., Жданов В. П., Коган В. И., Трубников Б. А., Чибисов В. И. — В сб. Вопросы теории плазмы, /ред. Б. Б. Кадомцева, вып. 12, М., Энергонздат, 1982
26. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1973
27. Гервидс В. И., Коган В. И. Препринт ИАЭ-2720, 1976
28. Зоммерфельд А. Строение атома и спектры, т. 2, М.: ГИТТЛ, 1956
29. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980
30. Karzas W. J., Latter R., «Astroph. J., Suppl.», 1961, 6, 167
31. Brussaard P. J., van de Hulst H. C., «Rev. Mod. Phys.», 1962, 34, 507
32. Johnston R. R., «J. Quant. Spectr. Rad. Transfer», 1967, 7, 815
33. Scott J. M. C., «J. Phys.», 1973, 6A, 1853
34. Henneberg W., «Zs. f. Phys.», 1933, 83, 555

35. *A. B. Berlisov et al.*, Proc. 8th Int. Conf. on Plasma Phys. Controlled Nucl. Fusion Res., Brussels, 1980
36. *Катков В. М., Страховенко В. М.* «ЖЭТФ», 1978, 75, 1269
37. *Коган В. И.* — В сб. «Физ. плазмы и проблема упр. термояд. реакций», п/ред. М. А. Леонтовича, т. 3, с. 99, изд. АН СССР, М., 1958
38. *Гордеев Ю. С., Зиновьев А. Н., Петров М. П.* «Письма в ЖЭТФ», 1977, 25, 223
39. *Von Goeler S., Stodiek W. et al.* «Nucl. Fusion», 1975, 15, 301
40. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1974
41. *Гореславский С. П., Делоне Н. Б., Крайнов В. П.* «ЖЭТФ», 1982, 82, 1789
42. *Schwinger J.*, «Phys. Rev.», 1949, 75, 1912
43. *Трубников Б. А., Бажанова А. Е.* В сб. «Физ. плазмы и проблема упр. термояд. реакций», п/ред. М. А. Леонтовича, т. 3, с. 121, изд. АН СССР, М., 1958
44. *Трубников Б. А., Кудряцев В. С.* В кн.: Труды Второй межд. конф. по мирному использ. ат. энергии. Женева, 1958. Доклады сов. ученых. Яд. физика. М.: Атомиздат, 1959, с. 165
45. *Drummond W. E., Rosenbluth M. N.*, «Phys. Fluids», 1963, 6, 276
46. *De Barbieri O.*, EVR-CEA-FC-1035, Fontenay-aux-Roses, 1980
47. *Engelmann F., Curatolo M.*, «Nucl. Fusion», 1973, 13, 497
48. *Степанов К. Н., Пахомов В. И.* «ЖЭТФ», 1960, 38, 1564
49. *Hirshfield J. L., Baldwin D. E., Brown S. C.*, «Phys. Fluids», 1961, 4, 198
50. *Jablonski A.*, «Phys. Rev.» 1945, 68, 78
51. *Мотт Н., Мессу Г.* Теория атомных столкновений. М.: МИР, 1969
52. *Коган В. И.* — В сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций» под ред. М. А. Леонтовича, Изд-во АН СССР, 1958, т. 4, с. 258
53. *Лисица В. С.* «УФН», 1977, 122, 449
54. *Лисица В. С.* «Acta Phys. Polonica», 1979, 55A, 87
55. *Демура А. В., Лисица В. С.* «J. Quant. Spectr. Rad. Transfer», 1974, 14, 273
56. *Яковленко С. И.* «УФН», 1982, 136, 593
57. *Лисица В. С.* «ЖЭТФ», 1975, 69, 195
58. *Boldt G., Cooper W. B.*, «Zs. Naturforsch.», 1964, 19a, 968
59. *Smith E. W., Cooper J., Vidal C. R.*, «JQSRT», 1969, 185, 140
60. *Schlüter H.*, «JQSRT», 1969, 185, 140
61. *Лисица В. С., Шолин Г. В.* «ЖЭТФ», 1971, 61, 9; «JQSRT», 1972, 12, 985
62. *Green R. L., Cooper J., Smith E. W.*, «JQSRT», 1975, 15, 1025, 1037
63. *Tran Minh N., Featrier N., Van Regemorter H.*, «J. Phys.», 1975, 8B, 1810; 1976, 9B, 1871; «JQSRT», 1976, 16, 849
64. *Демура А. В., Шолин Г. В.* «JQSRT», 1975, 15, 881
65. *Le Quang Rang, Voslamber D.*, «J. Phys.», 1975, 8B, 331
66. *Барышников Ф. Ф., Лисица В. С.* «ЖЭТФ», 1977, 72, 1797; 1981, 80, 926
67. *Szudy J., Bailis W. E.* «JQSRT», 1975, 15, 641
68. *Шафранов В. Д.* — В сб.: «Вопросы теории плазмы», под ред. М. А. Леонтовича, вып. 3, с. 3, М.: Атомиздат, 1963
69. *Voslamber D.*, «Zs. Naturforsch.», 1969, Bd. 24a, S. 1458
70. *Сухин С. А.* О штарковском уширении линий водорода в кинетической теории уширения спектральных линий. ВИНТИ, 1980, № 3936-80
71. *Климонтович Ю. Л., Сухин С. А.* «Теор. и мат. физ.», 1981, 47, 89
72. *Бабиков В. В., Коган В. И.* — В сб. «Физ. плазмы и проблема упр. термояд. реакций», п/ред. М. А. Леонтовича. Изд. АН СССР, 1958, т. 3, с. 86
73. *Жидков А. Г., Марченко В. С.* Препринт ИАЭ-3389/6, М., 1981
74. *Shearer J. W.*, «Phys. Fluids», 1976, 19, 1426
75. *Вихрев В. В., Гуреев К. Г.* «ЖТФ», 1978, 48, 2264
76. *Абрамов В. А., Коган В. И., Лисица В. С.* В сб. «Вопросы теории плазмы», п/ред. Б. Б. Кадомцева, М.: Энергоиздат, 1982, вып. 12

77. В сб. «Методы исследования плазмы», п/ред. В. Лохте-Хольтгрена, М.: МИР, 1971
78. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Норман Г. Э. «Опт. и спектроскопия», 1963, 14, 330
79. Роуз Д., Кларк М. Физика плазмы и управляемые термоядерные реакции. М.: Атомиздат, 1963
80. Грубников Б. А. В сб. «Вопросы теории плазмы», п/ред. М. А. Леонтовича, М.: Атомиздат, 1973, вып. 7, с. 274
81. Rosenbluth M. N., «Nucl. Fusion», 1970, 10, 340
82. Tamor S., «Nucl. Fusion», 1978, 18, 229
83. Биберман Л. М. «ЖЭТФ», 1947, 17, 416
84. Holstein T., «Phys. Rev.», 1947, 72, 1212
85. Абрамов Ю. Ю., Дыхне А. М., Напартович А. П. Препринт ИАЭ-1804, М., 1969
86. Коган В. И., Абрамов В. А., Васильев А. П. «JQSRT», 1968, 8, 1833
87. Векленко Б. А. «ЖЭТФ», 1959, 36, 204
88. Абрамов Ю. Ю., Напартович А. П. «Астрофизика» (АН Арм. ССР), 1968, 4, 195
89. Superman S., Engelmann F., Oxenius J., «Phys. Fluids», 1963, 6, 108
90. Абрамов В. А., Коган В. И., «ДАН СССР», 1965, 164, 1008
91. Александров А. Ф., Рухадзе А. А. Физика сильноточных электроразрядных источников света. М., Атомиздат, 1976
92. Лагарьков А. Н. «Теплофиз. выс. температур», 1966, т. 4, с. 305
93. Дыхне А. М., Напартович А. П. Препринт ИАЭ-2026, М., 1970
94. Преображенский Н. Г. Спектроскопия оптически плотной плазмы. Новосибирск: Наука, 1971
95. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. М.: ГИТТЛ, 1956
96. Баско М. М. «ЖЭТФ», 1978, 75, 1278
97. Алексеев В. А., Виноградов А. В., Сوبельман И. И. «УФН», 1970, 102, 43
98. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Теория искры. М., Атомиздат, 1975
99. Гервидс В. И., Коган В. И. «Письма в ЖЭТФ», 1975, 21, 329; Препринт ИАЭ-2722, М., 1976
100. Jensen R. V., Post D. E. et al., «Nucl. Fusion», 1977, 17, 1187
101. Breton C., De Michelis, Mattioli H., «Fucl. Fusion», 1976, 16, 891
102. Merris A. L., Cowan R. O., Maggee N. H., LA-6220-MS, Los Alamos, 1976
103. Гервидс В. И., Крупин В. А. «Физика плазмы», 1975, 1, 357
104. Suckewer S., «Phys. Scripta», 1981, 23, 72
105. Абрамов В. А., Гервидс В. И., Крупин В. А., Лисица В. С. «Письма в ЖЭТФ», 1979, 29, 550
106. Galushkin Yu. I., Gervids V. I., Kogan V. I., «Nucl. Fusion Suppl.», 1972, p. 193
107. Днестровский Ю. Н. и др. Препринт ИАЭ-2665, М., 1976
108. Коган В. И. «ДАН СССР», 1959, 128, 702
109. Крупин В. А., Марченко В. С., Яковленко С. И., «Письма в ЖЭТФ», 1979, 29, 353
110. Гервидс В. И., Жидков А. Г., Марченко В. С., Яковленко С. И. В сб. «Вопросы теории плазмы», п/ред. Б. Б. Кадомцева. М.: Энергоиздат, 1982, вып. 12, с. 145
111. Post D. E., e. a., EY-76-C-02-3073, Princeton, 1979
112. Базылев В. А., Чибисов М. И. «УФН», 1981, 133, 617
113. Рябов В. А., Юдин Г. Л. «ЖЭТФ», 1980, 78, 474
114. Гервидс В. И., Коган В. И., Лисица В. С. Препринт ИАЭ-3179, М., 1979
115. Пистунович. В. И., Шаталов Г. Е. Итоги науки и техники, сер. «Физика плазмы», под ред. В. Д. Шафранова, 1981, т. 2, с. 138
116. Harrison E. R. «Proc. Phys. Soc.», 1964, 84, 213
117. Зельдович Я. Б., Герштейн С. С. «УФН», 1960, 71, 581

118. Пономарев Л. И. «Природа», 1979, № 9, с. 8
 119. Fowler W. A. *et al.* «Ann. Rev. Astron. and Astrophys.», 1975, 13, 69
 120. Физический энциклопедический словарь. М.: «Советская энциклопедия», 1966, т. 5, с. 176
 121. Shuy G. W. — UWFDМ-335, Wiskonsin—Madison, 1979
 122. Conn R. W., Shuy G. M. *et al.* — IAEA-CN-38/V-5, 8th Int. Conf. Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res., Brussels, 1980
 123. McNally J. R., Jr., Rothe K. E., Sharp R. D. — ORNL/TM-6914, Oak Ridge, 1979
 124. Dawson J. M. — PPG-273, Calif. Univ., 1976
 125. Moreau D. C. — «Nucl. Fusion», 1977, 17, 13
 126. Кукушкин А. Б., Коган В. И. «Физ. плазмы», 1979, 5, 1264
 127. Бажанова А. Е., Коган В. И. «Ат. энергия», 1972, 32, 440
 128. Тимофеев А. В. Препринт ИАЭ-3599, 1982
-

СОДЕРЖАНИЕ

соответствует рубрике 29.27 Рубрикатора ГАСНТИ

От редактора	3
<i>Ю. А. Данилов, В. И. Петвиашвили.</i> Солитоны в плазме	5
<i>А. С. Кингсеп.</i> Сильная ленгмюровская турбулентность и турбулентный нагрев плазмы	48
<i>Л. М. Алексеева.</i> Магнитосфера Земли. Строение и физика	113
<i>В. И. Коган, В. С. Лисица.</i> Радиационные процессы в плазме	194



Технический редактор *А. М. Маргынова*

Сдано в набор 27.05.83 Подписано в печать 15.08.83 Т—15007
Формат бумаги 60×90^{1/16}. Бум. тип. № 1 Литературная гарнитура.
Высокая печать. Усл. печ. л. 17,25 Уч.-изд. л. 18,27 Тираж 600 экз.
Заказ 3943 Цена 3 р. 10 коп.

Адрес редакции: 125219, Москва, А-219, Балтийская ул., Тел. 155-44-83
Производственно-издательский комбинат ВИНТИ
140010, Люберцы, 10, Московской обл., Октябрьский просп., 408

УДК 533.9

Ю. А. Данилов, В. И. Петвиашвили. **Солитоны в плазме.** «Физика плазмы. Т. 4» (Итоги науки и техники ВИНТИ АН СССР. М., 1983, 5—47).

Обзор посвящен сильнонелинейным эффектам, наблюдаемым в лабораторной и космической плазме. Основное внимание уделяется неодномерным солитонам. Рассмотрены также некоторые нелинейные эффекты в жидкостях, представляющие в виду их наглядности общефизический интерес, как например образование диссипативных трехмерных солитонов на пленке стекающей жидкости или уединенные вихри в планетных атмосферах. Приведена методика получения упрощенных уравнений с сохранением качественных свойств, необходимых для существования солитонов, численный способ получения сложных солитонных решений, методы исследования устойчивости многомерных солитонов, результаты исследований наиболее популярных неодномерных модельных уравнений. Описываются солитоны на дрейфовой, ленгмюровской, магнитозвуковой, циклотронной ветвях колебаний. Указывается, что на всех ветвях колебаний где возможно образование солитонов, последние приводят к более важным эффектам, чем другие решения. Библиография: 41, ил. 7.

УДК 533.951

А. С. Кингсеп. **Сильная ленгмюровская турбулентность и турбулентный нагрев плазмы.** «Физика плазмы. Т. 4» (Итоги науки и техники ВИНТИ АН СССР. М., 1983, 48—112).

Дан обзор работ 1965—1981 г. по теории сильной ленгмюровской турбулентности. Подробно рассмотрены солитонная модель сильной турбулентности и модель ленгмюровского коллапса. Особое внимание уделяется кинетическим эффектам, связанным с резонансным и нелинейным взаимодействием волн и частиц, и на этой основе — задаче о турбулентном нагреве плазмы. Библиография: 102.

УДК 533.95:550.38

Л. М. Алексеева. **Магнитосфера Земли. Строение и физика.** «Физика плазмы. Т. 4» (Итоги науки и техники, ВИНТИ АН СССР. М., 1983, 113—193).

В обзоре дано общее описание магнитосферы Земли. Рассмотрены плазменные процессы в околоземном пространстве. Внимание акцентируется на экспериментальных и теоретических работах, выявляющих «мгновенную» (неусредненную) картину того или иного физического явления и последовательность его развития. Обсуждаются зависимость свойств магнитосферы от параметров солнечного ветра, состояние магнитосферы во время суббурь и магнитных бурь, взаимовлияние магнитосферы и ее проводящего торца — ионосферы. Обзор, в частности, можно использовать как введение в оригинальную литературу по космофизике. Библиография: 165, табл. 1, ил. 50.

УДК 533.92

В. И. Коган, В. С. Лисица. **Радиационные процессы в плазме.** «Физика плазмы. Т. 4» (Итоги науки и техники ВИНТИ АН СССР. М., 1983, 194—274).

Статья является второй частью обзора, посвященного атомным и радиационным процессам в горячей плазме. В ней изложены результаты исследований процессов излучения различных типов: тормозного (ТИ), фоторекомбинационного (ФИ), линейчатого (ЛИ) и циклотронного (ЦИ). Рассматриваются как физические основы указанных процессов, так и их роль в энергобалансе и диагностике горячей плазмы. Обсуждаются результаты расчетов ТИ в кулоновском и томас-фермиевском потенциалах, спектров ФИ многозарядных ионов, уширения линий ЛИ столкновениями, радиационных потерь (РП) оптически прозрачной термоядерной плазмы на примесях, записания излучения различных типов в плазме и соответствующих РП. Кроме того, кратко рассмотрены возможные типы термоядерных реакций в плазме. Изложение основывается на подробных качественных оценках, позволяющих читателю проследить происхождение основных физических закономерностей рассматриваемых процессов, не обращаясь к дополнительным источникам, и сопровождается многочисленными иллюстрациями. Оно рассчитано на введение физика-неспециалиста в современный круг проблем физики излучения горячей плазмы. Библиография: 128, табл. 4, ил. 39.

О П Е Ч А Т К И

К ИНТ. Серия «Физика плазмы». Том 4, 1983 г.

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
8	Ф-ла (2.2)	Hk	H_k
8	Ф-ла (2.2)	Hk	H_k
8	6 снизу	Hk	H_k
68	Ф-ла	$+1 \left(\frac{k}{k_0} \right)^2$ $\frac{\pi k}{\text{ch}^2 2k_0}$	$1 + \left(\frac{k}{k_0} \right)^2$ $\frac{\pi k}{\text{ch}^2 2k_0}$
76	Ф-ла	$\frac{1}{\chi \text{ch}^2 \chi^{-1}}$ $\frac{E^2}{8\pi n}$	$\frac{1}{\chi \text{ch}^2 \chi^{-1}}$ $\frac{E^2}{8\pi n T}$
90	8 сверху	$\frac{8\pi n}{ \varphi_i^k ^2}$	$\frac{8\pi n T}{ \Phi_k ^2}$
96	10 сверху	$\frac{dk/d\tau}{2\gamma W_{kk}}$	$\frac{dk/d\tau}{2\gamma W_k}$
99	6 снизу	$2\gamma W_{kk}$	$2\gamma W_k$
100	Ф-ла (4.30)	$\gamma_s \sim \omega_s \frac{W^l}{nT} \frac{k_l}{k_s}$	$\gamma_s \sim \omega_s \frac{W^l}{nT} \frac{k_l}{k_s}$
101	15 сверху	$\gamma_s \sim \omega_s \frac{W^l}{nT} \frac{k_l}{k_s}$	$\gamma_s \sim \omega_s \frac{W^l}{nT} \frac{k_l}{k_s}$
112	Ссылка 102.	Beugston	Bengston
129	Рис. 16, подрису- ночная подпись	\mathcal{E}_e	\mathcal{E}_s
145	15 сверху	пересекающихся	пересекающих
166	Рис. 40, подрису- ночная подпись	Зачерченная	Зачерненная
169	Рис. 42, подрису- ночная подпись	J_{110}	J_{110}
181	13 сверху	на рис. 49 временная	на рис. 49; временная
190	Ссылка 32.	$Lui T.Q$	$Lui T.Y.$
202	5 сверху	$\omega_{\max} = X e^2 / m r_0^2$	$\omega_{\max} = Z e^2 / m r_0^2$
207	9 сверху	$\omega \ll \omega_{\max}$	$\omega \ll \omega_{\max}$
235	Рис. 19, подрису- ночная подпись	Асимптомы:	Асимптомы:
236	9 снизу	$Z_{\text{эф}} \sim 1 a^{2/7}$ (см)	$Z_{\text{эф}} \sim 1, a^{2/7}$ (см)
238	20—21 сверху	изолированной — резо- нансной	изолированной резонанс- ной
243	22—23 сверху	$\Lambda_{\min} = 10^3$; для $\Lambda_{\min} = 10^6$	$\Lambda \geq 10^3$; для $\Lambda \geq 10^6$
247	5 сверху	гл. I, 3	I, гл. 3
248	1 снизу	$e^{-\chi^0 p}$	$e^{-\chi_0 p}$
248	10 снизу	$e^{-\chi^0 p}$	$e^{-\chi_0 p}$
248	16 сверху	$P(\omega) \sim \chi(\omega^\infty)$	$P(\omega) \propto \chi(\omega) \infty$
260	Ф-ла 112	$N(1 + \sum \frac{Z(Z)}{z}) f_z$	$N(1 + \sum \frac{Z(Z)}{z}) f_z$
264	Табл. 3, 6-я строка сверху	$p + p \rightarrow d + e + \nu$	$p + p \rightarrow d + e + \nu$